SOCIETATEA DE ȘTIINȚE
FIZICE ȘI CHIMICE
DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

CULEGERE
PROBLEME DE FIZICĂ
pentru liceu

Scanned with OKEN Scanner

Problemele au fost culese, ordonate și rezolvate de următorii profesori:

— *Dobre Ioana Elvira*
— *Dumitrescu Octavian*
— *Modreanu Mihai*
— *Panaiotu Cristian-George*
— *Panaiotu Lidia*
— *Pătrașcu Tudor*
— *Spirea Viorica*
— *Serbu Florin*

după cum urmează:

— **Mecanică** — *Panaiotu Cristian-George* și *Serbu Florin*
— **Fenomene termice** — *Dobre Ioana-Elvira* și *Modreanu Mihai*
— **Electricitate** — *Spirea Viorica*
— **Electronică** — *Dumitrescu Octavian* și *Pătrașcu Tudor*
— **Optică fizică** — *Dumitrescu Octavian* și *Pătrașcu Tudor*
— **Optică geometrică** — *Panaiotu Lidia*
— **Fizică atomică** — *Dumitrescu Octavian* și *Pătrașcu Tudor*
— **Fizică nucleară** — *Dumitrescu Octavian* și *Pătrașcu Tudor*

Scanned with OKEN Scanner

Fam. Turinici Mihai
Galați 1 VIII 1996

Biroul Societății de Ştiinţe Fizice şi Chimice avînd în vedere numărul mare de elevi aflaţi în momentul de faţă în licee şi de faptul că în ultimii ani nu s-au mai tipărit culegeri de probleme a apelat la un grup de profesori de fizică care să elaboreze, într-un interval de timp relativ scurt, o culegere de probleme ca un material ajutător pentru elevii de la toate tipurile de licee în scopul consolidării şi sistematizării informaţiei prevăzute în actuala programă de fizică.

Problemele din această culegere acoperă aproape în întregime actuala programă de fizică şi sînt grupate pe capitole şi teme în conformitate cu programa.

Toate problemele se pot rezolva cu instrumentul matematic dobîndit de elevi în liceu.

Majoritatea problemelor au fost alese dintre problemele existente în diferite culegeri de probleme (conform bibliografiei) şi dintre problemele date la diferite examene.

Există şi un număr de probleme concepute de autorii lucrării.

În vederea deprinderii elevilor cu diferite moduri de formulare a problemelor s-a modificat cît mai puţin posibil textul iniţial al problemelor.

La fiecare temă s-au prezentat cîteva probleme rezolvate cu scopul de a constitui modele de rezolvare pentru problemele propuse.

Toate problemele au răspunsuri, în partea a doua a lucrării, mai mult sau mai puţin detailate în funcţie de gradul lor de dificultate.

Rezolvarea problemelor prezentate în această culegere va contribui la clarificarea, înţelegerea aprofundată a noţiunilor teoretice precum şi la formarea deprinderilor de a depăşi dificultăţile ce apar în rezolvarea problemelor de fizică fiind astfel de un real folos şi la pregătirea examenelor pentru treapta a doua de liceu şi admitere în învăţămîntul superior.

BIROUL SOCIETĂŢII DE ŞTIINŢE FIZICE ŞI CHIMICE

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINS

MECANICĂ (M)

1. Mișcarea și repausul 5
2. Principiile mecanicii clasice 9
3. Mișcarea rectilinie uniformă și uniform variată 13
4. Mișcarea corpurilor sub acțiunea greutății 17
5. Forțe de frecare 23
6. Mișcarea circulară 30
7. Lucrul mecanic-Energia mecanică 34
8. Impulsul mecanic 40
9. Echilibrul corpurilor 45
10. Mecanica fluidelor 52
11. Oscilații mecanice 55
12. Unde elastice 60

FENOMENE TERMICE (T)

1. Fizică moleculară 65
2. Termodinamică 74
3. Fenomene capilare 84
4. Dilatare 85
5. Schimbări de stare 86

ELECTRICITATE (E)

1. Electrostatică 91
2. Electrocinetică 114
3. Electromagnetism 136
4. Curent alternativ 153

ELECTRONICĂ (EL)

1. Tuburi electronice 176
2. Dioda semiconductoare 191
3. Tranzistorul 205
4. Fizica solidului 221
5. Oscilații și unde electromagnetice 231

OPTICĂ FIZICĂ (OF)

1. Optică ondulatorie 243
2. Optică fotonică 267

OPTICĂ GEOMETRICĂ (OG)

1. Fotometrie 279
2. Reflexie și refracție 282

Scanned with OKEN Scanner

3. Imagini în dioptri reflectători 288
4. Imagini în dioptri transparenţi 293
5. Imagini în sisteme de lentile, oglinzi, lame cu feţe plan paralele şi prisme 298

FIZICĂ ATOMICĂ(A) 303

FIZICĂ NUCLEARĂ (N) 335

INDICAŢII ŞI RĂSPUNSURI (R)

1. Mecanică 351
2. Fenomene termice 374
3. Electricitate 383
4. Electronică 443
5. Optică fizică 457
6. Optică geometrică 463
7. Fizică atomică 466
8. Fizică nucleară 479

BIBLIOGRAFIE 495

Scanned with OKEN Scanner

MECANICA

I. MIȘCAREA ȘI REPAUSUL

M.1. Doi vectori, $\vec{a}$ și $\vec{b}$ au modulele $a = b = 10$ m și sînt orientați ca în figură. Vectorul lor sumă este $\vec{r}$. Să se afle : a) care sînt componentele vectorilor $\vec{a}$, $\vec{b}$ și $\vec{r}$; b) care este modulul vectorului $\vec{r}$; c) care este unghiul făcut de vectorul $\vec{r}$ cu axa Ox.

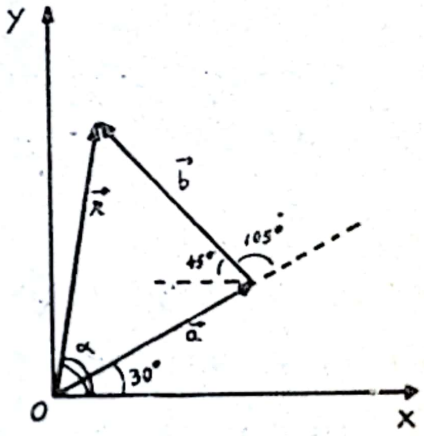


Fig. M.1.

REZOLVARE

a) Se proiectează vectorii, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{r}$ pe axele Ox și Oy.

— Componentele vectorului $\vec{a}$ sînt :

$$a_x = a \cos 30° = 8{,}65 \text{ m}$$

$$a_y = A \sin 30° = 5 \text{ m}.$$

— Componentele vectorului $\vec{b}$ sînt :

$$b_x = -b \cos 45° = -7{,}05 \text{ m}$$

$$b_y = b \sin 45° = 7{,}05 \text{ m}.$$

— Componentele vectorului $\vec{r}$ sînt :

$$r_x = a_x + b_x = 1{,}6 \text{ m}$$

$$r_y = a_y + b_y = 12{,}05 \text{ m}.$$

b) Modulul vectorului $\vec{r}$ se calculează astfel :

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = 12{,}15 \text{ m}.$$

c) Unghiul făcut de vectorul $\vec{r}$ cu axa OX se calculează astfel :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r_y}{r_x} \; ; \qquad \alpha = \operatorname{arc\,tg} \frac{r_y}{r_x} = 82°29'.$$

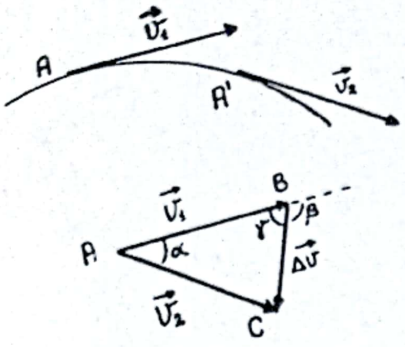


Fig. M.2.

M.2. Un obiect care se mișcă pe o traiectorie și are viteza constantă de 2 m/s își schimbă direcția cu 30° în 3 s.

a) Care este variația vectorului viteză în acest interval de timp?

b) Care este accelerația medie în acest interval de timp?

REZOLVARE

a) Variația vitezei este : $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, unde $\vec{v}_1$ este viteza în punctul A și $\vec{v}_2$ este viteza în punctul A' :

Din triunghiul ABC rezultă :

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{2v}, \quad |\Delta\vec{v}| = 2v \sin\frac{\alpha}{2} = 1{,}04 \text{ m/s}.$$

Direcția lui $\Delta\vec{v}$ este dată de unghiul β (dintre vectorul $\vec{v}_1$ și vectorul $\Delta\vec{v}$:) $\beta = 180° - \gamma$; $\gamma = \dfrac{180° - \alpha}{2}$;

$$\beta = 105°.$$

c) Accelerația medie este : $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

— $a_m = 0{,}35$ m/s^2;

— direcția accelerației medii este aceiași cu a lui $\Delta\vec{v}$.

M.3. Busola unui aeroplan arată că acesta se îndreaptă către est cu viteza de 300 km/h. Informația de la sol arată prezența unui vînt care suflă către nord cu viteza de 60 km/h. a) Să se determine viteza aeroplanului față de sol ; b) Ce direcție trebuie să păstreze pilotul în aer pentru ca aeroplanul să zboare exact spre est? Care este viteza aeroplanului față de sol în acest caz?

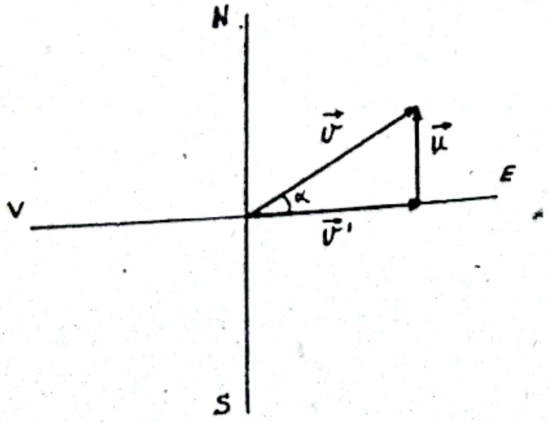


Fig. M. 3. a.

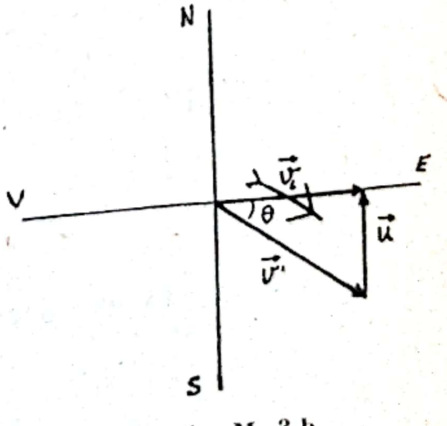


Fig. M. 3.b.

REZOLVARE

a) Se alege un sistem de axe perpendiculare orientate pe direcțiile N—S și E—V. Viteza aeroplanului față de sol este :

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$, unde $\vec{v}'$ este viteza aeroplanului față de aer și $\vec{u}$ este viteza aerului față de sol.

$$v = 306 \text{ km/h};$$

Orientarea vitezei față de sol este dată de unghiul α,

$$\alpha = \text{arctg}\frac{u}{v'} = 11°20'.$$

b) Deplasarea se face după direcția lui $\vec{v}'$, deci unghiul pe care trebuie să-l facă aeroplanul în aer cu direcția V—E este θ

$$\theta = \text{arctg}\frac{u}{v_1} = 11°32'$$

Viteza aeroplanului față de sol în acest caz este

$$\vec{v}_1 = \vec{v}' + \vec{u}$$

$$v_1 = \sqrt{v'^2 - u^2} = 294 \text{ km/h}.$$

M.4. Un automobil se deplasează rectiliniu între punctele A de coordobate (1, 2) și B de coordonate (3, 4). a) Să se construiască vectorii de poziție ai celor două puncte și vectorul deplasare al automobilului ; b) Care sînt lungimea și direcția deplasării ?

M.5. Puteți parcurge următoarele distanțe, una după alta, în orice ordine doriți : (a) mergeți 3 m spre est, (b) mergeți 2 m spre nord, (c) mergeți 3 m spre vest. Care este depărtarea față de punctul de plecare la sfîrșitul acestui parcurs ?

M.6. Presupuneți că aveți trei bastoane cu lungimile de : 1, 2, 1,5 și 1,8 m care pot fi asamblate la capete sub un unghi de 90°. a) Care este cea mai mare depărtare posibilă între capetele neasamblate ale bastoanelor ? b) Vectorii deplasare pot fi adunați în orice ordine iar rezultatul este același. De ce obțineți în această însă problemă lungimi diferite între capetele neasmablate dacă schimbați ordinea bastoanelor ?

M.7. Un om urmează următorul parcurs : de la casa lui patru blocuri spre est, trei spre nord, trei spre est, șase spre sud, trei spre vest, trei spre sud, două spre est, două spre sud, opt spre vest, șase spre nord și două spre est. Cît de departe de casa lui și pe ce direcție se va afla ?

M.8. Un vehicul se deplasează spre est cu o distanță de 50 km. Apoi spre nord cu 30 km și în continuare într-o direcție de 30° la est de nord cu 25 km. Să se traseze diagrama vectorilor și să se determine deplasarea totală a vehiculului de la punctul său de plecare.

Scanned with OKEN Scanner

M.9. O particulă suferă trei deplasări succesive într-un plan, după cum urmează : 4,0 m spre S—V, 5,0 m spre est, 6,0 m într-o direcţie de 60° spre N—E. Alegînd axa Oy spre nord şi axa Ox spre est, să se afle : a) componentele fiecărei deplasări ; b) componentele deplasării rezultante ; c) mărimea şi direcţia deplasării rezultante ; d) deplasarea care ar fi necesară pentru aducerea înapoi a particulei la punctul de plecare.

M.10. Să se afle suma vectorilor deplasare $\vec{c}$ şi $\vec{d}$ ale căror componente în kilometri de-a lungul a două direcţii perpendiculare sînt : $c_x = 5{,}0$ şi $c_y = 0$; $d_x = -3{,}0$ şi $d_y = 4{,}0$.

M.11. O cameră are dimensiunile $3{,}0 \times 3{,}6 \times 4{,}2$ m^3. O muscă zburînd dintr-un colţ ajunge în colţul diametral opus. a) Care este modulul deplasării sale ? b) Poate fi lungimea drumului ei mai mică decît această distanţă ? Mai mare decît această distanţă ? Egală cu această distanţă ? c) Să se aleagă un sistem convenabil de coordonate şi să se afle componentele vectorului deplasare în acest sistem de referinţă.

M.12. O săgeată lansată dintr-un arc a fost accelerată într-un interval de timp de 0,02 s. Dacă viteza sa în momentul în care a părăsit arcul era de 60 m/s, care a fost acceleraţia medie imprimată de arc ?

M.13. Un electron cu viteza iniţială de $1{,}0 \cdot 10^4$ m/s intră într-o regiune unde este accelerat electric. Electronul iese cu o viteză de $4{,}0 \cdot 10^6$ m/s după un interval de timp de 5 ns. Care a fost acceleraţia sa presupusă constantă ?

M.14. O rachetă se mişcă în cosmos cu o acceleraţie constantă egală cu 9,8 m/s^2. Dacă ea pleacă din repaus, ce interval de timp îi trebuie pentru a atinge o viteză egală cu o zecime din viteza luminii în vid ?

M.15. Un gîndac aşezat în centrul unui disc de pick-up se mişcă cu viteză constantă, radial spre marginea discului. Descrieţi mişcarea gîndacului aşa cum o vedeţi dumneavoastră de sus, atunci cînd discul are o viteză de 16 rot/min şi gîndacului îi trebuie 15 s pentru a se deplasa din centrul discului pînă la margine.

M.16. Trei licurici X, Y, Z se află pe o bicicletă care se mişcă în noapte. X este chiar în centrul uneia din osii. Y este pe janta roţii, Z este pe cadrul bicicletei în afara circumferinţei jantei. Desenaţi schiţe şi descrieţi în cuvinte mişcările :

a) lui X şi Y văzute de Z ; b) lui Y şi Z văzute de X ; c) lui X şi Z văzute de Y ; d) ale celor trei licurici văzuţi de un observator solidar cu şoseaua.

M.17. Un copil aflat într-un vagon care se mişcă cu o viteză constantă aruncă o minge vertical în sus în aer. a) Va cădea mingea în spatele lui ? în faţa lui ? în mîna lui ? b) Ce se întîmplă dacă vagonul accelerează înainte sau intră în curbă în timp ce mingea se află în aer ?

M.18. Un om, aflat pe platforma de observaţie a unui tren care se mişcă cu viteză constantă, lasă să cadă o monedă aplecîndu-se peste fereastră. Să se descrie traiectoria monedei văzută de : a) omul din tren ; b) o persoană care stă pe pămînt în apropierea căii ferate ; c) o persoană

Scanned with OKEN Scanner

aflată într-un alt tren care se mișcă în sens opus față de primul tren pe o cale ferată paralelă.

M.19. Un transatlantic se deplasează cu 18 km/h. Un pasager de pe punte se îndreaptă spre pupa vaporului cu o viteză de 4,0 m/s. După ce a mers 30 m se întoarce spre dreapta și merge cu aceiași viteză spre balustradă, care se află la 12 m de la punctul în care s-a întors. a) Care este viteza relativă față de suprafața apei, în timp ce merge spre pupă? Dar în timp ce merge spre balustradă? b) Desenați vectorii deplasare relativă față de suprafața apei, în timpul plimbării. Care este deplasarea totală față de punctul de pornire?

M.20. Un avion menține direcția corect spre sud cu o viteză de 540 km/h. El zboară trecînd printr-un curent de aer care se deplasează spre est cu o viteză de 250 km/h. a) În ce direcție se deplasează avionul față de sol? b) Care este viteza avionului față de sol? c) Ce distanță deasupra solului străbate avionul în 15 minute?

M.21. Pe o apă liniștită un om poate vîsli o barcă cu 8 km/h. a) Dacă el vîslește exact perpendicular pe direcția unui curent ce curge cu 3 km/h, care va fi direcția traiectoriei sale și care ava fi viteza sa față de mal? b) În ce direcție ar trebui să vîslească omul, pentru a trece perpendicular pe curent? care ar fi viteza bărcii în acest caz?

M.22. Pilotul unui avion direște să ajungă într-un loc situat la 200 km est de poziția sa actuală. Vîntul bate dinspre N—V cu 30 km/h. Calculați vectorul viteză în raport cu masa de aer dacă orașul îi cere pilotului să ajungă la destinație în 40 minute.

II. PRINCIPIILE MECANICII CLASICE

M.23. O mașină poate accelera cu 3 m/s². Care este accelerația sa dacă remorchează o altă mașină asemănătoare?

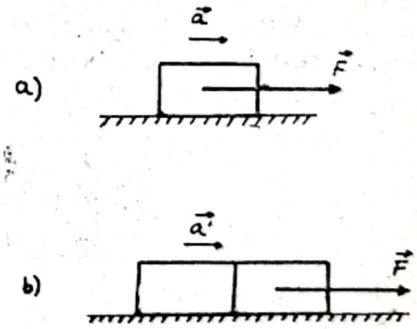


Fig. M.23.

REZOLVARE

Forța de gtracțiune a automobilului nu se modifică, rezultă:

1. $\vec{F} = m\vec{a}$
2. $\vec{F} = 2m\vec{a}$

$$a' = \frac{a}{2} = 1{,}5 \text{ m/s}^2.$$

M.24. Doi bărbați și un copil trag o barcă de-a lungul unui canal. Cei doi bărbați trag cu forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ ale căror module și direcții sînt indicate în figura M.24-a. Găsiți modulul și direcția forței celei mai mici pe care copilul ar putea să o exercite pentru a reține barca pe mijlocul canalului.

Scanned with OKEN Scanner

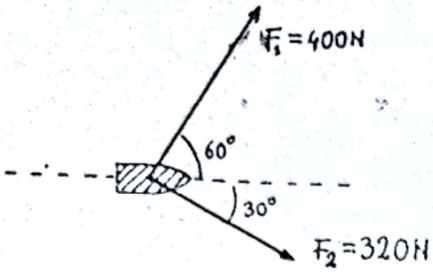


Fig. M. 24—a

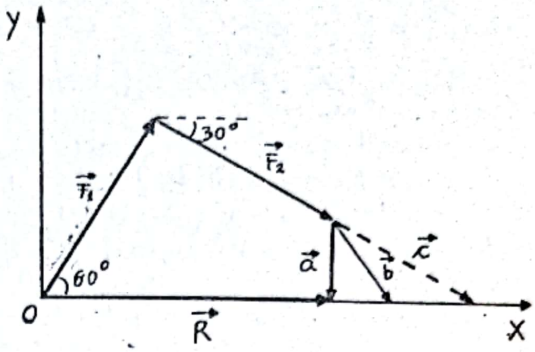


Fig. M. 24—b

REZOLVARE

Trebuie ca rezultanta celor trei forțe să aibă direcția canalului. Adunînd forțele cu regula conturului poligonal se obține figura M.24-b.

Oricare din vectorii $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ adunați cu $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ dau o rezultantă de-a lungul direcției Ox (în lungul canalului). Forța cu cel mai mic modul este $\vec{a}$, perpendiculară pe canal.

Pentru calculul modulului vectorului $\vec{a}$ se proiectează vectorii pe axele Ox și Oy și se pune condiția ca $R_y = 0$:

$$R_y = F_1 \sin 60° - F_2 \sin 30° - a = 0,$$

$$a = F_1 \sin 60° - F_2 \sin 30°$$

$$a = 186 \text{ N}.$$

M.25. Un ascensor pornește din repaus în sus, cu o accelerație constantă. După 4 secunde atinge viteza de 5 m/s și continuă să se urce cu această viteză pînă ajunge la distanța de 4 m în fața punctului de oprire. În acest punct i se aplică o forță de frînare și viteza sa începe să se micșoreze astfel încît să se oprească la punctul stabilit. Dacă în ascensor se

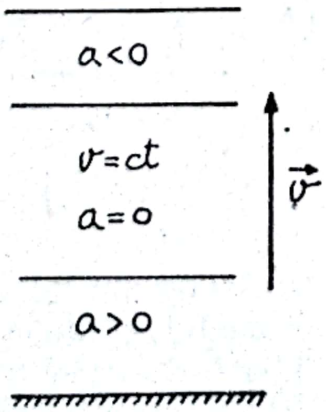


Fig. M. 25—a

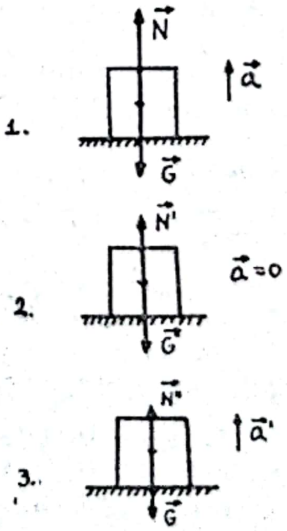


Fig. M. 25—b.

află un om cu masa de 60 kg să se determine forța de apăsare exercitată de picioarele sale pe podea în cele trei etape ale mișcării.

REZOLVARE

Ascensorul are 3 tipuri de mișcări : 1-uniform accelerată, 2-uniformă 3-uniform încetinită.

Principiul acțiunii și reacțiunii arată că forța pe care omul o exercită asupra podelei este egală în modul cu forța pe care podeaua o exercită asupra omului (N). Cele două forțe au aceiași direcția dar sensuri opuse.

1. $m\vec{a} = \vec{G} + \vec{N}$; $ma = N - G$; $N = ma + G$,

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}; \quad N = 663 \text{ N}.$$

2. $O = \vec{N} + \vec{G}$; $O = N' - G$; $N' = G = 588$ N
3. $m\vec{a}'' = \vec{N}'' + \vec{G}$; $ma'' = G - N''$; $N'' = G - ma''$

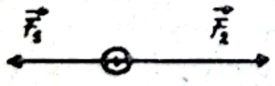
$$a'' = \frac{v^2}{2h}; \quad N'' = 400{,}5\text{N}.$$

M.26. Să presupunem că viteza unui mobil crește astfel încît la început el se deplasează cu 10 cm/s, cu 12 cm/s la sfîrșitul secundei următoare, cu 14 cm/s la sfîrșitul secundei ce urmează, ș.a.m.d. Ce puteți spune despre forța care acționează asupra mobilului.

M.27. Un obiect care alunecă pe un suport cu frecare foarte mică este tras cu o forță constantă. Într-un interval de timp de 0,3 s viteza se schimbă de la 0,2 m/s la 0,4 m/s. La o a doua încercare obiectul este tras cu o forță diferită. În același interval de timp viteza variază de la 0,5 m/s la 0,8 m/s. a) Care este raportul dintre cea de a doua forță și prima? b) Dacă corpul este tras cu cea de a doua forță un interval de timp de 0,9 s, ce variație a vitezei rezultă?

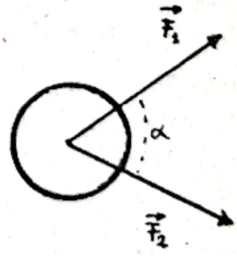
M.28. O forță de 5N imprimă unei mase m_1 o accelerație de 8 m/s², iar unei mase m_2, o accelerație de 24 m/s². Ce accelerație ar imprima forța celor două mase dacă ele ar fi însumate?

M.29. Care ar fi acceleràția corpului din fig. M.29 dacă masa sa ar fi de 0,50 kg, $F_2 = 10$ N și $F_1 = 6$ N?



← Fig. M. 29

Fig. M. 30 →

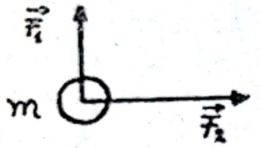


M.30. Care este forța rezultantă și accelerația corpului din fig. M.30 dacă $m = 1$ kg, $\alpha = 60°$ iar $F_1 = F_2 = 2$N?

Scanned with OKEN Scanner

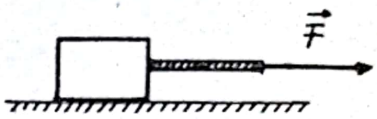
M.31. Doi oameni vor să doboare un copac cu ajutorul unei funii fixate în apropiere de vîrf. Dacă folosesc numai o funie, copacul va cădea peste ei. Pentru a evita aceasta, ei leagă două funii de 10 m în același loc și stau la 10 m depărtare cînd trag de funii. Dacă fiecare trage cu o forță de 300 N, care este forța exercitată de funii asupra copacului?

M.32. Un corp de masă m este acționat de două forțe $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ așa cum se arată în fig. M.32. Dacă $m = 5{,}0$ kg, $F_1 = 3{,}0$ N și $F_2 = 4{,}0$ N, să se afle accelerația corpului (modul, direcție și sens).



← Fig. M. 32

Fig. M. 33 →



M.33. Un bloc de masă M este tras deasupra unei suprafețe orizontale fără frecări cu ajutorul unei sfori de masă m ca în fig. M.33. La capătul sforii se aplică o forță F. a) Să se afle accelerația blocului și a sforii. b) S se afle forța pe care sfoara o exercită asupra blocului M exprimată în funcție de F, M și m.

Aplicație numerică: $M = 2$ kg, $m = 0{,}1$ kg, $F = 3$ N.

M.34. Un corp cu masa de 30 kg este acționat de forța gravitației în jos și de o forță orizontală de 588 N. Să se afle accelerația (modul și orientare) corpului.

M.35. Trei blocuri sînt legate așa cum se arată în fig. M.25, pe o masă orizontală fără frecări și trase spre dreapta cu o forță $T_3 = 60$ N. Dacă $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 20$ kg și $m_3 = 30$ kg să se afle tensiunile T_1 și T_2.

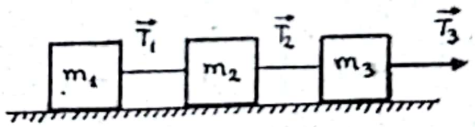


Fig. M. 35

M.36. Cum ar putea fi coborît un obiect de 1,00 kN de pe un acoperiș folosind un fir cu tensiunea de rupere de 0,90 kN, fără a rupe firul?

M.37. Să se calculeze accelerația inițială în sus a unei rachete cu masa de $1{,}3 \cdot 10^4$ kg dacă forța inițială de propulsie în sus a motoarelor sale este de $2{,}6 \cdot 10^5$N. Se poate neglija greutatea rachetei?

M.38. O sferă încărcată cu masa de $3{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg este suspendată printr-un fir. O forță electrică acționează orizontal asupra sferei astfel încît firul formează un unghi α ($\operatorname{tg} \alpha = 3/4$) cu verticala cînd este în echilibru. Să se afle: a) valoarea forței electrice; b) tensiunea din fir.

M.39. O locomotivă exercită asupra unui tren o forță de tracțiune la cîrlig egală cu o zecime din greutatea acesteia; masa locomotivei este $m_1 = 50$ t și a trenului $m_2 = 600$ t. Rezistențele opuse mișcării sînt presupuse constante și egale cu $R = 60$ N/t. a) Să se calculeze accelerația

Scanned with OKEN Scanner

pe care locomotiva o imprimă trenului pe un drum orizontal; b) Trenul plecînd din repaus, să se determine drumul parcurs pînă în momentul în care va atinge viteza $v = 60$ km/h; c) Care va fi timpul necesar parcurgerii acestei distanțe?

M.40. Un ascensor cu masa $M = 500$ kg este tras cu un cablu. A. Să se calculeze tensiunea T din cablu în următoarele cazuri: a) ascensorul este oprit; b) ascensorul este în mișcare uniform accelerată cu accelerația $a = 1{,}5$ m/s^2; c) ascensorul este în mișcare uniformă.

B. Un dinamometru suspendat de tavanul ascensorului susține un corp cu masa $m = 1$ kg. Ce va indica dinamometrul în următoarele situații: a) în mișcare de tipul $A-b$; b) în căderea liberă a ascensorului, cablul fiind rupt. Se va lua $g = 10$ m/s^2.

M.41. De tavanul unui ascensor ce se ridică cu accelerația $a = 1{,}2$ m/s^2 este fixat un dinamometru de care atîrnă un scripete ce se poate roti liber în jurul unui ax orizontal. Peste scripete este trecut un fir, de capetele căruia sînt legate două corpuri cu masele $m_1 = 200$ g, respectiv $m_2 = 300$ g. Neglijînd masa scripetelui și a firului, să se determine indicația dinamometrului.

III. MIȘCARE RECTILINIE UNIFORMĂ ȘI UNIFORM VARIATĂ

M.42. Din Giurgiu spre București pleacă la ora 8 un avion, la ora 8,2 minute și 3 secunde pleacă din București spre Giurgiu un alt avion cu viteza $v_2 = 360$ km/h. Ele se întîlnesc la distanța $d = 23$ km de București. Știind că distanța, în linie dreaptă, între București și Giurgiu este $D = 69$ km, să se determine: a) viteza v_1 a primului avion; b) ora întîlnirii avioanelor.

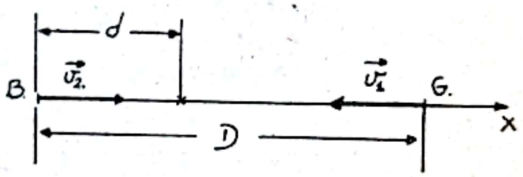


Fig. M. 42

REZOLVARE

Direcția de mișcare se alege ca axă de coordonate cu originea în București și sensul de la București spre Giurgiu.

Condițiile de întîlnire sînt:

$$x_1 = x_2 = d$$

$$t_1 = t_2 = t$$

Legile de mișcare sînt:

$$x_1 = D - v_1 t_1$$

$$x_2 = v_2(t_2 - t_{02})$$

Înlocuind în condițiile de întîlnire coordonatele de poziție cu expresiile date de legile de mișcare se obține:

$$D - v_1 t = v_2(t - t_{02}) = d$$

Scanned with OKEN Scanner

Din acest sistem de ecuații rezultă:

a) $v_1 = \dfrac{v_2(D-d)}{d + t_{02}\, v_2}$; $v_1 \simeq 460$ km/h

b) $t = \dfrac{D-d}{v_1}$; $t = 8\text{h } 5\text{ min } 52\text{ s}$

M.43. Un tren pornește din repaus și se mișcă cu accelerație constantă. La un moment dat el are viteza de 9 m/s și după ce mai parcurge o distanță de 480 m el atinge viteza de 15 m/s. Să se calculeze: a) accelerația; b) intervalul de timp necesar pentru a parcurge distanța de 480 m; c) distanța parcursă din repaus pînă în momentul cînd trenul atinge 9 m/s.

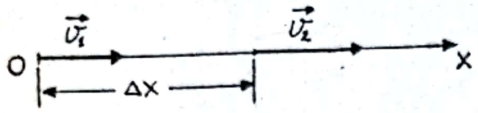


Fig. M. 43

REZOLVARE

a) Accelerația se calculează din legea lui Galileo Galilei

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x\,; \quad a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\Delta x}\,; \quad a = 0{,}15\ \text{m/s}^2\,.$$

b) Intervalul de timp se calculează din legea vitezei:

$$v_2 = v_1 + a\Delta t\,; \quad \Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a}\,; \quad \Delta t = 40\ \text{s}$$

c) Distanța parcursă se calculează din legea coordonatei de poziție:

$$x_1 = x_0 + \frac{1}{2}\,a\Delta t'^2\,; \quad \Delta x = \frac{1}{2}\,a\Delta t'^2\,; \quad \Delta x = 270\ \text{m}.$$

M.44. Un tren de marfă se deplasează pe o cale ferată cu viteza $v_1 = 40$ km/h. La un kilometru în urma sa apare un expres ce se deplasează în același sens cu viteza $v_2 = 70$ km/h. Expresul are nevoie de 2 km pentru a se opri. Presupunînd accelerația de frînare constantă, să se afle: a) Ce interval de timp este necesar expresului pentru a se opri; b) Care este accelerația în timpul frînării; c) Se ciocnesc cele două trenuri?

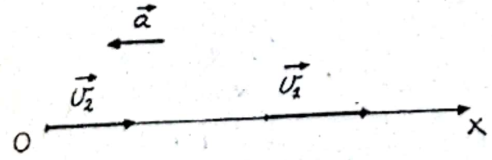


Fig. M. 44

REZOLVARE

b) Expresul frînează, deci va avea accelerația negativă. Se aplică legea lui Galilei:

$$v^2 = v_2^2 - 2a\Delta x = 0$$

$$a = \frac{v_2^2}{2\Delta x}\,; \quad a = 1225\ \text{km/h}^2\,;$$

Scanned with OKEN Scanner

b) Intervalul de timp pînă la oprire se calculează din legea vitezei :

$$v = v_2 - a\Delta t; \quad \Delta t = \frac{v_2}{a}; \quad t = 205 \text{ s}.$$

c) Pentru a afla dacă se produce ciocnirea se pun condiţiile : $x_1 = x_2$ şi $t_1 = t_2$. (condiţii de întîlnire). În aceste relaţii de condiţie se înlocuiesc coordonatele de poziţie cu expresiile lor date de legile de mişcare :

$$x_1 = d + v_1 t_1 \text{ şi } x_2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2,$$

obţinîndu-se o ecuaţie de gradul al doilea :

$$at^2 + 2(v_1 - v_2)\, t + 2d = 0.$$

Dacă această ecuaţie are soluţii reale trenurile se ciocnesc. Calculînd discriminantul

$$\Delta = \sqrt{(v_1 - v_2)^2 - 2ad} = \sqrt{-1550}$$

rezultă că ecuaţia nu are soluţii reale deci trenurile nu se ciocnesc.

M.45. Un tren se deplasează cu 96 km/h un intetal de timp de 0,52h ; cu 48 km/h în alt interval de timp de 0,24 h şi cu 112 km/h în intervalul de timp de 0,71 h. Care este viteza sa medie ?

M.46. Două automobile pleacă simultan din oraşele A şi B, mergînd unul spre celălalt. Automobilele se întîlnesc după o oră şi fără a se opri, îşi continuă drumul fiecare cu viteza anterioară. Primul automobil ajunge în oraşul B cu 37 minute mai tîrziu decît ajunge al doilea în A. Ce viteză au avut cele două automobile dacă distanţa AB este de 90 km ?

M.47. Două autocamioane pleacă în acelaşi moment din Bucureşti. din dreptul bornei kilometrice zero, pe şoseaua Bucureşti Craiova. Un autocamion are viteza $v_1 = 30$ km/h, iar celălalt viteza $v_2 = 25$ km/h. Să se determine : a) după cît timp punctul unde se află borna kilometrică 66 se găseşte la mijlocul distanţei dintre cele două autocamioane ; b) care este borna kilometrică prin faţa căreia al doilea autocamion trece la o oră după primul.

M.48. Un tren trece cu viteza $v = 20$ m/s paralel cu un zid lung care se află la o distanţă necunoscută x. Un călător din tren descarcă o armă şi după 3 s aude ecoul. Dîndu-se viteza sunetului $v_s = 340$ m/s să se determine distanţa x.

M.49. Două trenuri fiecare avînd lungimea 125 m, se apropie unul de altul pe linii paralele cu vitezele de 45 km/h, respectiv 60 km/h. Să se calculeze intervalul de timp scurs între momentele cînd trenurile se întîlnesc şi momentul depăşirii complete.

M.50. Care este timpul necesar unei bărci pentru a traversa un rîu : a) pe drumul cel mai scurt ; b) în timpul cel mai scurt. Se dau : viteza rîului v, lăţimea rîului a, viteza bărcii faţă de apă u ($u > v$).

Scanned with OKEN Scanner

M.51. Un bob are o accelerație constantă de 1,0 m/s² cînd pornește din repaus. a) Cît de repede merge după 5,0 s? b) Cît de departe a ajuns după 5,0 s? c) Care este viteza sa medie în primele 5,0 s? d) cît de departe a ajuns în intervalul de timp în care viteza sa a atins valoarea de 40 m/s?

M.52. O mașină, circulînd inițial cu o viteză constantă, accelerează cu 1,0 m/s² un interval de timp de 12 s. Care a fost viteza mașinii cînd a început să accelereze dacă ea a parcurs 190 m în intervalul de 12 s?

M.53. Un pieton aleargă cu viteza sa maximă de 6,0 m/s pentru a prinde din urmă un autobuz oprit în fața stopului. Cînd se află la 25 m de autobuz se schimbă stopul, iar autobuzul accelerează uniform cu 1,0 m/s². Aflați a) cît de departe trebuie să alerge pentru a prinde autobuzul; b) distanța cea mai mică dintre el și autobuz.

M.54. În momentul cînd semaforul arată verde, un automobil pornește cu accelerația constantă $a = 1{,}8$ m/s². În același moment un autocamion mergînd cu viteza constantă $v = 9$ m/s depășește automobilul. a) La ce distanță de punctul de pornire va depăși automobilul autocamionul? b) Ce viteză va avea automobilul în acel moment?

M.55. Un automobil ce se mișcă cu accelerație constantă parcurge distanța de 60 m dintre două puncte în 6 s. Viteza sa în momentul cînd trece prin al doilea punct este de 15 m/s. a) Care este viteza sa în dreptul primului punct? b) Care este accelerația sa? c) La ce distanță înainte de primul punct a fost vehiculul în repaus?

M.56. Mecanicul unui tren care se mișcă cu o viteză v_1 vede un marfar la o distanță d în fața sa pe aceiași cale ferată, mișcîndu-se în aceiași direcție cu o viteză mai mică v_2. El pune frînele și imprimă trenului o accelerație constantă a. Să se arate că: dacă $d > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$, nu se va produce ciocnirea, iar dacă $d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$, se va produce ciocnirea.

M.57. Două mobile descriu aceiași dreaptă cu accelerațiile constante $a_1 = 3$ m/s² respectiv $a_2 = 2{,}72$ m/s². La momentul $t_0 = 1$ h 56 min 3 s, ele trec împreună prin originea sistemului de coordonate cu vitezele $v_{01} = -13{,}18$ m/s respectiv $v_{02} = 20$ m/s. Să se determine ora la care se întîlnesc a doua oară.

M.58. Două trenuri unul mergînd cu 90 km/h și celălalt cu 120 km/h se îndreaptă unul spre celălalt, de-a lungul unei căi ferate rectilinii. Atunci cînd ele se află la o distanță de 3 km unul de altul, ambii mecanici văd simultan trenul celuilalt și pun frînă. Dacă frînele decelerează fiecare tren cu o accelerație de 1 m/s², să se afle dacă se va produce ciocnirea.

M.59. Un automobil cu masa $m = 500$ kg, care are $v_0 = 36$ km/h, ajunge la viteza $v = 72$ km/h, după ce se află un interval de timp $\Delta t = 20$ s sub acțiunea unei forțe constante F. Să se determine: a) accelerația mișcării și valoarea forței F; b) distanța parcursă în intervalul Δt. Se neglijează frecările.

Scanned with OKEN Scanner

M.60. O bilă de plumb este lăsată să cadă într-un lac de pe o trambulină aflată la înălţimea de 5,0 m deasupra apei. Ea loveşte apa cu o anumită viteză şi apoi se cufundă pînă la fund cu această viteză constantă. Ea atinge fundul lacului după 5,0 s de la cădere. a) Cît de adînc este lacul b) Care este viteza medie a bilei? c) Să presupunem că toată apa este evacuată. Bila este aruncată de pe trambulină astfel încît iarăşi atinge fundul lacului în 5,0 s. Care este viteza iniţială a bilei?

REZOLVARE

Bila se mişcă accelerat cu acceleraţia g pînă la suprafaţa lacului (distanţa $h = 5$ m) şi apoi rectiliniu uniform pînă în fundul lacului (distanţa $h' = ?$).

a) $h' = v\Delta t'$; $v = \sqrt{2gh}$ viteza la suprafaţa apei;

$$\Delta t' = \Delta t - \Delta t_c \qquad \Delta t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$h' = \sqrt{2gh}\left(\Delta t - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)$$

$$h' = 40 \text{ m}$$

b) $v_n = \dfrac{h + h'}{\Delta t}$; $v_m = 9\,\dfrac{m}{s}$

c) $v = v_0 - g\Delta t$; $v^2 = v_0^2 - 2g(h + h')$

$$(v_0 - g\Delta t)^2 = v_0^2 - 2g(h + h')$$

$$v_0 = \frac{g\Delta t}{2} + \frac{h + h'}{\Delta t} = 16\,\frac{m}{s} > 0$$

Bila este aruncată în sus.

M.61. O minge de tenis este lăsată să cadă pe o podea de la o înălţime de la 1,2 m. Ea ricoşează pînă la o înălţime de 0,9 m. Dacă mingea s-a aflat în contact cu podeaua un interval de timp de 0,010 s care a fost acceleraţia sa medie în timpul contactului?

REZOLVARE

Podeaua imprimă mingiei o acceleraţie orientată în sus

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}; \quad a_m = \frac{v_f + v_i}{\Delta t}$$

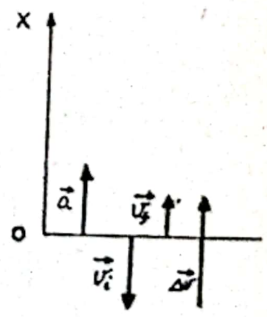


Fig. M. 61

Viteza finală și inițială se exprimă în funcție de înălțimile la care se ridică, respectiv cade mingea :

$$v_i = \sqrt{2gh}\ ;\ a_m = \frac{\sqrt{2gh} + \sqrt{2gh'}}{\Delta t}\ ;\quad a_m = 900\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh'}$$

M.62. O piatră este lăsată să cadă în apă de pe un pod de la 43 m deasupra apei. O altă piatră este aruncată vertical în jos la 1,0 s după aruncarea celei dintîi. Ambele pietre lovesc apa în același moment. a) Care era viteza inițială a celei de a doua pietre? b) Să se reprezinte viteza în funcție de timp pe un grafic pentru fiecare piatră, luînd ca moment inițial, momentul cînd este lăsată să cadă prima piatră.

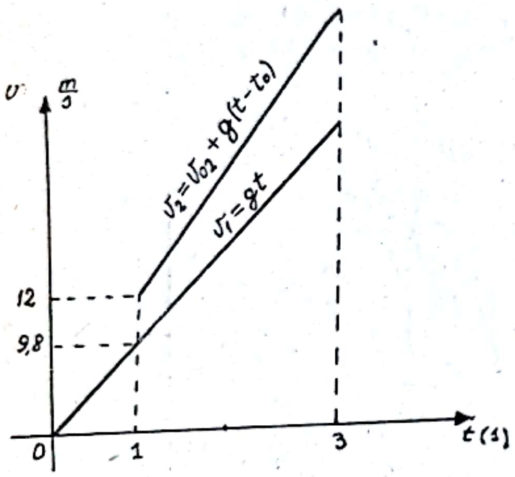


Fig. M. 62

REZOLVARE

a) Condițiile de lovire simultană a apei sînt :

$$x_1 = x_2 = h \text{ și } t_1 = t_2 = t.$$

Legile de mișcare ale celor două pietre sînt :

$$x_1 = \frac{1}{2}\,gt_1^2 \text{ și } x_2 = v_{02}(t_2 - t_{02}) + \frac{1}{2}\,g(t_2 - t_{02})^2.$$

Înlocuind în ecuațiile de condiție expresiile coordonatelor de poziție se obține viteza inițială a celei de a doua pietre :

$$v_{02} = \frac{gt_{02}(2t - t_{02})}{2(t - t_{02})}\ ;\quad \text{unde } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\ ;$$

$$v_{02} = 12\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Legile vitezei pentru cele două pietre sînt :

$$v_1 = gt\ ;\ t \in (0,3)$$

$$v_2 = v_{02} + g(t - t_{02})\ ;\quad t \in (1,3)$$

Mișcarea durează un interval de timp

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \simeq 3\text{s}.$$

Scanned with OKEN Scanner

M.63. O minge de fotbal este lovită cu o viteză inițială de 10 m/s sub un unghi de 45° față de orizontală. Un portar aflat pe linia de gol la 30 m depărtare în direcția loviturii începe să alerge pentru a prinde mingea, în acel moment. Care trebuie să fie viteza sa dacă el trebuie să prindă mingea înainte ca ea să lovească solul? (se va considera $g = 10\ m/s^2$).

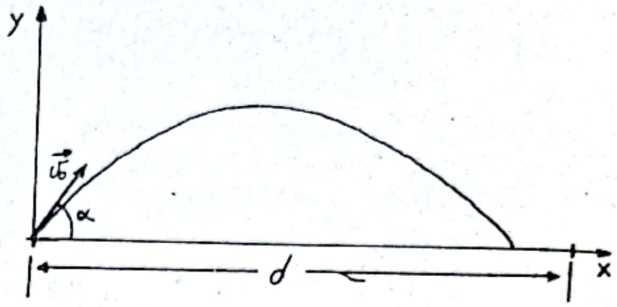


Fig. M. 63

REZOLVARE

În intervalul de timp $\Delta t = 2t_u = 2\dfrac{v_0 \sin \alpha}{g}$, portarul trebuie să străbată distanța $d - x_{max}$ cu viteza v'.

Rezultă $v' = \dfrac{d - x_{max}}{2t_u}$ unde

$$x_{max} = v_0 \cos \alpha \cdot 2t_u = 2\frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$v' = 14\ m/s$$

M.64. Un corp A cu masa $M = 800$ g este așezat pe un plan înclinat pe care poate aluneca fără frecare. Acest corp este fixat la una din extremitățile unui fir trecut peste un scripete, la cealaltă extremitate fiind atîrnat un corp B cu masa $m = 700$ g, ca în figura M.64-a. a) Care trebuie să fie înclinarea planului pentru ca sistemul lăsat liber să capete o accelerație de 1,96 m/s², mișcarea corpului B avînd loc de jos în sus? b) Este posibil să avem o accelerație cu același modul dar sens opus? c) În ce caz accelerația sistemului va fi de 4,9 m/s²? Se vor neglija frecările și masa scripetelui și se va lua $g = 10\ m/s^2$.

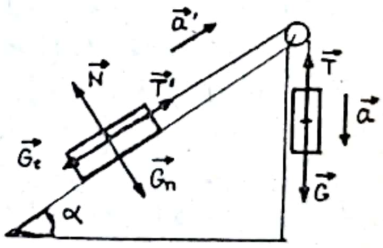


Fig. M. 64—a

REZOLVARE

a) Scriind pentru fiecare corp principiul fundamental al dinamicii obținem :

$$\vec{G} + \vec{T} = m\vec{a} \rightarrow \boxed{mg - T = ma} \qquad (1)$$

$$\vec{T'} + \vec{G}_t + \vec{N} + \vec{G}_n = M\vec{a'} \rightarrow \begin{cases} N - G_n = 0 \\ \boxed{T - Mg \sin \alpha = Ma} \end{cases} \qquad (2)$$

Adunînd relațiile (1) și (2) se obține :

$$mg - Mg \sin \alpha = (m + M)a$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\sin\alpha = \frac{m}{M} - \frac{m+M}{M}\frac{a}{g}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{2}\ ; \quad \alpha = 30^\circ$$

b) Relaţiile (1) şi (2) devin :

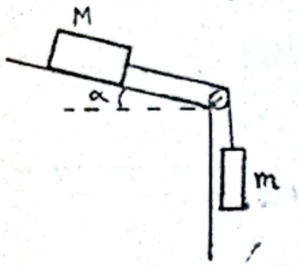


Fig. M.64—b

$$T - mg = ma \tag{3}$$

$$Mg\sin\alpha - T = Ma \tag{4}$$

Adunînd relaţiile (3) şi (4) se obţine :

$$Mg\sin\alpha - mg = (m+M)a$$

$$\sin\alpha = \frac{m+M}{M}\frac{a}{g} + \frac{m}{M}$$

$$\sin\alpha = \frac{10}{8} > 1 \text{ — imposibil}$$

c) Folosind soluţia de la punctul „a" rezultă :

$$\sin\alpha = -\frac{1}{16}\ ; \ \alpha = -3^\circ 35'.$$

Dispozitivul ar arăta ca cel din fig. M. 64-b.

M.65. Care este acceleraţia unei bile de 0,2 kg care cade, în cazul în care cîmpul gravitaţional este de 9,8 N/kg şi rezistenţa aerului ce acţionează asupra bilei este de 0,5 N ?

M.66. O minge de baseball este aruncată în sus, pe verticală. Dacă mingea se menţine în aer 3,00 s şi neglijăm rezistenţa aerului, la ce înălţime maximă a ajuns ?

M.67. Un corp cade liber dintr-un punct A. După un timp Δt_1 ajunge la punctul B cu viteza $v_1 = 29$ m/s. Corpul îşi continuă mişcarea şi ajunge după intervalul de timp Δt_2 în punctul C cu viteza $v_2 = 79$ m/s. Cît de mare este distanţa BC şi în cîte secunde a parcurs-o corpul ?

M.68. a) Cu ce viteză trebuie aruncată o bilă în sus, pentru a atinge înălţimea de 15 m ? b) Ce interval de timp se va afla bila în aer ?

M.69. Dacă un corp pornind din repaus, parcurge jumătate din drumul său total în ultima secundă a căderii ; să se afle durata şi înălţima de la care cade.

M.70. O rachetă este lansată vertical în sus şi urcă cu o acceleraţie constantă de 19,6 m/s² un minut. Combustibilul ei este în acest moment epuizat şi ea continuă să se mişte ca o particulă liberă. a) Care este altitudinea maximă atinsă ? b) Care este intervalul de timp scurs de la pornire şi pînă la întoarcere la sol ?

Scanned with OKEN Scanner

M.71. Un paraşutist după ce se aruncă cu paraşuta cade fără frecare 50 m (fără a deschide paraşuta). După deschiderea paraşutei el decelează cu 2 m/s² şi atinge Pămîntul cu viteza de 3 m/s. a) Cît timp se află paraşutistul în aer? b) De la ce înălţime a sărit paraşutistul?

M.72. O piatră cade în fundul unei fîntîni, zgomotul căderii sale se aude după 4,3 s de la plecare. Care este adîncimea fîntînii? Se va considera viteza sunetului $v = 338$ m/s.

M.73. Un om dă drumul unei pietre într-o fîntînă. Piatra izbeşte fundul fîntînii după o cădere verticală de 98 m. Omul aude această lovitură la 4,76 s după ce a dat drumul pietrei. Să se determine viteza de propagare a undelor sonore în puţ. Se va considera $g = 9{,}8$ m/s² şi se va neglija rezistenţa la înaintarea prin aer.

M.74. Un paraşutist este lansat dintr-un avion. Paraşuta nu se deschide decît după 2 s. a) Neglijînd rezistenţa aerului asupra paraşutistului cu paraşuta închisă să se calculeze distanţa parcursă pînă în momentul cînd se deschide paraşuta; b) Cînd paraşuta este deschisă, intervine rezistenţa aerului şi încetineşte mişcarea paraşutei. Se poate considera această rezistenţă ca fiind proporţională cu pătratul vitezei şi egală cu 44 N pentru o viteză de 1 m/s. Ştiind că paraşutistul are masa $m = 70$ kg, să se calculeze viteza limită a căderii sale; c) Să se indice valoarea maximă a forţei exercitate de paraşută asupra frînghiei care o leagă de paraşutist.

M.75. Dintr-un jgheab de ploaie apa picură pe o podea aflată la 2 m mai jos. Picăturile cad la intervale regulate de timp, prima picătură lovind podeaua în momentul în care cea de-a patra picătură începe să cadă. Să se afle poziţiile picăturilor individuale în momentul cînd o picătură loveşte podeaua.

M.76. Două pietre sînt lansate pe verticală de jos în sus, din acelaşi punct, la un interval de timp de 2 s, prima cu o viteză $v_1 = 20$ m/s a doua cu o viteză $v_2 = 25$ m/s. Să se determine: a) dacă întîlnirea lor va avea loc în timpul urcării sau în timpul coborîrii primei pietre; b) la ce distanţă faţă de punctul de plecare va avea loc întîlnirea şi după ce interval de timp de la plecarea primei pietre? Se va considera $g = 9{,}8$ m/s².

M.77. Un bombardier în picaj zburînd sub un unghi de 53° faţă de verticală, lasă o bombă la o altitudinea de 800 m. Bomba loveşte solul la 5 s după lansare. a) Care este viteza bombardierului? b) Ce distanţă orizontală parcurge bomba în timpul zborului său? c) Care erau componentele orizontală şi verticală ale vitezei bombei înaintea lovirii solului?

M.78. Un jucător loveşte o minge la o înălţime de 1,2 m deasupra pămîntului, astfel că unghiul ei de lansare este de 45° şi bătaia orizontală de 100 m. Mingea ar cădea jos în stînga liniei terenului, dar acolo se află o plasă de 0,8 m înălţime la o distanţă de 90 m de jucător. Va trece mingea peste plasă?

M.79. O sferă cade liber de la o anumită înălţime, vertical pe o placă înclinată faţă de orizontală cu un unghi de 15°. La baza planului

Scanned with OKEN Scanner

înclinat s-a așezat vertical un ecran ce are o deschidere la înălțimea de 27 cm față de orizontală (fig. M.79). De la ce înălțime trebuie să cadă sfera

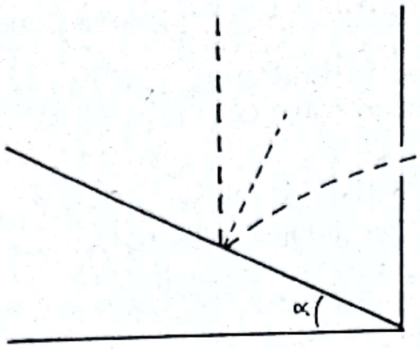


Fig. M. 79

pe planul înclinat într-un punct aflat la 20 cm în fața ecranului pentru a trece prin orificiul din ecran după ce a ciocnit placa? Această ciocnire se consideră ca fiind perfect elastică.

M.80. Un bloc este lăsat liber, din repaus, din vîrful unui plan înclinat fără frecare cu lungimea de 16 m. El ajunge la baza planului după 4 s. Un al doilea bloc este lansat în sus de-a lungul planului de la baza sa în momentul cînd primul bloc este lăsat liber, astfel încît el revine înapoi la baza planului simultan cu primul bloc. a) Să se afle accelerația fiecărui bloc pe planul înclinat ; b) Care este viteza inițială a celui de al doilea bloc c) Cît de sus de-a lungul planului înclinat va urca acesta?

M.81. Un bloc este lansat în sus de-a lungul unui plan înclinat cu o viteză v_0. Unghiul planului înclinat față de orizontală este θ. a) Cît de departe de-a lungul planului se va deplasa blocul? b) În ce inerval de timp? c) Care este viteza sa în momentul cînd revine la baza planului? Se dau valorile : $\theta = 30°$ și $v_0 = 2$ m/s.

M.82. Un bloc alunecă în jos pe un plan înclinat, fără frecări care formează un unghi θ cu podeaua unui lift. Să se afle accelerația sa față de planul înclinat în următoarele cazuri : a) liftul coboară cu viteza constantă v; b) urcă cu viteza constantă v; c) coboară cu accelerația a_0; d) urcă cu accelerația a_0; e) cablul liftului se rupe.

M.83. Masa blocului din figura M.83 este de 20 kg și unghiul $\theta = 30°$. a) Să se afle tensiunea din fir și forța normală care acționează asupra blocului; b) Dacă firul este tăiat să se afle accelerația blocului. Se va neglija frecarea.

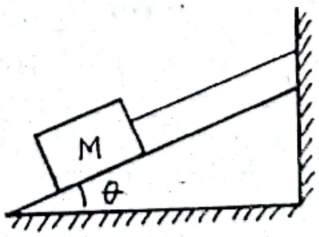


Fig. M. 83

M.84. Un ciclist se deplasează pe un drum orizontal cu o viteză de 8 km/h. El se angajează cu această viteză la o coborîre caracterizată

Scanned with OKEN Scanner

prin variația de nivel de 2 cm pe metru de drum. În acest moment, ciclistul abandonează pedalele și numai acționează asupra bicicletei. Să se calculeze: a) viteza ciclistului după ce va parcurge pe acest drum o distanță $D = 50$ m, considerată din vîrful pantei; b) intervalul de timp necesar pentru a parcurge această distanță. Se neglijează frecările.

M.85. Două cărucioare A și B de cîte 2 kg fiecare sînt legate printr-o sfoară lungă de 2 m. Ele se află pe planul orizontal QP (fig. M.85), urmat de planul înclinat PN lung de 4 m, care este apoi urmat de planul orizontal NM. Diferența de nivel între cele două plane orizontale este de 40 cm. Se așează căruciorul A la capătul de sus al planului înclinat și se lasă liber. a) Care vor fi pozițiile și vitezele celor două cărucioare după 6 s? b) Cînd și unde se vor întîlni cele două cărucioare?

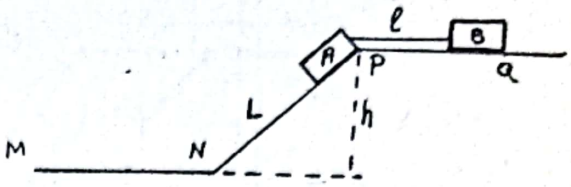


Fig. M. 85

M.86. a) Ce înclinație α ar trebui dată unui plan înclinat, pentru ca un mobil coborînd acest plan fără frecare și cu viteza inițială $v_0 = 1$ m/s, să aibă după 3 s o viteză de două ori mai mare ca viteza v_1 după intervalul de timp $\Delta t_1 = 1$ s? b) Care va fi distanța parcursă în 3 s?

M.87. Un corp greu, de mici dimensiuni, este lăsat să cadă pe verticală de la înălțimea $h = 520$ m. La 2 s după începerea căderii libere a acestui corp se aruncă de jos în sus un al doilea corp cu viteza inițială de 80 m/s. Să se determine: a) momentul și înălțimea la care se întîlnesc cele două mobile; b) viteza relativă cu care trec cele două unul pe lîngă celălalt; c) înălțimea maximă pe care o atinge cel de al doilea corp. Accelerația gravitațională se consideră 10 m/s^2.

V. FORȚE DE FRECARE

M.88. Coada unei perii de parchet, de masă m face un unghi θ cu direcția vertică. Fie μ coeficientul de frecare statică dintre perie și podea Se neglijează masa cozii. a) Să se afle mărimea forței F dirijată de-a lungul cozii, necesară pentru a face peria să alunece cu viteză constantă pe podea; b) Să se arate că dacă θ este mai mic decît un anumit unghi θ_0, peria nu poate fi făcută să alunece pe podea oricît de mare ar fi forța dirijată de-a lungul cozii; c) Cît de mare este unghiul θ_0?

REZOLVARE

a) Deoarece viteza de deplasare trebuie să fie constantă rezultă că accelerația este nulă deci și rezultanta forțelor care acționează asupra periei trebuie să fie nulă. Conform fig. M.88-a rezultă:

$$R_x = F \sin \theta - \mu_c N = 0$$
$$R_y = G + F \cos \theta - N = 0,$$

Scanned with OKEN Scanner

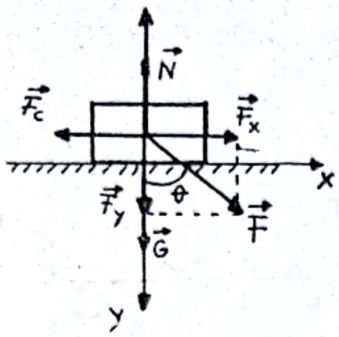


Fig. M. 88—a

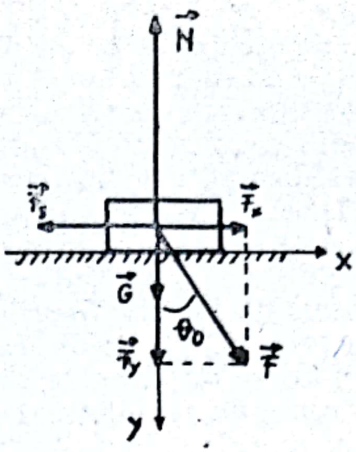


Fig. M. 88—b

relaţii din care se calculează forţa F ca fiind :

$$F = \frac{mg\,\mu_c}{\sin\theta - \cos\theta}.$$

b) Pentru ca peria să nu alunece pe podea trebuie ca forţa de frecare statică să fie mai mare decît componenta tangenţială a forţei F :

$$F_s \geqslant F_x,$$

$\mu_s(mg + F\cos\theta_0) \geqslant F\sin\theta_0$, de unde rezultă
$\mu_s mg \geqslant F(\sin\theta_0 - \mu_s\cos\theta_0)$.
Inegalitatea este adevărată numai în cazul în care
$\sin\theta_0 - \mu_s\cos\theta_0 \leqslant 0$, de unde rezultă

$$\operatorname{tg}\theta_0 \leqslant \mu_s$$

c) $\theta_0 = \text{arc tg}\ \mu_s$.

M.89. Pe un plan orizontal stau una peste alta două cărămizi de 5 kg fiecare, de cărămida de sus se prinde un fir care este fixat de un punct imobil. Firul face un unghi de 30° cu normala la cărămidă. Coeficientul de frecare dintre cărămizi este 0,2 iar frecările plan cărămidă se neglijează. Cu ce forţă orizontală se poate trage cărămida de jos?

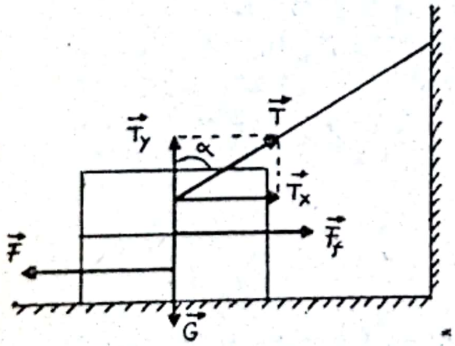


Fig. M. 89

REZOLVARE

Forţa minimă, este egală cu forţa de frecare dintre cele două cărămizi :

$$F = F_f = \mu N, \text{ unde}$$

N este forţa de apăsare exercitată de cărămida superioară :

$$N = mg - T\cos\alpha, \text{ rezultă}$$

$$F = \mu(mg - T\cos\alpha).$$

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece cărămida superioară nu se deplasează rezultă că rezultanta forțelor pe direcția de mișcare este nulă :

$$T \sin \alpha - \mu(mg - T \cos \alpha) \text{ de unde se obține}$$

$$T = \frac{\mu\, mg}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}.$$

Înlocuind în expresia forței valoarea tensiunii rezultă :

$$F = \frac{\mu\, mg}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha} = 7{,}28 \text{ N}.$$

M.90. O scîndură cu greutatea de 50 N este lipită de un perete prin apăsare cu o forță F care face cu orizontala un unghi de 45°. Dîndu-se coeficientul de frecare dintre scîndură și perete $\mu = 0{,}3$ să se determine valoarea forței F pentru ca scîndura să nu cadă.

REZOLVARE

a) Forța orientată în sus (fig. M.90-a).

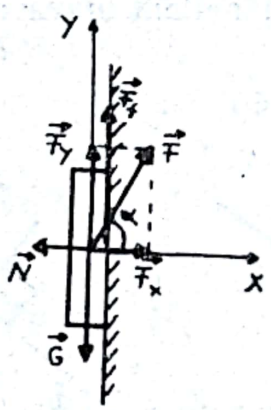


Fig. M. 90—a

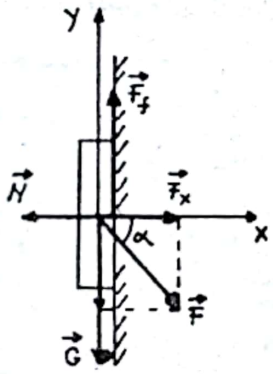


Fig. M. 90—b

$$\vec{R} = 0 \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$$

$$R_x = F \cos \alpha - N = 0$$

$$R_y = F \sin \alpha + \mu N - mg = 0$$

$$F = \frac{mg}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} = 54 \text{ N}$$

b) Forța orientată în jos (fig. M.90-b).

$$R_x = F \cos\alpha - N = 0$$

$$R_y = \mu N - mg - F \sin \alpha = 0$$

$$F = \frac{mg}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha}$$

Scanned with OKEN Scanner

Această soluție este valabilă dacă : $\mu\cos\alpha - \sin\alpha > 0$

$$\mu > \operatorname{tg}\alpha$$

În cazul acestei probleme $(0{,}3 > 1)$ nu este adevărată, deci singura soluție posibilă este cea de la punctul „a".

M.91. Un bloc alunecă în jos pe un plan înclinat de unghi Φ cu viteză constantă. Apoi, el este lansat în sus de-a lungul aceluiași plan cu o viteză inițială v_0. Ce distanță parcurge el în sus pe planul înclinat pînă la oprire? Va aluneca el înapoi?

REZOLVARE

Cînd coboară cu viteză constantă rezultanta forțelor care acționează asupra corpului este nulă, deci :

$$R_x = mg\sin\Phi - \mu_c N = 0$$
$$R_y = mg\cos\Phi - N = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\mu_c = \operatorname{tg}\Phi$$

Cînd corpul este lansat în sus pe planul înclinat mișcarea sa este uniform încetinită cu accelerația :

$$a = -g(\sin\Phi - \mu_c\cos\Phi)$$

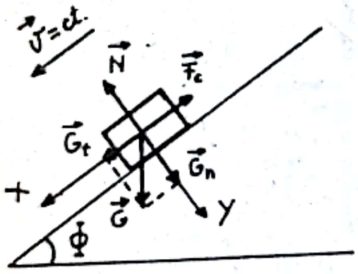


Fig. M. 91—a

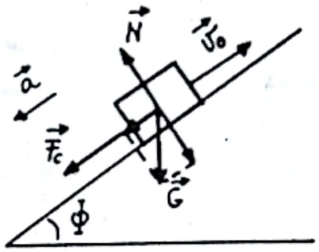


Fig. M. 91—b

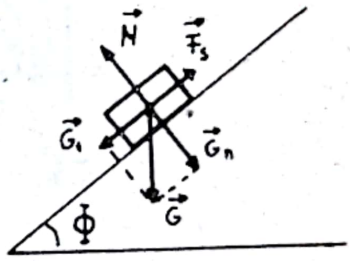


Fig.M. 91—c

Distanța parcursă va fi :

$$\Delta X = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2g(\sin\Phi - \mu\cos\Phi)} = \frac{v^2}{4g\sin\Phi}.$$

La oprire asupra corpului acționează forța de frecare statică și componenta tangențială a greutății. Dacă $F_s > G_t$, corpul nu mai alunecă înapoi.

Pentru cazul acestei probleme rezultă :

$$\mu_s mg\cos\Phi > mg\sin\Phi$$

$$\mu_s > \frac{\sin\Phi}{\cos\Phi} = \mu_c$$

Deoarece întotdeauna $\mu_s > \mu_c$, corpul nu mai alunecă înapoi.

Scanned with OKEN Scanner

M.92. În figura M.92 planele 1 și 2 sînt amîndouă rugoase cu coeficienți de frecare μ_1 și μ_2. Găsiți relația dintre M_1, M_2, θ_1, θ_2, μ_1, μ_2, astfel încît : a) M_1 este gata să alunece pe planul 1 ; b) M_2 este gata să alunece pe planul 2.

REZOLVARE

a) Scriem pentru fiecare corp principiul fundamental al dinamicii newtoniene

$$(1)\quad M_1\vec{a} = \vec{G}_{t1} + \vec{G}_{n1} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{f1};$$

$$\vec{G}_{n1} + \vec{N}_1 = 0 \Rightarrow$$

$$M_1 a = M_1 g \sin\theta_1 - T - M_1 g\, \mu_1 \cos\theta_1$$

$$(2)\quad M_2\vec{a} = \vec{G}_{t2} + \vec{G}_{n2} + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{F}_{f2};$$

$$\vec{G}_{n2} + \vec{N}_2 = 0 \Rightarrow$$

$$M_2 a = T - M_2 g \sin\theta_2 - M_2 g \mu_2 \cos\theta_2$$

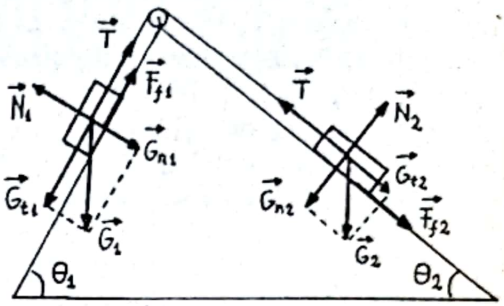


Fig. M. 92

Pentru ca corpul 1 să alunece pe planul 1 în jos trebuie ca : $M_1 a > 0$ și $M_2 a > 0$, rezultă :

$$M_1 g \sin\theta_1 - T - M_1 g \mu_1 \cos\theta_1 > 0$$

$$T - M_2 g \sin\theta_2 - M_2 g \mu_2 \cos\theta_2 > 0$$

$$g(M_1 \sin\theta_1 - M_2 \sin\theta_2) - g(M_1 \mu_1 \cos\theta_1 + M_2 \mu_2 \cos\theta_2) > 0$$

$$\frac{M_1 \sin\theta_1 - M_2 \sin\theta_2}{M_1 \mu_1 \cos\theta_1 + M_2 \mu_2 \cos\theta_2} > 1.$$

b)

$$\frac{M_2 \sin\theta_2 - M_1 \sin\theta_1}{M_1 \mu_1 \cos\theta_1 + M_2 \mu_2 \cos\theta_2} > 1$$

M.93. Un puc de hochei cîntărind 113 g alunecă pe gheață 18 m pînă la oprire. a) Dacă viteza sa inițială era de 0,6 m/s care este forța de frecare dintre puc și gheață ? b) Care este coeficientul de frecare cinetică ? ($g = 10$ m/s^2).

M.94. Un vagon platformă de cale ferată este încărcat cu lăzi care au un coeficient de frecare statică 0,25 cu podeaua. Dacă trenul se mișcă cu 50 km/h, pe ce distanță minimă poate opri trenul fără a permite lăzilor să alunece ?

M.95. Două cărămizi cu masele m_1 și m_2, legate printr-un fir inextensibil sînt acționate respectiv de forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ sub unghiurile α_1 și α_2. Să se determine accelerația sistemului, dacă coeficientul de frecare între cărămizi și planul orizontal este μ.

M.96. Pe un plan orizontal se află un corp cu masa $m_1 = 50$ kg, legat de o sfoară, care trece peste un scripete și are suspendat la celălalt

capăt un corp cu masa $m_2 = 30$ kg. Corpul de masă m_2 este blocat printr-un mijloc oarecare la înălțimea $h = 11{,}025$ m deasupra solului. La un moment dat corpul de masă m_2 este lăsat liber. a) Ce mișcare va avea sistemul celor două corpuri dacă se neglijează toate frecările afară de frecarea dintre plan și corpul de masă m_1? Coeficientul de frecare de alunecare $\mu = 0{,}2$; b) În cît timp corpul de masă m_2 va atinge solul? c) Ce valoare trebuie să aibă masa m_2 pentru ca sistemul să se miște rectiliniu uniform?

M.97. Un bloc de 2 kg din oțel se află în repaus pe o masă orizontală. Coeficientul de frecare statică dintre bloc și masă este de 0,50. a) Care este mărimea forței orizontale care este exact necesară pentru a pune blocul în mișcare? b) Care este mărimea unei forțe acționînd în sus sub 60° față de orizontală care va porni exact blocul? c) Dacă forța acționează în jos sub un unghi de 60° față de orizontală, cît de mare poate fi ea astfeă încît să nu ducă la mișcarea blocului?

M.98. Un bloc de 4,0 kg este așezat deasupra unui bloc de 5,0 kg. Pentru ca blocul superior să alunece peste cel inferior, trebuie aplicată o forță orizontală de 12 N blocului superior în cazul în care blocul inferior este ținut pe loc. Presupunînd că nu au loc frecări cu masa, să se afle : a) forța orizontală maximă F' care poate fi aplicată blocului inferior astfel încît blocurile să se miște împreună ; b) accelerația rezultantă a blocurilor.

M.99. O forță orizontală F de 20N împinge un bloc cîntărind 2 kg pe un perete vertical. Coeficientul de frecare statică dintre perete și bloc este 0,6 iar coeficientul de frecare cinetică este 0,4. Presupunem că inițial blocul nu se mișcă. a) Va începe blocul să se miște? b) Care este forța exercitată asupra blocului de perete?

M.100. Un automobil, avînd la baza unei pante viteza $v = 36$ km/h, urcă pe o pantă fără motor. Cunoscînd coeficientul de frecare $\mu = 0{,}05$ și unghiul de înclinare a pantei $\alpha = 3°$, să se determine intervalul de timp după care viteza automobilului ajunge la 18 km/h.

M.101. Un corp de 2 kg trebuie urcat pe un plan înclinat avînd unghiul de înclinație de 30° și lungimea de 90 m. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este 0,3. Să se determine : a) forța necesară pentru a urca corpul în mișcare uniformă ; b) intervalul de timp în care corpul coboară, dacă este lăsat liber din punctul cel mai de sus.

M.102. Un mobil de masă m este lăsat să cadă fără viteză inițială de la marginea superioară a unui plan înclinat cu înălțimea H și unghiul de înclinație α. Fiind dat coeficientul de frecare să se calculeze : a) unghiul φ sub care alunecarea nu este posibilă ; b) viteza cu care mobilul ajunge la marginea inferioară și durata căderii pentru $\alpha > \varphi$; c) presupunînd că se lansează mobilul de jos în sus cu o viteză inițială egală cu cea atinsă cînd a ajuns la marginea inferioară, să se determine înălțimea h pînă la care se ridică din nou. Să se calculeze h pentru $\alpha = 35°$; $H = 1$ m și $\mu = 0{,}5$.

Scanned with OKEN Scanner

M.103. Căldura produsă prin frecare de schiul în mișcare reprezintă factorul principal care ajută la alunecare în timpul schierii. Schiurile aderă la pornire, dar odată puse în mișcare vor topi zăpada de dedesubt. Ungînd schiurile, apa nu aderă la ele și astfel se reduce frecarea cu pelicula de apă. O reclamă anunță că a produs un nou tip de schiuri din plastic care reduc frecarea și mai mult și că pe o pîrtie lină de 213,5 m în Alpi, un schior a redus durata de la 61 la 42 s cu noile schiuri. a) Să se determine accelerațiile medii pentru fiecare tip de schiuri. b) Presupunînd o pantă de 3°, să se calculeze coeficientul de frecare cinetică în fiecare caz.

M.104. O bucată de gheață alunecă în jos pe un plan înclinat la 45° într-un timp de două ori mai mare decît timpul de alunecare în jos pe același plan dar fără frecare. Care este coeficientul de frecare cinetică între ghiață și planul înclinat.

M.105. Corpul B are masa de 50 kg, iar corpul A de 16 kg, (fig. M. 105). Fiind dat $\mu = 0{,}25$, să se afle accelerația sistemului (B este inițial în mișcare).

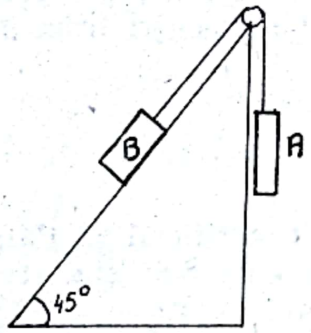


Fig M. 105

M.106. Două plane înclinate la 60° și respectiv 30° se intersectează formînd un unghi drept. Pe linia de intersecție este fixat un mic scripete, considerat fără frecări. De capetele sforii trecute peste scripete sînt legate două corpuri de mase m_1 și m_2. Să se determine condiția ca sistemul să rămînă în repaus, știind că cele două corpuri au același coeficient de frecare de alunecare pe plane și anume 0,2.

M.107. Pe un plan înclinat care se continuă cu o porțiune orizontală, alunecă cu frecare un corp greu. Desemnînd cu h înălțimea planului, cu d proiecția lungimii l a planului pe orizontală și cu μ coeficientul de frecare, să se calculeze : a) viteza pe care o atinge corpul la baza planului înclinat ; b) lungimea drumului parcurs de corp pe porțiunea orizontală a planului pînă la oprire ; c) valoarea pe care ar trebui să o aibă coeficientul de frecare pentru ca mișcarea corpului pe planul înclinat să se facă uniform.

M.108. Fie un plan înclinat cu lungimea $l = 10$ m, care face cu orizontala un unghi $\alpha = 30°$. Din punctul cel mai înalt al planului alunecă cu frecare un corp. Să se determine : a) accelerația corpului pe planul înclinat, cunoscînd coeficientul de frecare $\mu_1 = 0{,}2$. b) viteza cu care ajunge corpul jos după ce a străbătut toată lungimea planului ; c) admițînd că acest corp își continuă mișcarea pe planul orizontal să se afle distanța străbătută pe drumul orizontal pînă la oprire știind că timpul total folosit de corp pînă la oprire este de 5,5 s ; d) care este coeficientul de frecare μ pe planul orizontal ?

Scanned with OKEN Scanner

M.109 O sanie de masă m porneşte din repaus şi coboară, cu frecare neglijabilă pe o pantă de unghi α, un timp t, după care parcurge o porţiune orizontală de lungime L pe care alunecă cu frecare şi urcă apoi, fără frecare, o pantă de unghi β. Se cere : a) viteza saniei în momentul intrării pe porţiunea orizontală ; b) viteza saniei la sfîrşitul porţiunii orizontale ; c) înălţimea pînă la care urcă sania pe panta de unghi β.

M.110. Un corp aruncat pe un suport orizontal cu viteza iniţială de 20 m/s, parcurge în secunda a 5-a distanţa de 5 m. Să se calculeze valoarea coeficientului de frecare şi să se traseze graficul vitezei.

M.111. Un corp cu masa $m = 1$ kg se deplasează cu frecare pe un plan orizontal, coeficientul de frecare fiind $\mu = 0{,}1$. Asupra corpului acţionează o forţă constantă $F = 5$N. Să se determine : a) acceleraţia corpului, dacă forţa F formează cu verticala, deasupra planului orizontal, un unghi $\theta = 30°$; b) pentru ce valoare a unghiului θ_{max}, viteza atinsă de corp după străbaterea distanţei $d = 50$ m din punctul de pornire este maximă şi valoarea maximă a acestei viteze ; c) valoarea maximă a forţei F pentru care corpul rămîne în repaus pentru orice unghi θ. Se va lua acceleraţia gravitaţională 10 m/s^2.

VI. MIŞCARE CIRCULARĂ

M.112. Pentru ca un satelit artificial al Pămîntului să se rotească pe o orbită circulară la înălţimea de 800 km, trebuie să aibă o viteză liniară de 7,5 m/s. Să se calculeze : a) viteza unghiulară ; b) perioada de rotaţie ; c) acceleraţia centripetă a satelitului ; d) de cîte ori înconjoară satelitul Pămîntul în 24 h. Raza medie a Pămîntului este de 6400 km.

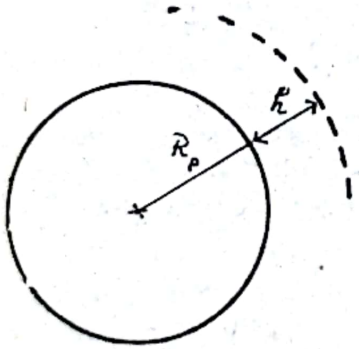


Fig. M. 112

REZOLVARE

a) $v = \omega(R_p + h)$

$$\omega = \frac{v}{R_p + h} \; ; \quad \omega \simeq 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{R_p + h}{v} \; ; \quad T = 1\text{h } 44 \text{ min } 40 \text{ s}$$

c)

$$a_c = \frac{v^2}{R_p + h} \; ; \quad a_c = 7{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

d)

$$\text{n} = \frac{t}{T} \; ; \quad \text{n} = 13{,}7$$

Scanned with OKEN Scanner

M.113. Presupunem că Pământul este perfect rotund și are raza de 6400 km. a) Cu cît se micșorează greutatea unui om cu masa de 100 kg cînd trece de la pol la ecuator, datorită rotației Pământului? b) Cu ce viteză ar trebui să se rotească Pământul pentru ca omul să nu exercite nici o forță asupra unei balanțe la ecuator? c) De cîte ori ar fi mai mare viteza în cazul „b" față de viteza reală?

REZOLVARE

a) $\Delta G = G_p - G_E$

$G_p = mg$

$$G_E = mg - m\omega^2 R = mg - \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$\Delta G = m\frac{4\pi^2}{T^2} R; \quad \Delta G = 3{,}4\text{N}.$$

b) $G_E = 0$

$$mg - \frac{mv'^2}{R} = 0 \Rightarrow v' = \sqrt{gR}; \quad v' = 7{,}9\,10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) $v = \frac{2\pi}{T} R$ (cazul real)

$v' = \frac{2\pi}{T'} R$ (cazul de la punctul „b")

$$\frac{v}{v'} = \frac{T'}{T}; \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}; \quad \frac{v'}{v} = 17.$$

M.114. Cu ce viteză unghiulară ω trebuie să se rotească aparatul clasic de producere a forței centrifuge pentru ca, într-un tub ce face un unghi cu verticala θ, o bilă grea să rămînă în echilibru la distanța l de axa de rotație?

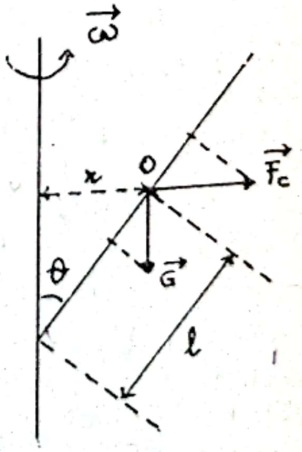


Fig. M. 114

REZOLVARE

Ca bila să rămînă în repaus, trebuie ca rezultanta forțelor ce acționează asupra ei de-a lungul tubului să fie zero.

$$R_x = F_c \sin\theta - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{l}\sin\theta =$$

$$= mg\cos\theta,$$

Scanned with OKEN Scanner

$$r = l \sin \theta.$$

$$v = \omega r \quad \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{1}{\sin \theta} \sqrt{\frac{g}{l} \cos \theta}.$$

M.115. O particulă se află în mișcare circulară uniformă pe un cerc cu raza de 3,0 m și efectuează o rotație completă în 20 s. Alegînd pe cerc un punct O ca origine, să se afle : a) modulul și direcția vectorilor deplasare după intervalele 5,0 s, 7,5 s și 10 s ; b) modulul și direcția deplasării în intervalul de timp de la secunda a 5-a și pînă la secunda a 10-a ; c) vectorul viteză medie în acest interval ; d) vectorul viteză instantanee la începutul și sfîrșitul acestui interval ; e) vectorul accelerație medie în acest interval ; f) vectorul accelerație instantanee la începutul și sfîrșitul acestui interval.

M.116. Un fir cu lungimea de 5,0 m și cu diametrul de 2,0 mm abia susține o bilă fără să se rupă. a) Dacă bila începe să oscileze, firul de ce se rupe ? b) Ce diametru trebuie să aibă firul făcut din același material, pentru a nu se rupe, dacă bila are viteza de 7,0 m/s în punctul inferior al traiectoriei sale ? (Forța de rupere este proporțională cu secțiunea transversală a firului).

M.117. Un aeroplan cu masa de 1000 kg descrie o buclă cu o viteză de 360 km/h. Să se afle : a) raza buclei circulare maxime posibile ; b) forța care acționează asupra aeroplanului în punctul inferior al acestei bucle.

M.118. Un schior, plecînd din repaus, alunecă fără frecare un interval de 20 s pe o pantă cu înclinarea de 10 m la 100 m. Ajungînd într-un loc perfect orizontal, schiorul face o cotitură sub formă de arc de cerc cu raza de 40 m. Să se calculeze : a) viteza schiorului în momentul terminării cursei pe pantă ; b) lungimea drumului parcurs în pantă ; c) înclinarea schiorului în timpul cotiturii. Se consideră $g = 10$ m/s^2.

M.119. Un vagon cu masa de 20 t se mișcă cu o viteză de 72 km/h, pe o curbă cu raza de 800 m. Să se determine : a) mărimea forței centrifuge care acționează asupra vagonului ; b) suprainălțarea optimă a șinei exterioare față de cea interioară, știind că ecartamentul liniei este 1,5 m ; c) coeficientul de frecare dintre platforma vagonului și un corp aflat pe ea pentru ca acest corp să rămînă fix ; se presupune în acest caz orizontalitatea șinelor. Se consideră $g = 10$ m/s^2.

M.120. Un avion zburînd deasupra unui lac cu viteza de 250 km/h face un viraj cu raza de 400 m. În acest caz aripa avionului se înclină cu un unghi α față de orizontală. În avion se află pe o masă un vas cu apă. Care va fi poziția suprafeței apei în vas în raport cu suprafața mesei și în raport cu suprafața apei din lac ?

M.121. Cu ce viteză trebuie să se miște un automobil pe un pod convex cu raza R, pentru ca el să pară fără greutate în ori ce moment ?

M.122. a) Care este raza minimă a unui cerc pe care poate merge un biciclist dacă viteza sa este de 29 km/h și coeficientul de frecare statică dintre anvelope și șosea este 0,32 ? b) În aceste condiții care este unghiul maxim de înclinare față de verticală sub care poate merge bicicliștul fără să cadă ?

Scanned with OKEN Scanner

M.123. O bară rigidă cu lungimea l fixată sub unghiul φ la un ax vertical, se rotește împreună cu axul cu o viteză unghiulară ω. La capătul de jos al barei se află o sferă cu masa m. Să se determine forța cu care tija acționează asupra sferei (ca modul și direcție).

M.124. La fiecare din extremitățile unei tije verticale ce se rotește cu viteza unghiulară ω, s-a fixat cîte un fir. De capetele libere ale celor două fire s-a legat o bilă cu masa $m = 500$ g (fig. M. 124). Bila se rotește într-un plan orizontal. Firele formează între ele, în timpul rotirii, un unghi drept. Lungimea firului superior este $a = 30$ cm. lungimea firului inferior este $b = 40$ cm. Care dintre fire se rupe primul și la ce viteză unghiulară, dacă rezistența la rupere a firului este $R = 12{,}6$ N. Se va lua $g = 10\text{m/s}^2$.

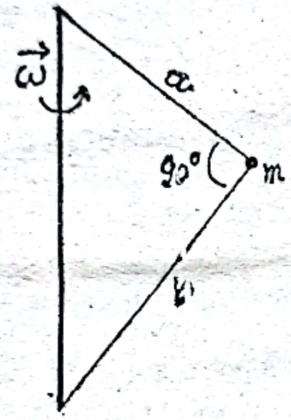


Fig. M. 124

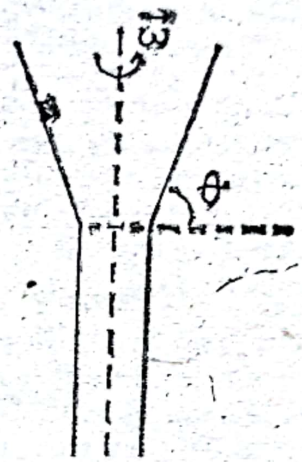


Fig. M. 125

M.125. Un cub foarte mic de masă m este așezat pe fața interioară a unei pîlnii (fig. M.125) care se rotește în jurul unei axe verticale cu o turație constantă de ν rot/s. Peretele pîlniei face un unghi θ cu orizontala. Dacă coeficientul de frecare statică dintre cub și pîlnie este μ și centrul cubului se află la distanța r de axa de rotație, care este valoarea maximă și cea minimă lui ν pentru care cubul nu se va mișca față de pîlnie?

M.126. La ce înălțime deasupra suprafeței Pămîntului asupra unei rachete va acționa jumătate din forța gravitațională ce acționează asupra sa la nivelul mării? Exprimați răspunsul în raze ale Pămîntului.

M.127. Un satelit înconjoară Pămîntul odată la 98 minute, la o altitudine medie de 500 km. Calculați masa Pămîntului. Masele planetelor sînt de fapt calculate din mișcările sateliților și unul din motivele pentru lansarea sateliților artificiali ai Pămîntului este găsirea unei valori mai precise pentru masa Pămîntului.

M.128. O navă cosmică de 10 t este lansată într-o lungă misiune spre marginea sistemului solar. Ea trebuie să-și lanseze un mic satelit experimental, care să rotească în jurul ei la o distanță de 120 m, sub efectul atracției lor reciproce gravitaționale. a) Care este perioada de revoluție a satelitului? b) Care este viteza satelitului?

M.129. Ce forță de tracțiune dezvoltă motorul unei nave cosmice care are la distanța r de centrul planetei accelerația a de sens contrar

acceleraţiei în căderea liberă pe aceiaşi planetă. Masa navei este m, iar a planetei M.

M.130. O navă cosmică mişcindu-se pe o orbită circulară în jurul Pămîntului rămîne mereu deasupra aceluiaşi punct de pe suprafaţaPămîntului. Să se determine acest punct şi viteza de deplasare a navei.

M.131. Se ştie că Luna efectuează o rotaţie completă în jurul Pămîntului în 27 de zile şi 7 ore. Raza orbitei sale este egală cu 60 raze ale Pămîntului. Să se afle acceleraţia gravitaţională pe Pămînt.

M.132. O monedă aşezată pe un disc de pick-up care se roteşte uniform este în repaus faţă de disc. a) Care este direcţia şi sensul forţei de frecare exercitată asupra monedei? b) Cum se modifică direcţia forţei de frecare dacă se întrerupe curentul de alimentare al pick-upului?

M.133. Pe un disc ce se roteşte în jurul axului central este legat de ax, prin intermediu unui resort, un corp oarecare. Lungimea resortului este l_0. Discul se roteşte cu viteza unghiulară ω. Δl_1 este alungirea resortului în cazul cînd între disc şi corp nu există frecare, iar Δl_2 este alungirea resortului în cazul cu frecare. Să se determine expresia raportului alungirilor resortului în cele două cazuri.

M.134. Un corp greu, de mici dimensiuni, este legat la capătul unui fir inextensibil, de lungime $l = 0{,}2$ m. Se dă corpului o mişcare de rotaţie în jurul verticalei, astfel încît firul să se deplaseze pe suprafaţa unui con ale cărui generatoare formează unghiul $\alpha = 60$ cu verticala. Să se determine frecvenţa rotaţiei corpului. Se va lua acceleraţia gravitaţională 10 m/s^2.

VII. LUCRUL MECANIC-ENERGIE MECANICĂ

M.135. Pe un plan înclinat cu un unghi α faţă de orizontală şi înălţime h se urcă cu frecare un corp de masă m sub acţiunea unei forţe F care face cu direcţia planului înclinat un unghi β. Să se calculeze lucrul

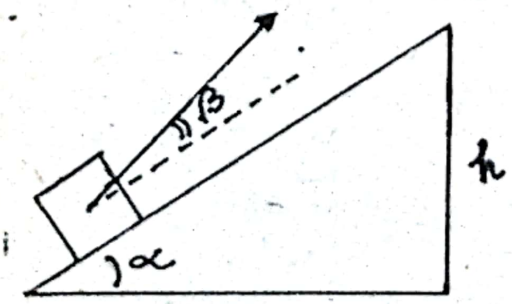


Fig. M. 135—a

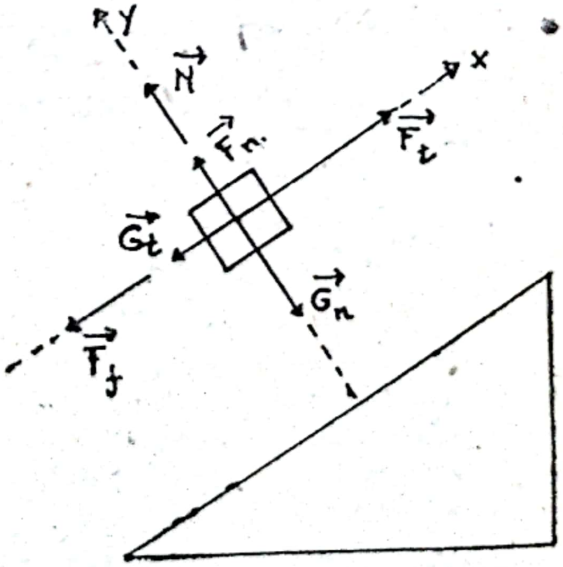


Fig. M. 135—b

Scanned with OKEN Scanner

mecanic al forței F, al forței de frecare F_f, al greutății G și al reacțiunii planului înclinat N în următoarele cazuri : a) corpul se deplasează uniform ; b) corpul se deplasează uniform accelerat cu accelerația a.

REZOLVARE

a) În cazul mișcării uniforme rezultanta forțelor care acționează asupra corpului pe direcția de mișcare este nulă (fig. M.135-b) :

$$F\cos\beta - \mu(mg\cos\alpha - F\sin\beta) - mg\sin\alpha = 0$$

$$F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\beta + \mu\sin\beta}$$

1. Lucrul mecanic al forței F :

$$L_F = F\Delta r\cos\beta$$

$$L_F = \frac{mg\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\,h\cos\beta}{(\cos\beta + \mu\sin\beta)\sin\alpha}$$

$$L_F = mg\frac{1+\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{1+\mu\,\mathrm{tg}\,\beta}h$$

2. Lucrul mecanic al forței de frecare F_f :

$$L_{F_f} = F_f\,\Delta r\cos\pi$$

$$L_{F_f} = -\mu\,(mg\cos\alpha - F\sin\beta)\frac{h}{\sin\alpha}$$

$$L_{F_f} = -\mu\,mg\left(\mathrm{ctg}\,\alpha - \frac{1+\mu\,\mathrm{ctg}\alpha}{\mathrm{ctg}\,\beta + \mu}\right)h$$

3. Lucrul mecanic al greutății G :

$$L_G = G\,\Delta r\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = G\,h = mgh.$$

4. Lucrul mecanic al reacțiunii planului N :

$$L_N = N\,\Delta r\cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

b) În cazul mișcării uniform accelerate rezultanta forțelor care acționează asupra corpului pe direcția deplasării este egală, conform

Scanned with OKEN Scanner

principiului fundamental al mecanicii newtoniene, cu produsul dintre masă și accelerație:

$$F' \cos \beta - \mu(mg \cos \alpha - F' \sin \beta) - mg \sin \alpha = ma,$$

$$F' = \frac{m(a + g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha)}{\cos \beta + \mu \sin \beta}$$

1. $L_{F'} = \dfrac{m\left(\dfrac{a}{\sin \alpha} + g + \mu g \operatorname{ctg} \alpha\right)}{1 + \mu \operatorname{tg} \beta} h$

2. $L_{F'_f} = -\mu m\left(g \operatorname{ctg} \alpha - \dfrac{\dfrac{a}{\sin \alpha} + g + \mu g \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta + \mu}\right) h$

3. rămîne același
4. rămînè același

M.136. Un tren cu masa m a parcurs distanța d urcînd uniform o pantă într-un interval de timp Δt. Puterea locomotivei este P. Să se determine: a) Lucrul mecanic produs de locomotivă; b) forța de tracțiune a locomotivei; c) panta șinelor, ținînd seamă de coeficientul de frecare.

REZOLVARE

a) $L = P \Delta t$;

b) $P = F v_m$; $v_m = \dfrac{d}{\Delta t}$

$$F = \frac{P \Delta t}{d};$$

c) mișcarea fiind uniformă:

$$F - mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 0$$

$$F = mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha),$$

pentru pantă mică $\cos \alpha \simeq 1$, rezultă:

$$\sin \alpha = \frac{F}{mg} - \mu$$

M. 137. De la înălțimea H coboară, cu frecare, un corp de masă m pe un plan înclinat de un unghi α, în continuare se deplasează pe orizontală, tot cu frecare, pe o distanță d, după care urcă, fără frecare, pe un plan înclinat de un unghi β. Să se determine, lucrînd energetic; a) viteza la baza primului plan înclinat; b) viteza la sfîrșitul porțiunii orizontale; c) înălțimea pînă la care urcă pe cel de al doilea plan.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

a) Se aplică legea de variaţie a energiei mecanice între stările A şi B : $\Delta E = L$,

$$E_B - E_A = L_{F_f},$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - mgH = -\mu\, mg \cos\alpha \cdot \frac{H}{\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2gH(1 - \mu \operatorname{ctg}\alpha)}.$$

b) Se aplică legea de variaţie a energiei cinetice între stările B şi C : $\Delta E_c = L$

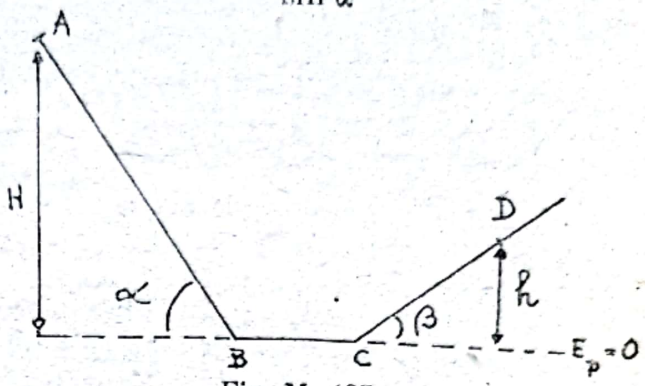


Fig. M. 137

$$E_{cC} - E_{cB} = L_{F_f},$$

$$\frac{1}{2} m(v_C^2 - v_B^2) = -\mu\, mgd,$$

$$v_C = \sqrt{2g[H(1 - \mu \operatorname{ctg}\alpha) - \mu d)]}$$

c) Se aplică legea de conservare a energiei mecanice : $\Delta E = 0$,

$$E_D - E_C = 0,$$

$$mgh - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0$$

$$h = H(1 - \mu \operatorname{ctg}\alpha) - \mu d.$$

M.138. Un bloc de 100 N, din gheaţă, alunecă în jos pe un plan înclinat lung de 5,0 m şi înalt de 3,0 m. Un om împinge gheaţa paralel cu planul înclinat astfel încît blocul alunecă în jos cu viteză constantă. Coeficientul de frecare dintre gheaţă şi planul înclinat este 0,10. Să se afle : a) forţa exercitată de om ; b) lucrul mecanic efectuat de om asupra blocului ; c) lucrul mecanic efectuat de gravitaţie asupra blocului ; d) lucrul mecanic efectuat de suprafaţa planului înclinat asupra blocului ; e) lucrul mecanic efectuat de forţa rezultantă asupra blocului ; f) variaţia energiei cinetice a blocului.

M.139. O ladă cu greutatea de 500 N este suspendată de capătul unei funii de 40 m lungime. Lada este apoi împinsă lateral cu 4,0 m de la verticală şi ţinută acolo. a) Care este forţa necesară pentru a ţine lada în această poziţie ? b) Se efectuează lucru mecanic în timpul menţinerii lăzii acolo ? c) S-a efectuat lucru mecanic pentru a deplasa lateral lada ? Dacă este aşa atunci cît ? d) Efectuează tensiunea din funie vreun lucru mecanic asupra lăzii ?

M.140. Unui corp cu greutatea de 1 kN, i se imprimă o viteză iniţială de 8 m/s. Corpul se mişcă pe un plan orizontal şi întîmpină o rezistenţă datorită frecării. Coeficient de frecare 0,21. a) După cît timp şi la ce distanţă se va opri corpul ? b) Care este puterea medie absorbită de forţa de frecare ?

Scanned with OKEN Scanner

M.141. O locomotivă cu puterea de 600 kW trage o garnitură cu masa de 500 t. Ținînd seama de toate rezistențele pasive, coeficientul de frecare dintre tren și șine este 0,01. Să se determine: a) viteza maximă a garniturii; b) accelerația la momentele în care viteza are valorile 1 m/s respectiv 10 m/s.

M.142. O ladă cu masa $m = 500$ kg este trasă uniform pe o rampă lungă de 10 m și înclinată cu 30° față de orizontală. Coeficientul de frecare între rampă și ladă este 0,3. Să se calculeze: a) lucrul mecanic necesar pentru urcarea lăzii pe rampă; b) puterea unui motor cu ajutorul căruia lada este ridicată pe rampă într-un interval de timp de 30 s. Se dă, accelerația gravitațională 10 m/s².

M.143. Un camion cu masa $m = 3$ t, pleacă din repaus, pe un drum orizontal. Coeficientul de frecare este $\mu = 0{,}04$. Camionul se deplasează uniform accelerat, atingînd viteza $v = 36$ km/h, după parcurgerea distanței $s = 200$ m. Să se determine: a) intervalul de timp în care s-a parcurs distanța s; b) lucrul mecanic efectuat pentru învingerea forțelor de frecare; c) puterea maximă dezvoltată de motorul camionului în cursul deplasării. Se va lua accelerația gravitațională 10 m/s².

M.144. Motorul unui autocamion cu masa $m = 5000$ kg dezvoltă puterea $P = 40$ kW, atunci cînd acesta se deplasează cu viteza $v = 57{,}6$ km/h pe o șosea asfaltată orizontală. Să se determine: a) valoarea coeficientului șoselei; b) după ce interval de timp și la ce distanță de locul unde șoferul oprește motorul, autocamionul se oprește, presupunînd că frînele nu au funcționat; c) viteza limită pe care o va putea atinge autocamionul în cursul urcării unei pante de înclinare $\theta = 30°$ față de orizontală, avînd același coeficient de frecare, dacă puterea maximă care poate fi dezvoltată de motor este $P_{max} = 125$ kW. Se va lua $g = 10$ m/s².

M.145. Un camion se deplasează uniform accelerat pe un drum orizontal. La momentul t_1 viteza sa este $v_1 = 5$ m/s, iar după intervalul de timp Δt, ea devine $v_2 = 20$ m/s. În intervalul Δt camionul execută un lucru mecanic de 375 kJ, consumînd o putere de 75 kW. Să se afle: a) greutatea camionului; b) distanța parcursă în intervalul Δt; c) forța de tracțiune dezvoltată de motor. Se consideră $g = 10$ m/s².

M.146. Un tren cu masa totală de 200 t este tras pe o linie orizontală de o locomotivă cu puterea de 400 kW. Coeficientul de frecare dintre tren și șine este 0,01. Să se calculeze: a) viteza maximă a trenului neglijînd rezistența aerului; b) accelerația sa în momentele în care viteza are valorile $v_1 = 1$ m/s și $v_2 = 10$ m/s; c) lucrul mecanic executat în timp de 2 s. ($g = 9{,}8$ m/s²).

M.147. Un tren cu masa $m = 120$ t pornește din repaus pe o linie ferată orizontală. După ce a parcurs distanța $D = 500$ m, atingînd viteza de 90 km/h, motorul se oprește. Cunoscînd valoarea coeficientului de frecare dintre roți și șină $\mu = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$, să se calculeze: a) puterea medie a motorului; b) distanța parcursă de tren pînă cînd viteza lui scade la 5 m/s; c) lucrul mecanic efectuat pentru învingerea forței de frecare pe întregul parcurs. Se va lua accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².

Scanned with OKEN Scanner

M.148. Pentru a atinge viteza de regim, pornind din repaus, pe un drum orizontal, un camion este supus timp de 10 s unei forțe de tracțiune $F = 6.10^3$N, care efectuează astfel — în acest interval lucrul mecanic $L = 6.10^5$ J. În continuare, pentru a menține constantă viteza atinsă de camion este consumată puterea $P = 40$ kW. Să se determine: a) accelerația imprimată camionului; b) forța de frecare între camion și drumul parcurs; c) coeficientul de frecare între camion și drum ($g = 9{,}8$ m/s^2).

M.149. Un corp cu masa de 1 kg se află la înălțimea de 1 km deasupra pămîntului. Să se determine: a) energia potențială a corpului raportată la suprafața pămîntului; b) energia cinetică a corpului cînd atinge suprafața pămîntului în cădere liberă; c) energia cinetică a corpului la jumătatea drumului; d) energia potențială la jumătatea drumului în cădere; e) Să se demonstreze că suma energiilor de la punctele c și d este egală cu energia de la punctul a.

M.150. Un corp cu masa $m = 500$ kg este ridicat uniform accelerat, pornind din repaus, cu ajutorul unui scripete fix, la înălțimea $h = 12{,}5$ m, într-un interval de timp $\Delta t = 5$s. Să se determine: a) accelerația corpului; b) energia potențială maximă; c) lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea corpului la înălțimea h($g = 9{,}8$ m/s^2).

M.151. Un corp de masă $m = 2$ kg este lăsat să cadă liber de la înălțimea $h = 19{,}6$ m. Să se calculeze: a) timpul după care corpul atinge solul; b) energia cinetică a corpului cînd atinge solul. Se va lua accelerația gravitațională 9,8 m/s^2.

M.152. Un corp de masă m alunecă pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 30°$ față de planul orizontal. Corpul pornește din repaus de la înălțimea $h = 20$ m. Coeficientul de frecare dintre corp și plan este $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Să se calculeze energetic: a) viteza cu care ajunge la baza planului înclinat; b) distanța parcursă de corp pe planul orizontal, dacă coeficientul de frecare pe planul orizontal este egal cu cel de pe planul înclinat ($g = 10$ m/s^2).

M.153. Un corp cu masa de 1 kg este lansat pe verticală în jos de la înălțimea de 240 m, cu viteza de 17 m/s și pătrunde în pămînt pe o adîncime de 0,2 m. Să se afle: a) energia sa totală după o secundă de la lansare; b) viteza cu care corpul atinge pămîntul; c) forța medie de rezistență a pămîntului. Se neglijează rezistența aerului și se consideră $g = 9{,}8$ m/s^2.

M.154. Un corp cu masa $m = 10$ kg alunecă cu frecare, pornind din repaus, de la înălțimea $h = 8$ m, pe un plan înclinat cu unghiul $\theta = 30°$ față de planul orizontal. Cunoscînd coeficientul de frecare al corpului pe planul înclinat, $\mu = 0{,}173$, să se determine: a) accelerația corpului la coborîrea pe planul înclinat; b) energia cinetică a corpului la baza planului înclinat; c) durata mișcării corpului pe planul orizontal, de la baza planului înclinat pînă la oprire (coeficientul de frecare pe planul orizontal este același cu cel de pe planul înclinat). Se presupune că viteza inițială în planul orizontal este egală cu cea atinsă la baza planului înclinat. Se va lua accelerația gravitațională 10 m/s^2.

Scanned with OKEN Scanner

M.155. Asupra unui corp cu masa $m = 6$ kg, aflat inițial pe sol, acționează o forță verticală $F = 108$ N pe o durată de 5 s. Să se determine: a) înălțimea atinsă de corp în momentul încetării acțiunii forței verticale; b) înălțimea maximă atinsă de corp și intervalul de timp (socotit din momentul pornirii de la sol) după care este atinsă această înălțime maximă; c) lucrul mecanic al forței F, energia potențială maximă a corpului și energia cinetică pe care o are corpul în momentul revenirii la sol. Se va lua accelerația gravitațională 10 m/s².

M.156. Un mic corp A alunecă fără viteză inițială din vîrful unui munte (fig. M.156), fără frecare, de la înălțimea H urmat de o trambulină orizontală. Pentru ce înălțime h a trambulinei corpul va parcurge cea mai mare distanță d pe orizontală? Care este această distanță?

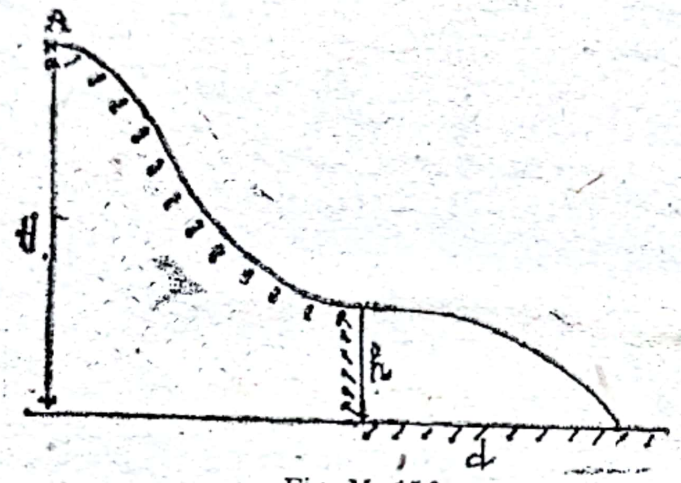


Fig. M. 156

M.157. Un fir cu plumb este menținut vertical într-un vagon care se mișcă pe un drum orizontal cu accelerație constantă. iar apoi i se dă brusc drumul. Să se afle: a) expresia energiei potențiale a firului cu plumb, depărtat de verticală cu un unghi α; b) expresia lucrului mecanic al forței care a îndepărtat firul de plumb cu unghiul α; c) valoarea unghiului maxim la care se îndepărtează firul cu plumb, în condițiile experienței; d) să se arate că acest unghi de deviere maximă este de două ori mai mare decît unghiul pe care îl formează în cazul devierii permanente, într-un vagon care se mișcă accelerat.

VIII. IMPULSUL MECANIC

M.158. Două persoane cu masa m fiecare stau pe marginea unui cărucior aflat în repaus de masă M. Neglijînd frecările, determinați viteza pe care o va avea căruciorul dacă cele două persoane sar cu aceiași viteză orizontală u față de cărucior; a) simultan; b) una după alta; c) în ce caz viteza căruciorului va fi mai mare.

REZOLVARE

a) Inițial sistemul format din cărucior și cele două persoane, aflîndu-se în repaus rezultă că are impulsul nul ($\vec{p}_i = 0$).

Scanned with OKEN Scanner

Conform datelor problemei se neglijează toate frecările, deci sistemul se poate considera izolat și se poate aplica legea de conservare a impulsului:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i$$

Impulsul final este format din impulsul căruciorului plus impulsul persoanelor după ce au sărit.

$\vec{p}_f = M\vec{v}_1 + 2m(\vec{v}_1 + \vec{u}) = 0$, de unde rezultă:

$$\vec{v}_1 = -\vec{u}\frac{m}{M+2m}.$$

Observație: s-a scris impulsul total al sistemului dintr-un referențial solidar cu terasamentul pe care se află căruciorul, în momentul cînd persoanele sar de pe cărucior acesta capătă viteza $\vec{v}_1$ față de terasament; viteza persoanelor față de terasament va fi $\vec{v}_1 + \vec{u}$.

b) 1. Sare prima persoană:

$$(M+m)\vec{v}_2 + m(\vec{v}_2 + \vec{u}) = 0$$

$$\vec{v}_2 = -\vec{u}\frac{m}{M+2m}$$

2. Sare și cea de a doua persoană:

$$M\vec{v}_2' + m(\vec{v}_2' + \vec{u}) = (M+m)\vec{v}_2$$

$$v_2' = -\frac{m(2M+3m)}{(M+2m)(M+m)}\vec{u}.$$

c)

$$\frac{v_2'}{v_1} = 1 + \frac{m}{2}(M+m) < 1 \Rightarrow v_2' > v_1$$

M.159. Un corp de masă m_a cu viteza $\vec{v}_a$ ciocnește central un corp cu masa m_b aflat în repaus. Să se determine viteza corpurilor după ciocnire în următoarele cazuri: a) ciocnirea este perfect elastică; b) ciocnirea este perfect plastică.

REZOLVARE

a) Ciocnirea fiind elastică se aplică legile de conservare ale impulsului și energiei cinetice:

$$m_a\vec{v}_a = m_a\vec{u}_a + m_b\vec{u}_b$$

$$\frac{1}{2}m_a v_a^2 = \frac{1}{2}m_a u_a^2 + \frac{1}{2}m_b u_b^2$$

Scanned with OKEN Scanner

Din rezolvarea acestui sistem de ecuaţii se obţine:

$$u_a = v_a \frac{m_a - m_b}{m_a + m_b}, \quad \textit{observaţii;}$$

dacă: $= m_a > m_b$, u_a are acelaşi sens cu v_a;

$= m_a < m_b$, u_a are sens contrar cu v_a

$= m_a = m_b$, $u_a = 0$

$= m_b \gg m_a$, $u_a = -v_a$;

$$u_b = v_a \frac{2m_a}{m_a + m_b}, \quad \textit{observaţii:}$$

— u_b are totdeauna acelaşi sens cu v_a,

dacă: $= m_a = m_b$, $u_b = v_a$;

$= m_b \gg m_a$, $u_b = 0$.

b) Ciocnirea fiind plastică se aplică numai legea de conservare a impulsului:

$$m_a \vec{v}_a = (m_a + m_b)\vec{u},$$

$$\vec{u} = \vec{v}_a \frac{m_a}{m_a + m_b}, \quad \textit{observaţii:}$$

— u are totdeauna acelaşi sens cu v_a,

— dacă $m_b \gg m_a$, $u = 0$.

M.160. Pe un plan înclinat cu 45° faţă de orizontală, cade vertical o bilă cu viteza $\vec{v}$. Care este traiectoria bilei după lovirea cu planul? Suprafaţa planului este netedă şi şocul perfect elastic.

REZOLVARE

Între bilă şi planul înclinat are loc o ciocnire perfect elastică. Viteza bilei face direcţia planului înclinat un unghi de 45° (fig. M.160). La ciocnire participă numai componenta vitezei perpendiculară pe plan $\vec{v}_n$. Con-

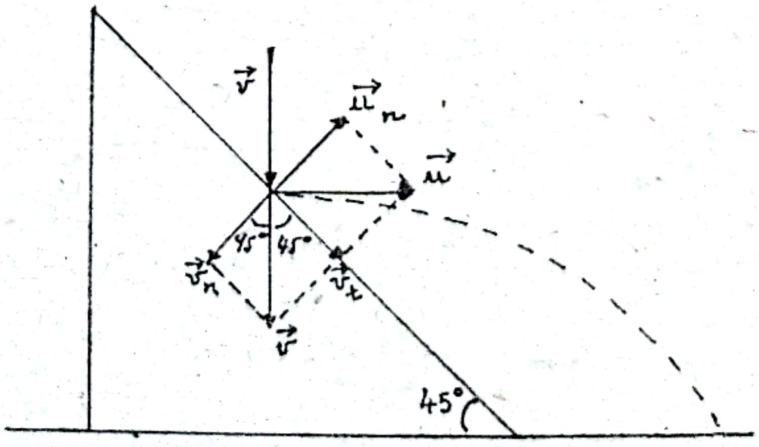


Fig. M. 160

form observațiilor făcute în problema precedentă, după ciocnire componenta normală a vitezei bilei va fi $\vec{u}_n = -\vec{v}_n$. Componenta tangențială a vitezei bilei neparticipînd la ciocnire rămîne neschimbată deci $\vec{u}_t = \vec{v}_t$. Viteza bilei după ciocnirea cu planul va fi $\vec{u} = \vec{u}_n + \vec{u}_t$. care are direcție orizontală (determinată de geometria figurii).

După ciocnire traiectoria bilei va fi un arc de parabolă (aruncare pe orizontală).

M.161. a) Care este impulsul unui vehicul cu masa de 1810 kg a cărui viteză este de 48 km/h? b) La ce viteză un camion de 10 t ar avea același impuls? c) dar aceiași energie cinetică?

M.162. a) Care este impulsul unui glonț cu viteza de 600 m/s, dacă masa sa este de 10 g? b) Determinați variația impulsului care se produce dacă în urma traversării unui perete viteza sa se reduce la 200 m/s.

M.163. Cu ce viteză $\vec{v}$ începe să se miște, după o impușcare într-o direcție orizontală, trăgătorul care stă pe gheață foarte netedă? Masa trăgătorului cu pușcă și echipament este de 70 kg, masa glonțului este de 10 g, iar viteza inițială de 700 m/s.

M.164. Să se determine forța cu care acționează o pușcă asupra umărului trăgătorului în timpul impușcării, dacă se consideră că din partea puștii acționează o forță constantă, care împinge umărul trăgătorului cu distanța $d = 1{,}5$ cm, iar glonțul părăsește țeava instantaneu. Masa puștii este de 5 kg, masa glonțului de 10 g, iar viteza acestuia la ieșirea din pușcă este $v = 500$ m/s.

M.165. Dintr-un tun care alunecă linear pe un plan înclinat și a parcurs deja drumul l, se trage o dată în direcție orizontală. Care trebuie să fie viteza $\vec{v}$ a proiectilului, pentru ca tunul să se oprească după împușcare? Masa tunului este M, masa proiectilului este $m (m \ll M)$ și unghiul α de înclinare al planului se consideră cunoscute.

M.166. Un om de 80 kg, aflat pe o suprafață cu frecare neglijabilă azvîrle înainte o piatră de 50 g aflată în dreptul piciorului său, astfel încît ea capătă viteza de 3 m/s. Ce viteză cîștigă omul în acest caz?

M.167. Trei bărci de aceiași masă M merg una în urma celeilalte cu aceiași viteză v față de mal. Din barca de la mijloc se aruncă în barca din față și în cea din spate, cu viteza u față de barcă niște corpuri de masă m. Să se determine vitezele bărcilor după aruncarea corpurilor în situațiile următoare: a) sînt aruncate simultan; b) sînt aruncate succesiv.

M.168. Două bărci merg una spre alta, pe drumuri paralele. Cînd se află una în dreptul alteia, din fiecare barcă se aruncă în cealaltă un sac cu masa de 50 kg. În urma acestei operații, prima barcă se oprește, iar a doua merge cu viteza de 8,5 m/s în același sens. Care erau vitezele bărcilor înainte de schimbul de saci, dacă masa bărcilor cu încărcătură este respectiv 500 kg și 1 t ?

M.169. Un corp aflat în repaus explodează, rupîndu-se în trei bucăți. Două bucăți de mase egale zboară cu aceiași viteză de 30 m/s în două

Scanned with OKEN Scanner

direcţii perpendiculare una pe cealaltă. Cea de a treia bucată are masa de trei ori mai mare decît fiecare din celelalte două. Care este direcţia şi mărimea vitezei sale imediat după explozie?

M.170. Un proiectil este tras sub un unghi de 45° faţă de orizontală cu o viteză de 500 m/s. În punctul cel mai înalt al traiectoriei sale proiectilul explodează în două fragmente de masă egală. Un fragment, a cărui viteză iniţială este zero, cade vertical. Cît de departe de tun va cădea celălalt fragment, presupunînd că terenul este orizontal?

M.171. O rachetă cu două trepte, a cărei masă totală este de 1 t, a atins viteza de 171 m/s, după care a doua treaptă, care are masa de 0,40 t, se separă. Cunoscînd viteza treptei a doua după separare 185 m/s, să se determine viteza primei trepte. Vitezele sînt date relativ la observatorul aflat pe sol.

M.172. Un avion cu viteza de 900 km/h loveşte o pasăre cu masa de 2kg. a) Calculaţi forţa cu care pasărea loveşte fuselajul avionului dacă durata şocului este de 0,001 s, se va neglija viteza de zbor a păsării faţă de cea a avionului. b) Care va fi presiunea suportată de fuselajul avionului dacă suprafaţa păsării este de 1 000 cm^2?

M.173. Pe un plan neted, înclinat cu 45° faţă de orizontală, alunecă de la înălţimea h un corp mic. a) Care va fi mişcarea corpului dacă la sfîrşitul planului înclinat se află un plan orizontal cu care corpul se ciocneşte perfect elastic? b) Să se răspundă la aceiaşi întrebare, considerînd că ciocnirea pe verticală cu planul orizontal este plastică, iar planul este perfect luciu.

M.174. Un vagon cu masa de 20 t, care se deplasează cu viteza de 1,5 m/s tamponează o platformă de 10 t cu care se cuplează. Determinaţi viteza mişcării comune.

M.175. Două sfere de mase m_1 şi m_2 se ciocnesc central, perfect elastic. În momentul ciocnirii ele au viteze egale şi de sens contrar, iar după ciocnire sfera de masă m_1 rămîne pe loc. Determinaţi: a) raportul dintre masele celor două sfere pentru ca problema să fie posibilă; b) viteza sferei m_1 după ciocnire.

M.176. Un corp cu masa de 50 kg şi viteza de 2 m/s ciocneşte central un alt corp cu masa de 20 kg şi viteza de 1,5 m/s. Ciocnirea fiind perfect elastică, se cer vitezele corpurilor după ciocnire în următoarele cazuri: a) ambele viteze iniţiale au acelaşi sens; b) cele două viteze iniţiale au sensuri contrare.

M.177. O bilă de oţel cîntărind 0,452 kg este legată de un fir cu lungimea de 68,5 cm şi lăsată liberă cînd firul este orizontal. La capătul inferior al traiectoriei sale bila loveşte un bloc de oţel cu masa de 2,26 kg, iniţial în repaus pe o suprafaţă orizontală fără frecări. Ciocnirea este perfect elastică. Să se afle viteza bilei şi viteza blocului imediat după ciocnire.

M.178. Un vagon de marfă cu masa de 32 t şi cu viteza de 5,0 m/s ajunge din urmă un alt vagon cu masa de 24 t ce se mişcă cu viteza de 3,0 m/s în acelaşi sens. a) Să se afle viteza vagoanelor după ciocnire

Scanned with OKEN Scanner

și pierderea de energie cinetică în timpul ciocnirii dacă vagoanele se cuplează; b) Dacă ciocnirea este elastică, vagoanele nu se cuplează ci se separă după ciocnire. Care sînt vitezele lor?

M.179. Un neutron se ciocnește cu un nucleu de carbon a cărui masă este de $n = 12$ ori mai mare decît a neutronului. Considerînd că nucleul de carbon are viteza nulă, determinați de cîte ori se micșorează energia cinetică a neutronului în cazul cînd: a) ciocnirea este centrală; b) după ciocnire direcția de mișcare a neutronului este perpendiculară pe cea inițială.

M.180. Se aruncă vertical în sus un corp cu masa $m_1 = 0{,}47$ kg, cu viteza $v_1 = 20$ m/s, iar după 2 s se trage — în același sens și după aceiași direcție — un glonte cu masa $m_2 = 3.10^{-2}$ kg, cu viteza $v_2 = 100$ m/s. Să se determine: a) înălțimea maximă la care ajunge corpul înainte de a fi lovit de glonte și energia potențială corespunzătoare; b) după ce interval de timp de la aruncarea corpului, acesta este lovit de glonte și înălțimea la care se produce ciocnirea; c) viteza ansamblului imediat după ciocnirea presupusă neelastică. Se va lua accelerația gravitațională 10 m/s^2.

M.181. La prora și la pupa unei bărci de masă M și lungime l sînt așezate două persoane cu masele m_1 și m_2. Neglijînd rezistența apei, determinați în ce sens și cu cît se va deplasa barca, dacă persoanele își schimbă locul.

M.182. O broască de masă m stă pe capătul unei scînduri de lungime l și masă M, care plutește pe o apă liniștită. Se cere: a) viteza cu care trebuie să sară broasca pe o direcție care face un unghi α cu orizontala, pentru a ajunge pe celălalt capăt al scîndurii; b) înălțimea maximă atinsă. Se vor neglija frecările dintre scîndură și apă, precum și mișcarea scîndurii în plan vertical. *Aplicație pentru* $m = 270$ g; $l = 1$ m; $M = 3$ kg; $\alpha = 30°$; $g = 10$ m/s^2.

M.183. Un om cu masa m se află la capătul unui cărucior platformă cu lungimea l și masa M aflat în repaus. Să se afle: a) cu ce viteză și după ce direcție trebuie să sară omul pentru ca să aterizeze la celălalt capăt al platformei, exact în momentul în care căruciorul s-a oprit; b) distanța parcursă de cărucior după ce omul a aterizat pe platformă. În ambele cazuri coeficientul de frecare dintre cărucior și planul orizontal este μ. Durata interacțiunii dintre om și platformă este mică în comparație cu durata de deplasare prin aer.

IX. ECHILIBRUL CORPURILOR

M.184. O sfoară este legată de cîrligul A și trecută peste scripetele C (fig. M.184-a). De sfoară este prinsă o greutate $P = 20$ N în punctul D, fix. Ce greutate Q trebuie atîrnată de capătul sforii, pentru ca tensiunea acesteia pe porțiunea D să fie de două ori mai mare decît în restul ei, iar unghiul ADC să fie de 90°? b) Să se determine forța F care tinde să smulgă scripetele în C.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

a) Sistemul fiind în echilibru este îndeplinită condiția de echilibru:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0,$$

pentru punctele B, E, D. Din forțele $\vec{F}_i$ fac parte forțele aplicate $\vec{Q}$ și $\vec{P}$ precum și forțele de legătură (tensiunile). Pentru reprezentarea forțelor de

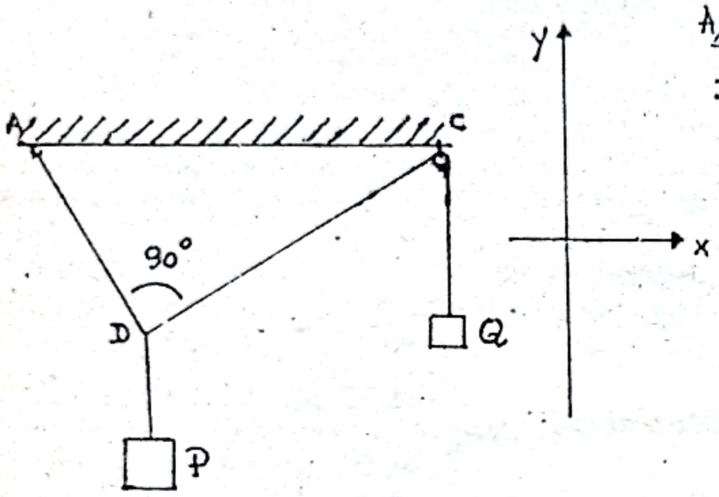


Fig. M. 184=a

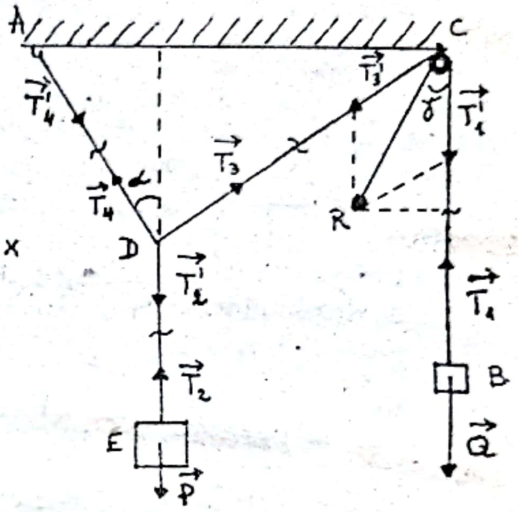


Fig. M. 184=b

legătură trebuie mai întîi desfăcute legăturile (tăiate firele). În urma desfacerii legăturilor se obține figura M.184-b.

Între tensiuni sînt următoarele relații:

$\vec{T}_1 = -\vec{T}_1'$, $\vec{T}_2 = -\vec{T}_2'$, $\vec{T}_3 = -\vec{T}_3'$, $\vec{T}_4 = -\vec{T}_4'$, conform principiului acțiunilor reciproce.

$T_1' = T_2'$ scripetele este nemișcat.

Aplicînd condiția de echilibru pentru punctele B, E și D se obține:

B: $\vec{Q} + \vec{T}_1 = 0$; $\quad T_1 - Q = 0$; $\quad T_1 = Q$.

E: $\vec{P} + \vec{T}_2 = 0$; $\quad T_2 - P = 0$; $\quad T_2 = P$.

D: $\vec{T}_4 + \vec{T}_3 + \vec{T}_2' = 0$

$T_4 \cos\alpha + T_3 \sin\alpha = T_2' = 0$

$T_4 \sin\alpha - T_3 \cos\alpha = 0$.

Rezolvînd acest sistem și ținînd seama de condiția problemei $T_4 = 2\,T_3$, rezultă:

$$2T_3 \cos\alpha + T_3 \sin\alpha = P$$

$$2T_3 \sin\alpha = T_3 \cos\alpha \Rightarrow \operatorname{ctg}\alpha = 2,$$

Scanned with OKEN Scanner

$$T_3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{P}{\cos \alpha}, \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$Q = T_3 = 4\sqrt{5}\ \text{N}.$$

b) Asupra scripetelui acționează tensiunile $\vec{T}_1'$ și $\vec{T}_3'$, care fac între ele un unghi egal cu $\frac{\pi}{2} - \alpha$. Rezultanta acestor două forțe este:

$\vec{F} = \vec{T}_1' + \vec{T}_3'$, care are modulul:

$$F = 4\sqrt{2(\sqrt{5}+1)}\ \text{N},$$

direcția acestei forțe face cu verticala în sens trigonometric un unghi dat de relația:

$$\gamma = \text{arctg}\frac{2}{\sqrt{5}+1}.$$

M.185. Un băț cu secțiune constantă confecționat dintr-un material omogen, se sprijină pe un perete vertical astfel încît formează unghiul α cu planul orizontal. Să se determine legătura dintre coeficienții de frecare μ_1 și μ_2 (cu peretele respectiv planul orizontal) pentru care bățul este în echilibru.

REZOLVARE

Bățul fiind în stare de echilibru trebuie să fie îndeplinite condițiile de echilibru pentru corpul solid:

1. $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$

2. $\sum_{i=1}^{m} \vec{M}_{\vec{F}_i} O = 0.$

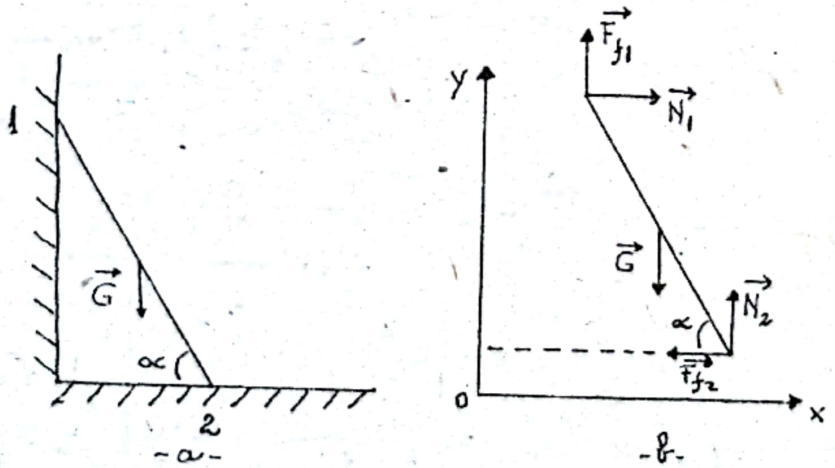


Fig. M. 185

Din forțele $\vec{F}_i$ fac parte forțele aplicate: G și forțele de legătură: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{f1}$, $\vec{F}_{f2}$, așa cum sînt arătate în figura M.185.

Aplicînd pentru aceste forțe condițiile de echilibru se obține:

1. $Oy: F_{f1} + N_2 - G = 0$

   $Ox: N_1 - F_{f2} = 0$

2. $N_1 l \sin\alpha - G\frac{1}{2}\cos\alpha - N_2 l \cos\alpha = 0$

Ținînd seama că $F_{f1} = \mu_1 N_1$, și $F_{f2} = \mu_2 N_2$, rezultă:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1\mu_2 + 1}\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{\mu_1\mu_2 + 1}\cos\alpha = 0$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\mu_1\mu_2 + 3}{\mu_2}$$

M.186. Un sistem de corpuri asimilabile cu puncte materiale este format din 4 corpuri cu masele m, $2m$, $3m$, $4m$ așezate în vîrfurile unui pătrat cu latura l. Determinați poziția centrului de greutate al acestui sistem.

REZOLVARE

Pentru determinarea centrului de greutate vom folosi relațiile:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; \qquad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

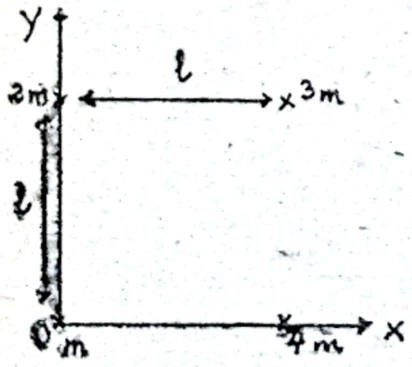


Fig. M. 186—a

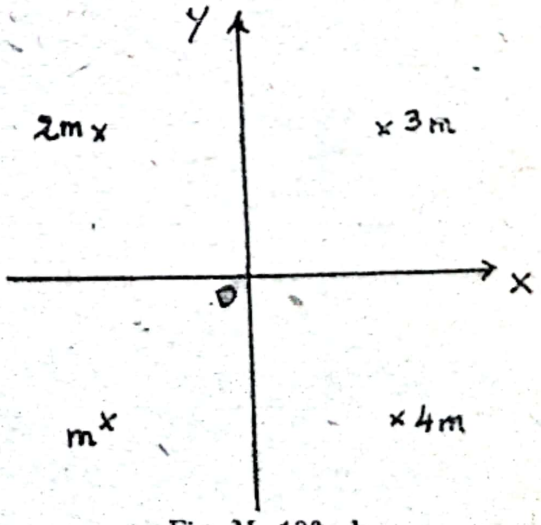


Fig. M. 186—b

Scanned with OKEN Scanner

Utilizarea acestor relaţii implică alegerea unui sistem de coordonate:

1. Alegem un sistem de coordonate cu originea în punctul unde se află corpul de masă m (fig. M.186-a), faţă de acest sistem coordonatele centrului de masă sînt:

$$x_c = \frac{3\,ml + 4\,ml}{10\,m} = \frac{7}{10}\,l$$

$$y_c = \frac{2ml + 3\,ml}{10m} = \frac{1}{2}\,l$$

2. Alegem alt sistem de coordonate cu originea în centrul pătratului (fig. M.186-b), faţă de acest sistem coordonatele centrului de masă sînt:

$$x_c' = \frac{-m\frac{l}{2} - 2m\frac{l}{2} + 3m\frac{l}{2} + 4m\frac{l}{2}}{10\,m} = \frac{1}{5}\,l$$

$$y_c' = \frac{-m\frac{l}{2} + 2m\frac{l}{2} + 3m\frac{l}{2} - 4m\frac{l}{2}}{10\,m} = 0.$$

M.187. Un felinar avînd greutatea de 100 N este atîrnat de un cablu deasupra mijlocului unei străzi cu lărgimea de 10 m. Tensiunea admisă în cablu este de 500 N. Care trebuie să fie înălţimea de suspensie a capetelor cablului, dacă punctul unde se suspendă felinarul trebuie să se afle la înălţimea de 5m?

M.188. La capătul A al unei console sprijinită ca în fig. M.188, se atîrnă un corp cu masa $m = 20$ kg. a) Ştiind că unghiul ACB este de 60°, să se calculeze tensiunile din barele AB şi AC; b) Care trebuie să fie unghiul α pentru ca tensiunea din suportul AC să fie de două ori mai mare decît cea din suportul AB?

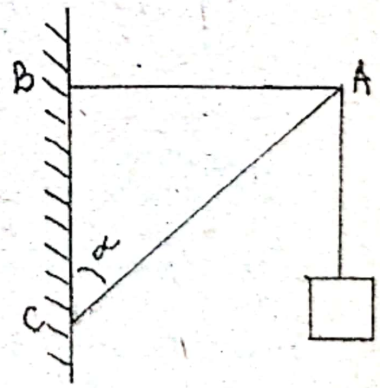


Fig. M. 188

M.189. O bară al cărui centru de greutate se află la mijlocul său, se sprijină cu un capăt pe o suprafaţă plană, iar cu celălalt capăt pe un perete vertical. Ce tensiune trebuie creată într-un fir, legat cu unul din capete de mijlocul barei, iar cu celălalt de punctul de îmbinare al peretelui cu suprafaţa orizontală, astfel încît în lipsa frecărilor bara să nu cadă?

M.190. În fig. M. 190 este reprezentată o bară dreaptă AFB, de masă neglijabilă şi care se poate roti liber într-un plan vertical, în jurul punctului fix F care împarte bara în distanţele $AF = 0{,}6$ m şi $FB = 0{,}5$ m. Un corp cu masa $m = 30$ kg se suspendă în punctul B, în timp

ce vergeaua este menținută în poziție orizontală cu ajutorul unui fir subțire și ușor AC, înclinat față de orizontală cu un unghi de 30°. Să se determine: a) Tensiunea T în firul C; b) forța de reacțiune R în punctul F.

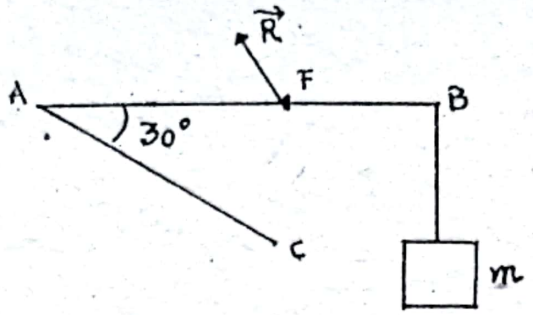
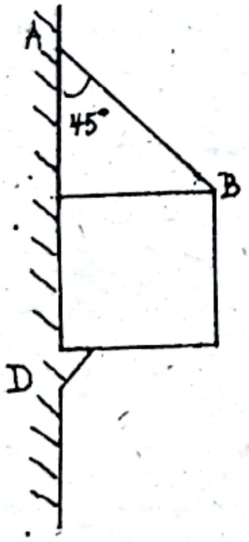


Fig. M. 190

M.191. Un cub cu masa de 1 t se sprijină cu muchea D pe o ieșitură dintr-un perete vertical și este legat de muchea B cu sfoara AB fixată în perete (fig. M. 191). Sfoara face un unghi de 45° cu peretele. Să se determine forța cu care acționează cubul asupra ieșiturii.



← Fig. M. 191

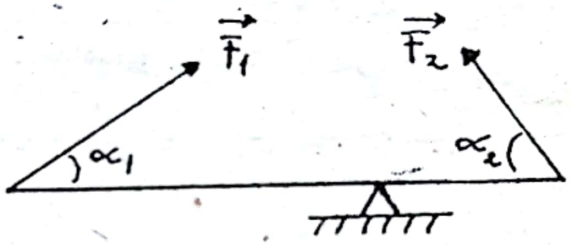


Fig. M. 192

M.192. O grindă cu secțiune constantă, cu un punct de sprijin se află în echilibru orizontal sub acțiunea forțelor F_1 și F_2 ce acționează sub unghiurile α_1 respectiv α_2 față de ea (fig. M.192). Să se determine poziția punctului de sprijin și reacțiunea acestuia. Greutatea grinzii este P, iar lungimea sa este l.

M.193. Un stîlp susține 8 fire de telegraf, care trag fiecare orizontal cu cîte 600 N. Stîlpul este la un colț de stradă, iar axele străzilor fac între ele un unghi de 150°. Pentru ca stîlpul să nu se rupă, el se sprijină de vîrf cu o proptea de lemn care face cu verticala un unghi de 20°. Să se determine forța care acționează în proptea.

M.194. La capătul A al unui stîlp vertical AB se trage cu două forțe de modul $F = 1$kN, iar pentru ca stîlpul să nu se încline, se ancorează stîlpul cu cablul AC. Stîlpul, firul și forțele se găsesc în același plan vertical; forțele F fac cu orizontala, de ambele ei părți, cîte un unghi de

Scanned with OKEN Scanner

30°, iar firul face cu stilpul un unghi de 45°. Să se determine : a) rezultanta celor două forțe F în modul și orientare ; b) componentele acestei rezultante după direcția stilpului și după direcția firului ; c) momentele rezultantei și tensiunii din fir în raport cu punctul B, știind că $AB = 5$m. Să se compare cele două momente și să se explice rezultatul.

M.195. Două cuburi cu muchea de 10 cm sînt sudate prin fețele lor formînd o prismă ; masa unui cub este de 1 kg iar a celuilalt de 3 kg. Prisma se află pe un plan orizontal rugos. Ce forță orizontală F trebuie aplicată bazei superioare a prismei, perpendicular pe muchea ei, pentru a răsturna prisma dacă : a) cubul mai greu se află jos ; b) cubul mai greu se află sus ?

M.196. Calculați poziția centrului de greutate al unui sistem format din 4 corpuri cu masele m, $2m$, $3m$, $4m$, așezate în linie dreaptă la distanțe egale d.

M.197. Un corp este format din doi cilindri cu axul comun, cu masele $m_1 = 5$ kg și $m_2 = 30$ kg, și înălțimi $h_1 = 10$ cm și $h_2 = 15$ cm. Presupunînd corpul omogen calculați poziția centrului de greutate.

M.198. Să se determine poziția centrului de greutate pentru plăcile din fig. M.198 a, b, c.

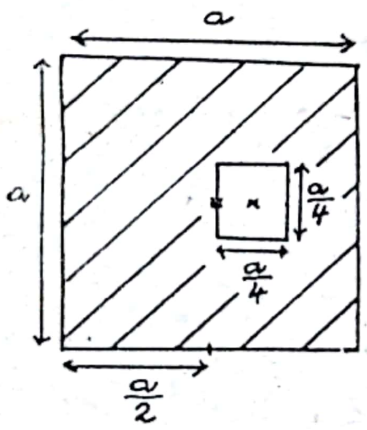


Fig. M. 198—a

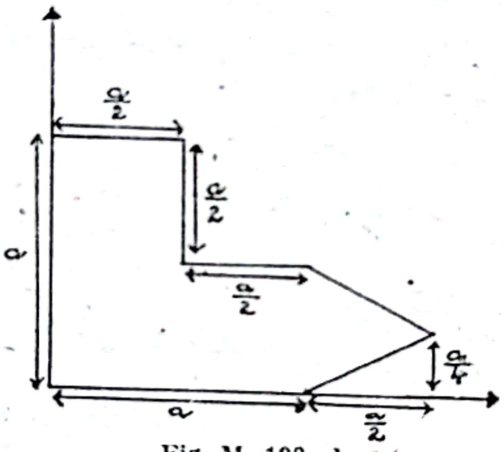


Fig. M. 198—b

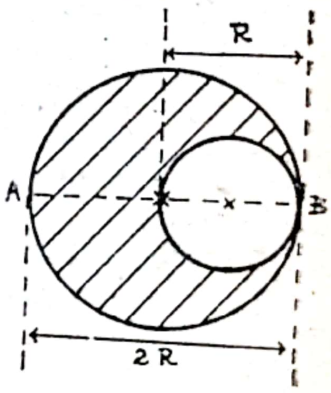


Fig. M. 198—c

M.199. Se dă o placă omogenă în formă de triunghi. Considerînd pe mediana AD un punct X, se înlătură porțiunea BXC din placă. Să se determine : a) centrul de greutate al porțiunii rămase $ABXC$; b) poziția punctului X astfel încît centrul de greutate al porțiunii $ABXC$ să se afle în punctul X.

M.200. Un corp de formă paralelipipedică, cu masa de 10 kg, se poate deplasa pe o suprafață orizontală, coeficientul de frecare fiind 0,2. Acest corp este legat, printr-un fir ce trece peste un scripete, de un vas cilindric cu masa de 0,5 kg avînd secțiunea de 150 cm² și înălțimea de 50cm. Vasul este suspendat vertical și deschis la partea superioară. a) Pînă la ce înălțime trebuie să turnăm apă în vas pentru ca sistemul să se miște uniform (frecările la scripete se neglijează) ? b) Unde se află centrul de greutate al vasului cu apă în situația de la punctul a (vasul gol este considerat perfect omogen și forma cilindrică este deasemenea perfectă) ? c) Umplînd

Scanned with OKEN Scanner

vasul complet cu apă și considerînd inițial sistemul în repaus, care va fi energia cinetică a sistemului după 0,3 s de la pornire? d) Care este lucrul mecanic al forței de frecare efectuat în acest interval de timp? Se consideră densitatea apei 10^3 kg/m^3 și accelerația gravitațională 10 m/s^2.

X. MECANICA FLUIDELOR

M.201. În mercurul dintr-un vas cilindric cu secțiunea $S = 10$ cm^2, plutește un corp cu secțiunea $s = 1$ cm^2, cufundîndu-se 2/3 din înălțimea sa $h = 45$ cm. Se toarnă apă în vas, astfel încît corpul să rămînă complet cufundat în cele două lichide. Cunoscînd densitățile mercurului și apei, $\rho = 13600$ kg/m^3 și $\rho = 1000$ kg/m^3, se cere: a) Densitatea corpului b) Înălțimea din corp care rămîne în mercur după turnarea apei; c) Volumele de mercur și de apă dezlocuite de corp; d) Cu cît coboară nivelul mercurului și apei din vas dacă se scoate corpul.

REZOLVARE

Corpul se află în echilibru în diferite situații sub acțiunea greutății și a forței arhimedice.

a) $\vec{G} + \vec{F}_A = 0$; $G = F_A$,

$$sh\,\rho_c\,g = s\,\frac{2}{3}\,h\,\rho_m\,g,$$

$$\rho_c = \frac{2}{3}\,\rho_m = 9060 \text{ kg/m}^3.$$

b) $\vec{G} + \vec{F}_{Am} + \vec{G}_{Aa} = 0$

$$sh\,\rho_c\,g = sy\,\rho_m\,g + s(h-y)\,\rho_a\,g,$$

$$y = h\,\frac{\rho_c - \rho_a}{\rho_m - \rho_a} = 28{,}8 \text{ cm}.$$

c) $V_m = sy = 28{,}8 \text{ cm}^3$,

$$V_a = s(h-y) = 16{,}2 \text{ cm}^3.$$

d) $y_m = \frac{V_m}{S} = 2{,}88$ cm,

$$y_a = \frac{V_a}{S} = 4{,}5 \text{ cm}.$$

M.202. O seringă orizontală are secțiunea pistonului $S_1 = 1{,}2$ cm^2, și secțiunea acului $S_2 = 0{,}8$ cm^2. Cursa pistonului în seringă este $l = 6$ cm. Se presupune seringa plină cu lichid de densitate $\rho = 1{,}4 \cdot 10^3$ kg/m^3. Se apasă asupra pistonului cu forța constantă $F = 47{,}25$ mN. Calculați timpul în care lichidul este scos din seringă.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

Considerăm seringa o conductă orizontală cu secțiune variabilă prin care se află un lichid ideal în curgere staționară, rezultă că vom putea scrie ecuația de continuitate și legea lui Bernoulli:

$$-S_1 v_1 = S_2 v_2,$$

$$-\frac{F}{S_1} + p_0 + \rho\frac{v_1^2}{2} = p_0 + \rho\frac{v_2^2}{2}.$$

Din acest sistem de ecuații se poate determina viteza v_1 care va permite calculul intervalului de timp solicitat:

$$\Delta t = \frac{l}{v_1},$$

$$\Delta t = l\sqrt{\frac{\rho S_1}{2F}\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1\right)} = 12 \text{ s}$$

M.203. Într-un vas cilindric avem apă și mercur; o sferă de fier, a cărei densitate $\rho = 7800$ kg/m³ se găsește în echilibru în interiorul vasului. Densitatea mercurului fiind 13 600 kg/m³, să se găsească raportul dintre volumul V_1 al calotei sferice care se găsește în apă și volumul V_2 al calotei sferice care se găsește în mercur.

M.204. O plută este formată din doi cilindri, unul de lemn și altul de fier legați prin baza lor comună, de înălțime $H = 20$ cm și $h = 1$ cm și de densități $\rho_1 = 600$ kg/m³ și $\rho = 7800$ kg/m³. Să se calculeze înălțimea plutei vizibilă din apă.

M.205. O sferă de plută, de rază $r = 50$ cm și densitate $\rho_1 = 0{,}24 \cdot 10^3$ kg/m³, este legată de o sferă de plumb de rază x și densitate $\rho_2 = 11{,}35 \cdot 10^3$ kg/m³. Să se determine x știind că sistemul format din cele două sfere este în echilibru într-o baie de apă.

M.206. O sferă cu volumul $V = 400$ cm³, dintr-un material cu densitatea $\rho_1 = 0{,}75$ g/cm³, este cufundată într-un lac sărat la adîncimea $h_1 = 20$ m, de unde i se imprimă de jos în sus, vertical, o viteză $v_1 = 5$ m/s. Să se determine: a) accelerația cu care sfera se ridică la suprafața apei, dacă densitatea apei este $\rho_2 = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg/m³ și accelerația gravitațională 9,8 m/s²; b) viteza v_2 cu care sfera ajunge la suprafața apei; c) înălțimea maximă h_2 la care se ridică sfera deasupra apei, în aer; d) adîncimea h_3 la care ajunge sfera cînd în cădere, se cufundă în apă. Se neglijează frecările sferei cu apa și aerul.

M.207. Un cub cu latura $l = 8$ cm, confecționat dintr-un material cu densitate $\rho = 800$ kg/m³, se cufundă în apă astfel ca fața sa superioară să se afle la o adîncime $h = 2{,}5$ cm. Să se calculeze: a) rezultanta forțelor care acționează asupra cubului; b) accelerația imprimată cubului lăsat liber; c) porțiunea x din latura cubului care rămîne cufundată la echilibru. Se neglijează frecările și se va lua $g = 9{,}81$ m/s².

Scanned with OKEN Scanner

M.208. O sferă de rază $r = 1$ cm și densitatea $\rho = 800$ kg/m³ cade liber de la înălțimea $H = 20$ m, în apă. Să se afle: a) viteza sferei la suprafața apei; b) energia cinetică a sferei la jumătatea drumului pînă la suprafața apei; c) adîncimea maximă la care sfera pătrunde în apă. Se neglijează frecările și se ia $g = 10$ m/s².

M.209. Pe un plan înclinat, cufundat pînă la jumătate din înălțimea sa în ulei, coboară un corp cu densitatea relativă față de ulei $d = 1{,}2$. Unghiul de înclinare al planului este $\alpha = 45°$; înălțimea planului, $H = 10$m; coeficientul de frecare pe planul înclinat în aer, $\mu = 0{,}19$ iar în ulei este neglijabil. Se neglijează fenomenele care intervin la contactul corpului cu suprafața uleiului. Să se calculeze: a) viteza corpului la intrarea în ulei; b) accelerația la mișcarea corpului în ulei; c) viteza corpului la baza planului înclinat; d) durata totală a mișcării.

M.210. O geamandură de formă cilindrică are înălțimea de 2 m, diametrul bazei de 1m și masa de 225 kg. Cablul care o fixează este alcătuit din 40 fire, fiecare cu secțiunea de 1 mm², lungimea de 10 m, modulul de elasticitate de 2.10^{11} N/m² și masa de 80 g. Cînd apa este liniștită cablul este vertical, netensionat. Să se calculeze: a) unde este linia de plutire a geamandurii; b) forța de întindere a cablului cînd apa face valuri care acoperă complet geamandura; c) lucrul mecanic de deformare a cablului în cazul de la punctul b; d) volumul minim al blocului de beton (densitatea 2200 kg/m³) de care este ancorată geamandura. Considerăm blocul îngropat și neglijăm frecările.

M.211. O conductă cilindrică orizontală are în una din porțiunile sale o secțiune cu aria $S_1 = 15$ cm², iar în altă porțiune o secțiune cu aria $S_2 = 5$ cm². Debitul apei fiind $Q = 5$ l/s, să se determine diferența de presiune dinamică dintre cele două porțiuni ale conductei. Se neglijează frecarea lichidului de conductă.

M.212. Un robinet situat deasupra unui vas are debitul $q = 21{,}6$ l/min. Pe fundul vasului se află un orificiu circular cu secțiunea $S = 2$ cm². Se constată că la un moment dat nivelul apei din vas rămîne constant. Să se calculeze înălțimea apei din vas cînd nivelul este constant.

M.213. Un recipient larg de formă cilindrică cu înălțimea de 50 cm umplut cu apă este așezat pe o masă. Neglijînd vîscozitatea, determinați la ce înălțime măsurată de la baza recipientului, trebuie făcut un mic orificiu pentru ca jetul de apă care va ieși prin el să întîlnească suprafața mesei la distanța maximă de recipint. Determinați valoarea distanței maxime.

M.214. Un rezervor cilindric așezat vertical, este prevăzut cu două orificii așezate pe aceiași generatoare la distanța „a" unul de altul. Distanța de la orificiul superior pînă la nivelul lichidului din vas este „h". Să se calculeze punctul de întretăiere al celor două vîne de apă ce curg din rezervor.

M.215. Un rezervor conține un fluid cu densitatea ρ. La distanța $h = 2{,}5$ m de suprafața liberă a fluidului se practică un orificiu cu aria $S = 4$ cm². Știind că diferența presiunilor statice dintre orificiu și supra-

Scanned with OKEN Scanner

fața liberă a apei este $\Delta p_s = 1{,}6 \cdot 10^5$ N/m², să se calculeze : a) debitul de fluid prin orificiu, dacă fluidul ce curge este : 1) apă ($\rho_a = 10^3$ kg/m³) ; 2) ulei ($\rho_u = 800$ kg/m³) ; Se va presupune nivelul superior al lichidului constant. b) debitul de fluid prin orificiu dacă rezervorul conține apă și ulei în straturi de înălțimi egale.

M.216. Diferența presiunilor statice în două puncte dintr-o conductă orizontală de secțiune variabilă este $\Delta p = 6{,}2 \cdot 10^4$ N/m². Știind că debitul volumic al fluidului din conductă este $q = 2{,}4$ m³/h, calculați lucrul mecanic efectuat de forțele de presiune din conductă în timp de 10 min între cele două puncte.

M.217. Ce lucru mecanic se efectuează dacă se aplică o forță constantă pistonului unei seringi, așezată orizontal, pentru a evacua tot lichidul din ea, de densitate ρ, într-un interval de timp Δt. Volumul lichidului este V și secțiunea orificiului de evacuare s este mult mai mică decît secțiunea pistonului. Se neglijează frecările și viscozitatea.

M.218. O pompă aspiră apă dintr-o conductă orizontală C_2 și o refulează într-o conductă orizontală C_1. Diferența nivelelor dintre conducte este $h = 8$ m, debitul volumic de apă este $Q_v = 0{,}25$ m³/s, ariile secțiunilor celor două conducte sînt $S_2 = 0{,}1$ m² și respectiv $S_1 = 0{,}025$ m². Știind că presiunea la care pompa aspiră apa este $p_1 = 8.10^4$ N/m² iar presiunea la care o refulează este $p_2 = 1{,}2 \cdot 10^5$ N/m², calculați puterea consumată de pompă știind că randamentul ei este $\eta = 0{,}8$.

M.219. Printr-o conductă orizontală curge apă cu $Q_v = 50$ l/s și secțiunea de 100 cm² și cade pe paletele unei roți hidraulice situată la 5m sub conductă, viteza periferică a roții fiind de 2 m/s. Dacă roata are randamentul de 75 % și raza 1 m, să se calculeze : a) puterea roții ; b) momentul mecanic rezistent pe care îl poate învinge ($g = 10$ m/s²).

M.220. La o turbină vine apă printr-o conductă avînd lungimea $l = 500$ m, aria secțiunii $S = 400$ cm² înclinarea față de planul orizontal $\alpha = 30°$. Se cere : a) debitul de apă ; b) puterea utilă la axul turbinei, dacă randamentul este $\eta_1 = 0{,}9$; c) cu ce viteză lovește apa paletele turbinei dacă ajutajul reduce secțiunea jetului la 1/10 ; d) Turbina antrenează o pompă care ridică apa la înălțimea de 70 m, randamentul pompei fiind $\eta_2 = 0{,}85$, să se calculeze debitul de apă. Se va lua $g = 9{,}8$ m/s².

XI. OSCILAȚII MECANICE

M.221. Un corp cu masa $m = 200$ g, legat de un resort elastic de constantă k, execută oscilații armonice, aflîndu-se la momentul inițial în poziția de echilibru. Dacă la distanța $y_1 = 10$ cm de poziția de echilibru viteza sa este $v_1 = 0{,}2$ m/s, iar la distanța $y_2 = 20$ cm viteza sa este $v_2 = 8$ cm/s, se cere : a) ecuația de mișcare a oscilatorului și constanta elastică a resortului ; b) distanța de poziția de echilibru pentru care accelerația este $a = 6$ cm/s² ; c) elongația pentru care energia cinetică a oscilatorului este egală cu energia sa potențială.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE:

a) Ecuația de mișcare a oscilatorului este:

$$y = A \sin (\omega t + \varphi).$$

Din datele problemei rezultă:
$\varphi = 0$, la momentul inițial se află în poziția de echilibru;

$$y_1 = A \sin \omega t_1; \qquad y_2 = A \sin \omega t_2$$

$$v_1 = \omega A \cos \omega t_1; \qquad v_2 = \omega A \cos \omega t_2.$$

Din acest sistem de patru ecuații cu patru necunoscute (A, ω, t_1 și t_2) se determină cele două necunoscute A și ω necesare scrierii ecuației de mișcare.

Rezolvarea sistemului se face prin eliminarea funcțiilor trigonometrice, prin ridicare la pătrat și adunarea lor două cîte două (pentru același moment);

$$\frac{y_1^2}{A^2} + \frac{v_1^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

$$\frac{y_2^2}{A^2} + \frac{v_2^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{v_2^2 - v_1^2}{y_1^2 - y_2^2}} = 1{,}06 \frac{1}{\text{s}}$$

$$A = \sqrt{\frac{y_1^2 v_2^2 - v_1^2 y_2^2}{v_2^2 - v_1^2}} = 21{,}4 \text{ cm}$$

$$y = (21{,}4 \sin 1{,}06\, t)\text{cm},$$

$$k = m\,\omega^2 = 0{,}225 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) $a' = -\omega^2 y'$

$$y' = \frac{a^2}{\omega^2} = 5{,}34 \text{ cm}.$$

c) $E_c'' = E_p''$

$$E = E_c'' + E_p'' = 2\,E_p''$$

$$\frac{1}{2} k A^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} k\, y''^2$$

$$y'' = \frac{\sqrt{2}}{2} A = 15{,}13 \text{ cm}$$

Scanned with OKEN Scanner

M.222. Un ceasornic cu pendul este reglat astfel încît bate secunda într-un loc, unde accelerația gravitațională este 9,81 m/s². Se transportă ceasornicul în alt loc unde accelerația gravitațională este de 9,78 m/s². a) Ce se va întîmpla cu mersul ceasornicului? b) Cu cît va trebui lungit sau scurtat pendulul ceasornicului pentru ca să bată din nou secunda?

REZOLVARE:

a) Perioada pendulului în primul loc este:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2s$$

Perioada pendulului în celălalt loc este

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}}$$

Făcînd raportul acestor expresii rezultă:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

Deoarece $g_1 > g_2$; $T_1 < T_2$, deci ceasornicul va rămîne în urmă

b) Pentru a bate secunda trebuie micșorată lungimea pendulului, astfel:

$$\frac{l}{g'} = \frac{l'}{g_2}; \quad \frac{l'}{l} = \frac{g_2}{g_1}; \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{g_2 - g_1}{g_1}$$

$$\Delta l = \frac{T_1^2(g_2 - g_1)}{4\pi^2} = -0{,}3 \text{ cm}.$$

M.223. Să se calculeze pentru oscilația armonică descrisă de ecuația: $y = 50 \sin\left(628\,t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm, perioada, frecvența, amplitudinea, faza inițială, elongația la momentul inițial ($t = 0$) și la momentele $t_1 = 1/3400$ s, $t_2 = 1/300$ s.

M.224. Să se scrie ecuația elongației oscilației armonice știind că perioada sa este 20 ms și față de originea de fază aleasă, satisface condițiile:

$y_1 = 3$ cm ; $y_2 = 4$ cm.

$t_1 = \frac{T}{4}$; $t_2 = \frac{T}{2}$.

M.225. Elongația unei mișcări oscilatorii sinusoidale este dată de expresia:

$$y_1 = 7 \sin\left(100\ \pi\ t + \frac{\pi}{3}\right) \text{cm}$$

Să se scrie expresia elongației unei alte mișcări sinusoidale y_2 de aceiași frecvență, știind că aceasta este defazată în timp în urma lui y_1 cu $t = 5/6$ ms și că satisface condiția: $y_2 = 3\sqrt{2}$ cm, $t_2 = \frac{T}{8}$, în care T este perioada oscilațiilor considerate.

M.226. Un oscilator efectuează o mișcare descrisă de ecuația:

$$y = 4 \sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{cm}.$$

Să se determine: a) Valorile maxime ale vitezei și accelerației oscilatorii; b) Momentele cînd viteza și accelerația sînt maxime.

M.227. Un resort de masă neglijabilă, avînd constanta elastică $k = 10$ N/m, este suspendat în poziția verticală. La capătul resortului se agață un corp cu masa $m = 0{,}1$ kg, care se lasă liber. Se cere să se afle: a) ecuația care descrie oscilația corpului de masă m, din momentul agățării de resort; b) alungirea maximă a resortului, în raport cu lungimea sa inițială. Se va lua $g = 10$ m/s².

M.228. Sub acțiunea unei forțe $F = 10$ N, un corp cu masa $m = 0{,}1$ kg, atîrnat de capătul unui resort, se deplasează cu $x = a$ cm față de poziția de echilibru. Se cere să se calculeze: a) pulsația, perioada și frecvența oscilațiilor libere ale corpului; b) raportul dintre energia cinetică și cea potențială a corpului, la o distanță de origine egală cu jumătatea amplitudinii.

M.229. Un resort are coeficientul de elasticitate $k = 100$ N/m. Fiind suspendat vertical, în repaus, de capătul lui se etajează un corp cu masa $m = 1$ kg, apoi este lăsat sistemul liber. Se cere: a) lungimea pendulului matematic care are perioada egală cu cea a oscilatorului cu resort; b) să se scrie ecuația elongației mișcării oscilatorii a corpului atașat de resort; c) să se scrie ecuațiile vitezei și accelerației mișcării oscilatorii a corpului atașat. Se va lua accelerația gravitațională 10 m/s².

M.230. Un corp cu masa de 0,5 kg, legat de un resort, oscilează în jurul poziției de echilibru. Amplitudinea mișcării oscilatorii este de 20 cm, iar valoarea maximă a forței elastice care acționează asupra corpului este 10 N. Luînd poziția de echilibru a corpului ca origine și știind că la momentul inițial se află la distanța maximă posibilă de poziția de echilibru, să se determine: a) ecuația mișcării oscilatorii; b) energia totală a oscilatorului.

M.231. Constanta elastică a unui resort este $k = 10^3$ N/m. De un capăt al resortului se suspendă un corp cu masa $m = 0{,}1$ kg. Se produce

oscilații ale corpului astfel încît la distanța $y_1 = 3$ cm de poziția de echilibru, impulsul corpului este $p_1 = 0{,}3$ Ns. Se cere: a) ecuația mișcării oscilatorii a corpului considerînd faza inițială nulă; b) valoarea maximă a impulsului corpului în timpul mișcării; c) energia cinetică și potențială corpului cînd elongația mișcării este $y_2 = 4$ cm.

M.232. Un punct material cu masa de 25 g efectuează o mișcare oscilatorie armonică cu amplitudinea egală cu 0,22 m. Știind că în momentul în care trece prin poziția de echilibru are viteza de 9,6 m/s, se cere: a) ecuația mișcării; b) elongația y_1 la momentul $t_1 = 7/6\ T$; c) elongația y_2 în momentul în care viteza oscilatorului este egală cu un sfert din viteza pe care o are în poziția de echilibru; d) valoarea maximă a forțelor elastice; e) frecvența și perioada oscilațiilor.

M.233. Un pendul simplu este format dintr-un fir cu lungimea de 2,5 m de care este prins un corp de 100 g. Știind că pendulul oscilează cu amplitudinea unghiulară de 45°, să se calculeze energia cinetică și potențială corespunzătoare elongației de 30° ($g = 10$ m/s^2).

M.234. Se consideră două pendule cu lungimile l_1 și l_2 al căror raport este $k > 0$. Ce valoare trebuie să aibă numărul k pentru ca un ceas cu pendul de lungime l_2 să înainteze cu 10 s în 24 h, față de un ceas cu pendul de lungime l_1 care bate secunda în același loc?

M.235. Un ceas de precizie cu pendul, care bate secunda la suprafața pămîntului este mutat la o altitudine de 2 km în aceiași localitate. Ce influență va avea această mutare asupra mersului ceasului și cu cîte secunde va varia mersul lui în 24 h. Raza Pămîntului este 6400 km.

M.236. Să se stabilească legea de variație a perioadei pendulului matematic ce bate secunda și să se reprezinte grafic pe hîrtie milimetrică la o asemenea scară încît să se poată citi direct pe grafic perioada pendulului pentru înălțimile ce cresc din sută în sută de kilometri.

M.237. O pendulă bate secunda la ecuator și la nivelul mării. a) Care ar fi durata unei oscilații simple dacă Pămîntul și-ar înceta mișcarea de rotație, b) De cîte ori ar trebui să crească viteza de rotație a Pămîntului pentru ca perioada de oscilație să devină infinită? c) Cu cît ar lua-o înainte pendula în 24 h dacă am duce-o la pol. Accelerația gravitațională la nivelul mării este dată de formula $g = (9{,}806 - 0{,}025 \cos 2\lambda)$ m/s^2, λ fiind latitudinea.

M.238. Un pendul, a cărui perioadă de oscilație este 0,5 s, se fixează la un cărucior ce coboară pe un plan înclinat și apoi se mișcă pe un plan orizontal. Unghiul format de planul înclinat cu orizontala este de 45°. Neglijînd frecările să se determine perioada de oscilație a pendulului cînd: a) căruciorul coboară pe planul înclinat; b) căruciorul merge pe suprafața orizontală.

M.239. Un pendul cu lungimea de 2m este plasat într-un ascensor. Cursa ascensorului este de 200 m. Plecînd din repaus ascensorul se deplasează cu accelerația $a_1 = g/10$ un interval de timp $t_1 = 8$s, după care își continuă mișcarea uniform și spre a se opri la distanța de 200 m frînează

Scanned with OKEN Scanner

cu aceiași valoare a accelerației ($a_3 = -g/10$). Calculați numărul de oscilații efectuat de pendul în decursul mișcării ascensorului.

M.240. Găsiți ecuația mișcării obținute prin suprapunerea a două oscilații, cu elongații paralele, descrise de ecuațiile:

a) $y_1 = 6 \sin\omega t$ și $y_2 = 8 \cos\omega t$;

b) $y_1 = 5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ și $y_2 = 7 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$.

M.241. Într-un punct P se suprapun trei oscilații armonice cu elongații paralele. Știind că în urma acestor suprapuneri punctul P rămîne în repaus și că două din oscilații sînt descrise de ecuațiile:

$$y_1 = 7{,}4 \sin(\omega t + 45°)$$

$$y_2 = 6 \sin(\omega t + 150°)$$

să se găsească expresia instantanee a elongației celei de-a treia oscilație.

XII. UNDE ELASTICE

M.242. Extremitatea unei coarde elastice oscilează după legea: $y = 0{,}02 \sin 10\pi t$ m. a) Aflați frecvența și perioada oscilațiilor extremității; b) Calculați lungimea de undă a undelor ce se propagă în lungul coardei, dacă viteza lor de propagare este $u = 0{,}4$ m/s; c) Ce diferență de fază corespunde oscilațiilor a două puncte de pe coardă aflate la distanța $\Delta x = 5$ cm unul de celălalt? d) Care este legea de oscilație a unui punct situat la distanța $x_1 = 1{,}2$ m de extremitate? Se va presupune coarda infinită. e) Ce viteză are punctul situat la distanța x_1 după o optime de perioadă, socotit din momentul în care a început să oscileze.

REZOLVARE:

a) Prin identificare se obține:

$\omega = 10\pi$, de unde

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 5\text{Hz},$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 0{,}2 \text{ s}.$$

b) Lungimea de undă se obține din relație:

$$\lambda = uT = 8.10^{-2} \text{ m}.$$

c) Diferența de fază se calculează din relația:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = \pi \frac{5}{4}.$$

Scanned with OKEN Scanner

d) Considerînd coarda mediu nedisipativ de energie se poate calcula elongația unui punct aflat la distanța x_1 din legea undei plane:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right),$$

$$y = 0{,}02 \sin 10\pi \ (t - 3)\text{m}.$$

e) Viteza de oscilație a punctului se calculează din legea vitezei:

$$v = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = \omega A \cos 10\omega t$$

$$v = 0{,}2\pi \cos 10\,\pi \frac{1{,}2}{0{,}4} = 0{,}44 \text{ m/s}.$$

M.243. Două surse de oscilație S_1 și S_2 emit unde cu amplitudinea $A_1 = 2$mm și respectiv $A_2 = 5$ mm. Frecvența undelor emise este $\nu = 160$ Hz iar viteza lor de propagare în aer este $u = 320$ m/s. Să se afle legea de oscilație a unui punct situat la distanța $x_1 = 6{,}5$ m de prima sursă și $x_2 = 32/3$ m de a doua sursă, dacă sursele oscilează în fază.

REZOLVARE:

Sursele S_1 și S_2 produc oscilații care se propagă prin mediu antrenînd în oscilație și punctul P aflat la distanța x_1 de S_1 respectiv la distanța x_2 de S_2.

Punctul P descrie o mișcare oscilatorie care este rezultatul compunerii oscilațiilor care ajung în punctul P. Considerînd mediul nedisipativ de energie și propagarea făcută sub formă de unde plane, elongațiile undelor care ajung în P sînt:

$$y_1 = A_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

$$y_2 = A_2 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Mișcarea rezultantă va fi descrisă de legea:

$$y = A \sin (\omega t + \varphi),$$

unde:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda}} = 6{,}8 \text{ mm},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{x_2}{\lambda}}{A_1 \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{x_2}{\lambda}} = 39°46'.$$

$$y = 6{,}8 \sin (1005{,}3\ t + 39°46').$$

Scanned with OKEN Scanner

M.244. O sursă produce oscilații cu frecvența de 50 Hz, care se propagă în două medii diferite. Cunoscînd vitezele de propagare, $u_1 = 5000$ m/s și $u_2 = 1450$ m/s, ale vibrațiilor în cele două medii să se calculeze lungimile de undă corespunzătoare.

M.245. Pe suprafața unui lichid o sursă produce oscilații cu frecvența de 100 Hz care se propagă cu viteza de 50 cm/s. Cunoscînd că : a)Amplitudinea sursei este de 1 mm, să se scrie ecuația mișcării unui punct P aflat la distanța de 20 cm de sursă (se va considera că propagarea nu modifică amplitudinea). b) La momentul inițial punctul sursă trece prin elongația zero spre valori pozitive, să se determine elongația punctului P la momentele $t_1 = 0{,}399$ s, $t_2 = 0{,}4$ s, $t_3 = 0{,}405$ s.

M.246. Punctele unui mediu, în care s-au format unde, execută mișcări periodice descrise de legea :

$$y = 4 \sin\left(\frac{2\pi t}{6} + \varphi\right),$$

în care timpul este exprimat în secunde și amplitudinea în cm. Să se calculeze : a) viteza de propagare a mișcării oscilatorii știind că lungimea de undă este de 240 cm ; b) diferența de fază, în grade, corespunzătoare a două poziții ocupate de același punct după un interval de 1 s ; c) diferența de fază, la un moment dat, între mișcările oscilatorii a două puncte aflate pe aceiași direcție de propagare la distanța de 210 cm una de alta.

M.247. Punctele unui mediu în care s-au format unde execută mișcări periodice descrise de legea :

$$y = 2{,}10^{-3} \sin(120\ \pi t - 0{,}25\ x)\text{m}.$$

Să se determine : a) frecvența oscilațiilor punctelor mediului ; b) viteza maximă a oscilațiilor punctelor mediului ; c) viteza de propagare a undei.

M.248. O undă se propagă într-un mediu cu modul de elasticitate $E_1 = 10^{11}$ N/m² și densitate $\rho_1 = 7000$ kg/m³. Sub incidența $i = 30°$ unda trece într-un mediu cu densitatea $\rho_2 = 11{,}3 \cdot 10^3$ kg/m³ și cu modulul de elasticitate $E_2 = 0{,}17 \cdot 10^{11}$ N/m². Să se calculeze unghiul de refracție.

M.249. Fie $y_1 = 3 \sin 200\pi t$ mm și $y_2 = 3 \sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ mm, elongațiile care descriu mișcarea a două surse S_1 și S_2 situate la 6 cm una de alta, care produc oscilații transversale cu elongații paralele care se propagă cu viteza de 80 cm/s pe suprafața unui lichid. Să se determine : a) diferența de fază între mișcările care sosesc în același moment într-un punct situat la distanța d_1 de S_1 și d_2 de S_2 ; b) amplitudinea oscilației rezultante în punctul prezentat anterior ; c) diferența de drum pentru care diferența de fază este nulă sau 4.

Scanned with OKEN Scanner

M.250. Se dau ecuațiile a două mișcări ondulatorii produse de sursele S_1 și S_2 de unde coerente:

$$y_1 = 3 \sin \frac{2\pi}{T} t \text{ și } y_2 = 4 \sin \frac{2\pi}{T} t .$$

a) Să se calculeze amplitudinea undei rezultate prin interferența celor două unde în punctul M, știind că diferența de drum este 0,5 cm, viteza 0,5 cm/s și periada 4 s. b) Considerînd amplitudinile celor două oscilații egale să se demonstreze că în cazul cînd diferența de drum este un număr par de $\frac{\lambda}{2}$ amplitudinea oscilației rezultante este $2A$ și cînd este un număr impar de $\frac{\lambda}{2}$ este nulă.

M.251. Distanța dintre ramurile unui diapazon este $d = 5$ cm. Diapazonul oscilează cu frecvența $\nu = 560$ Hz și cu amplitudinea $A = 0{,}6$ mm. La momentul inițial cele două ramuri ale diapazonului sînt apropiate una de alta. Considerînd viteza de propagare a undelor în aer $u = 320$ m/s, să se afle: a) amplitudinea de oscilație a punctului O situat la mijlocul distanței dintre ramurile diapazonului; b) legea de oscilație a punctului P situat la distanța $x = 0{,}7$ m de punctul O măsurată în direcție perpendiculară pe ramurile diapazonului.

M.252. O coardă AB cu lungimea de 1 m este fixată la ambele capete. Într-un punct P situat la 20 cm de centrul oscilației A, diferența de drum dintre unda reflectată în B și unda incidentă este un număr egal cu 13. Să se afle: a) Lungimea de undă a oscilației și numărul de noduri și centre care se formează în coardă; b) cum oscilează punctul P, cînd capătul B este lăsat liber și lungimea de undă este cea aflată la punctul „a"?

M.253. O coardă cu lungimea de 15 m, fixată la un capăt primește la celălalt capăt impulsuri, ritmice transversale de mică amplitudine cu frecvența de 2 Hz. Viteza de propagare a oscilațiilor în coardă este de 20 m/s. Se neglijează toate amortizările. a) Care este lungimea de undă? Cîte fuse se formează în coardă? b) Ce se întîmplă dacă frecvența impulsurilor devine 4 Hz, 8Hz, 3 Hz?

M.254. Un fir de bumbac cu lungimea de 2 m și masa de 0,45 g este fixat cu o extremitate de brațul unui diapazon și cu cealaltă de un corp C cu masa de 200 g (fig. M.254). Știind că lungimea părții orizontale

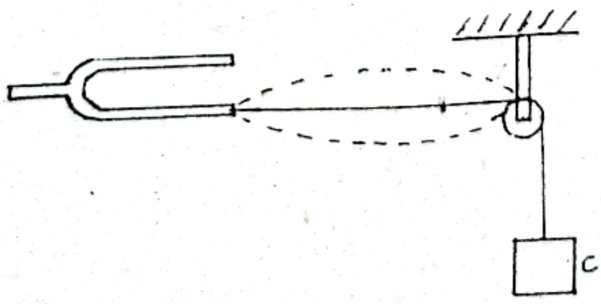


Fig. M. 254

a firului este 2 m și că prezintă aspectul unui singur fus, să se determine: a) Frecvența vibrațiilor produse de diapazon; b) Greutatea pe care trebuie să o aibă corpul C pentru ca firul să ia forma a două fuse consecutive?

M.255. O undă sonoră plană, care se propagă într-un singur sens, este descrisă de următoarea lege:

$$y = 0{,}05 \sin(1980\ t - 6x)\text{cm},$$

unde y este elongația particulei în sensul de propagare a undei, t momentul de timp (în secunde), x distanța pe direcția de propagare (în metri). Să se afle: a) frecvența oscilațiilor; b) lungimea de undă; c) viteza de propagare a undei; d) viteza maximă de oscilație a particulei.

Scanned with OKEN Scanner

FENOMENE TERMICE

I. FIZICĂ MOLECULARĂ

T.1. Să se calculeze numărul de kilomoli conținuți :
a) în $m = 1$ kg apă ;
b) într-un corp având $N = 6{,}625 \cdot 10^{24}$ molecule ;
c) într-un volum $V = 1$ m³ de azot aflat în condiții normale de presiune și temperatură, știind că $V_{0\mu} = 22{,}4$ m³/kmol.

T.2. Să se calculeze masa m_0, în kilograme, a unei molecule de azot și a unei molecule de apă, cunoscînd masele atomice relative : $m_{rN} = 14$; $m_{rH} = 1$, $m_{r0} = 16$ și numărul lui Avogadro ; $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1}.

T.3. Să se calculeze :

a) densitatea oxigenului în condiții normale de presiune și temperatură ;

b) densitatea relativă a metanului față de aer și față de hidrogen.
Se cunosc masele atomice relative :

$m_{r0} = 16$; $m_{rC} = 12$; $m_{rH} = 1$ și volumul molar $V_{0\mu} = 22{,}4$ m³/kmol.

T.4. Fie m_i masele și M_i masele molare ale gazelor componente ($i = 1, 2\,3, \ldots$) dintr-un amestec, m — masa totală și M — masa molară aparentă (medie) a amestecului. Să se demonstreze relația :

$$\frac{m}{M} = \sum_i \frac{m_i}{M_i}$$ (aditivitatea numărului de moli la amestecuri).

T.5. Să se calculeze masa molară medie (aparentă) a unui amestec de gaze, știind masele molare ale gazelor componente și compoziția procentuală :

a) în volume (r_i) ;
b) în greutate (g_i).
Aplicație în ultimul caz la aer :

$$g_1 = 76\ \%\ N_2 ;\ g_2 = 23\ \%\ O_2 ;\ g_3 = 1\ \%\ Ar$$

T.6. 17 picături dintr-o soluție de trioleină-benzină de concentrație 0,1 % ocupă 1 cm³. Lăsînd să cadă o picătură din această soluție pe suprafața apei, dintr-un vas presărată cu licopodiu se formează un cerc cu diametrul de 31 cm. Cunoscîndu-se densitatea trioleinei $\rho = 0{,}90$ g/cm³ și masa ei moleculară $M = 282$ kg/kmol, determinați :
a) grosimea stratului de ulei ;

b) volumul unei molecule de ulei (presupusă de formă cubică);
c) numărul lui Avogadro.

T.7. Pe talerele unei balanțe sînt puse vase identice închise ermetic conținînd: unul aer uscat, celălalt aer umed. Temperatura și presiunea sînt aceleași în ambele vase. Încotro se înclină balanța? Altfel spus, care este mai greu, aerul uscat sau aerul umed (în aceleași condiții de presiune și temperatură?).

T.8. Dacă presiunea unei mase de gaz este schimbată izoterm cu 2 atm volumul se schimbă cu 3 l. Dacă însă presiunea este schimbată izoterm cu 5 atm, volumul se schimbă cu 5 l. Să se afle valorile inițiale ale presiunii și volumului.

T.9. Într-un tub semicapilar, sudat la un capăt este închisă o cantitate de gaz cu ajutorul unui dop de mercur de lungime d (tubul lui Melde). În poziție orizontală coloana de aer are lungimea l_0; în poziție verticală cu capătul deschis în sus coloana de aer are lungimea l_1 iar în poziție verticală cu deschiderea în jos, l_2. Se cer:
a) expresiile presiunii atmosferice în funcție de d, l_0, l_1, l_2;
b) relațiile între l_0, l_1, l_2.

T.10. Un cilindru de lungime $l = 40$ cm este împărțit în două compartimente egale cu ajutorul unui piston de masă neglijabilă. Inițial, presiunea dintr-un compartiment este de 3 ori mai mare decît în celălalt. Cu cît se va deplasa pistonul în absența frecării dacă se lasă liber?

T.11. În mijlocul unui tub subțire orizontal, închis la capete se află o coloană de mercur de lungime $l = 19{,}6$ mm.
Dacă se pune tubul sub un unghi $\alpha = 30°$ față de orizontală, coloana de mercur se deplasează cu $d_1 = 2$ cm, iar dacă tubul stă vertical, coloana se deplasează cu $d_2 = 3$ cm.
Care este presiunea aerului din tub în poziția orizontală?

T.12. Un tub de lungime $l = 1$ m, închis la capătul superior este cufundat cu capătul deschis într-un lichid de densitate $\rho = 10^3$ kg/m^3 pe o adîncime $x = 0{,}67$ m considerînd că presiunea atmosferică este cea normală, p_0, să se determine înălțimea y la care a pătruns apa în tub.

T.13. Un tub cilindric, subțire, de lungime $l = 1$ m, deschis la ambele capete, este cufundat pe jumătate într-un vas cu mercur la presiunea atmosferică de 750 Torr. Tubul se astupă cu degetul la capătul superior și se scoate afară în poziția verticală.
a) Care este lungimea coloanei de mercur rămasă în tub?
b) Se răstoarnă tubul cu 180°. Cu cît coboară coloana de mercur în tub?

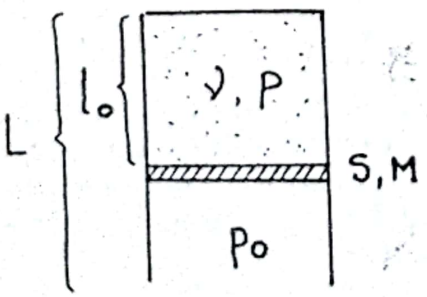


Fig. T.14.

T.14. Un gaz ideal aflat într-un cilindru cu piston închis la un capăt și de secțiune S ocupă un compartiment de lungime l_0 (fig. T.14). Masa pistonului este M, lungimea cilindrului L, iar presiunea atmosferică exterioară, p_0. Cilindrul se cufundă într-un vas cu lichid de densitate ρ pe adîncimea l. Să se determine poziția pistonului la echilibru.

Scanned with OKEN Scanner

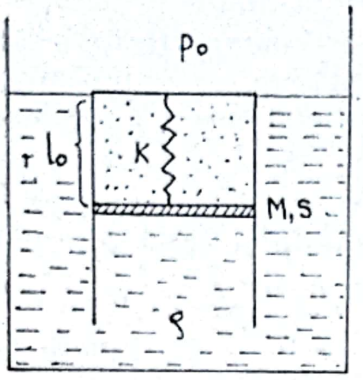


Fig. T.15.

T.15. Un cilindru de lungime L închis la un capăt este cufundat total într-un lichid de densitate ρ. Cilindrul este prevăzut cu un piston de secțiune S legat de un resort de lungime l_0 și de constantă elastică K conform figurii T.15, nedeformat.

a) Știind că în poziția desenată presiunea gazului este p_0, să se determine masa M a pistonului.

b) Presupunînd transformarea gazului izotermă să se determine lungimea resortului la scoaterea cilindrului din lichid, știind că presiunea atmosferică are valoarea p_0.

T.16. Un tub de secțiune S_2 în formă de U are la unul din capete sudat un vas cilindric de lungime l și secțiune $S_1 > S_2$, ca în figura T.16. Se toarnă prin ramura deschisă mercur de densitate ρ pînă cînd nivelul mercurului este același în cele două ramuri și la înălțimea h în vasul cilindric. Să se determine diferența de nivel atunci cînd în ramura deschisă se toarnă o coloană de apă de înălțime h_0 și densitate ρ_0. Presiunea atmosferică este p_0.

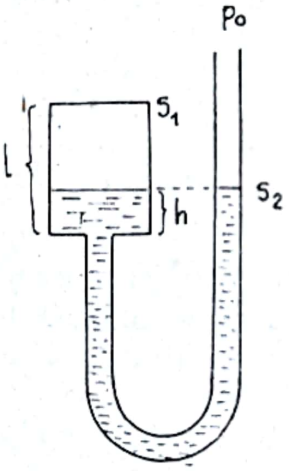


Fig. T.16

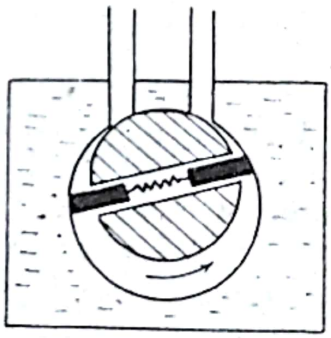


Fig. T.17

T.17. Recipientul unei pompe de compresiune (fig. T.17) are un volum V. Volumul corpului de pompă este v. Să se calculeze numărul de rotații ale rotorului necesar pentru ca masa totală a aerului conținut în recipient, presupus inițial plin cu aer la presiunea atmosferică, să fie m. Să se calculeze de asemenea, presiunea aerului din recipient în acest moment. Se consideră aerul atmosferic în condiții normale de temperatură și presiune și se consideră cunoscută densitatea lui ρ_0, în aceste condiții.

T.18. Cîte rotații trebuie să facă rotorul unei pompe de vid pentru a micșora presiunea aerului dintr-un vas cu volumul V de la valoarea p_0 la $p < p_0$ dacă volumul pompei este v. Temperatura se consideră constantă.

Scanned with OKEN Scanner

T.19. Exprimaţi dependenţa presiunii aerului dintr-un recipient care se videază în funcţie de timpul de evacuare, t. Volumul recipientului este V, iar presiunea iniţială a aerului din recipient este p_0. Se presupune că procesul este izoterm iar viteza de evacuare este C şi este independentă de presiune.

Observaţie: Viteza de evacuare este numeric egală cu volumul de gaz evacuat în unitatea de timp, volumul măsurat fiind acela corespunzător presiunii atinse în momentul respectiv.

T.20. În figura T.20 sînt reprezentate curbele $\ln \frac{p_0}{p}$ în funcţie de timp pentru două pompe de vid (p_0 — presiunea iniţială). Care din pompe videază mai rapid şi care dă un vid mai bun?

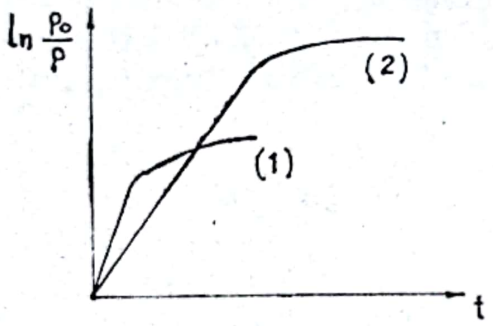


Fig. T.20

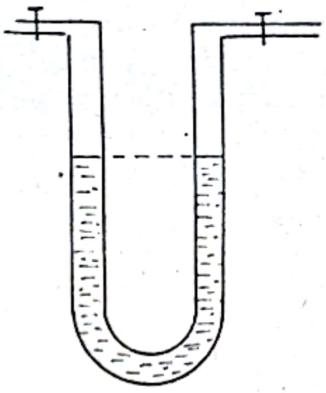


Fig. T.21

T.21. Într-un tub în formă de U, prevăzut cu robinete la capete se află mercur cu densitatea ρ. Lungimea totală a coloanei de mercur este l. Înălţimea coloanei de aer în poziţie verticală, deasupra mercurului din fiecare ramură este h la presiunea normală p_0.

Înclinînd puţin tubul şi apoi aducîdu-l repede înapoi în poziţie verticală, coloana de mercur începe să oscileze. Această experienţă se efectuează întîi cu robinetele deschise, apoi cu robinetele închise. Să se determine raportul perioadelor de oscilaţie în cele două cazuri. Se vor neglija variaţiile de temperatură ale aerului, variaţiile de volum ale mercurului şi frecările.

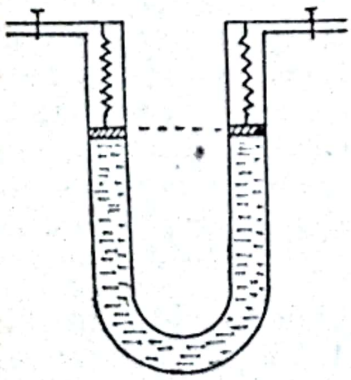


Fig. T.22

T.22. Presupunînd că în fiecare ramură a tubului din problema precedentă şi în contact cu lichidul se află două pistoane de secţiune S şi de masă neglijabilă prinse de cîte un resort de aceeaşi constantă de elasticitate K ca în figura T.22, nedeformate în starea de echilibru să se scrie ecuaţia micilor oscilaţii ale coloanei de lichid ştiind că în starea iniţială denivelarea lichidului este $2a$.

Scanned with OKEN Scanner

T.23. Un cilindru de secțiune S este legat de un balon de volum V printr-un tub subțire prevăzut cu un robinet ca în figura T.23. Cilindrul conține un piston de masă M, iar presiunea atmosferică este p_0. Presupunînd cunoscute S, M, l, V, p_1, p_0 să se determine distanța pe care se deplasează pistonul la deschiderea robinetului.

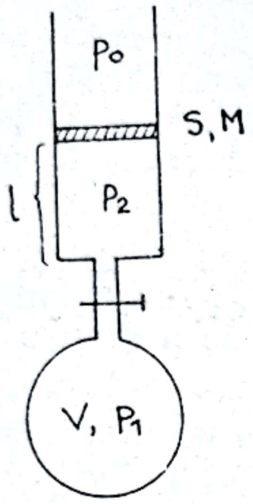


Fig. T.23

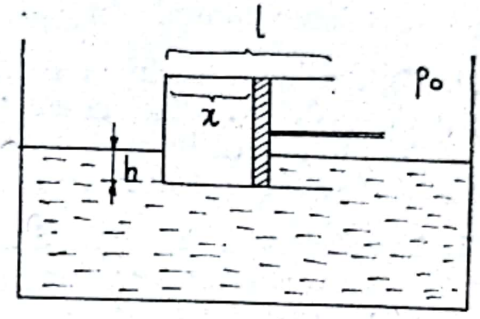


Fig. T.24

T.24. Într-un vas cu apă se cufundă un vas cubic cu piston mobil, avînd greutatea G și latura l (T.24). Presiunea inițială a aerului în cilindru este egală cu presiunea atmosferică normală. Să se determine adîncimea h pînă la care se cufundă sistemul în apă și distanța x dintre pereții verticali, dacă $G < l^3 \cdot \rho \cdot g$ (ρ = densitatea apei din vas).

T.25. Determinați experimental valoarea presiunii atmosferice folosind numai măsurători de lungime avînd la dispoziție:

a) o riglă, un tub Melde și puțin mercur;

b) un tub de sticlă închis la un capăt, un cilindru de sticlă (cu diametrul mai mare decît al tubului), apă și o riglă.

T.26. La ce temperatură volumul unui gaz aflat inițial la 0°C se dublează dacă încălzirea se face sub presiune constantă?

Să se generalizeze problema cînd în stare inițială gazul se află la temperatura t_1.

T.27. Dreptele (1), (2) și (3) din figura T.27 reprezintă dependența volumului unui gaz de temperatură în timpul unui proces izobar. Ce semnificație fizică prezintă pantele lor diferite?

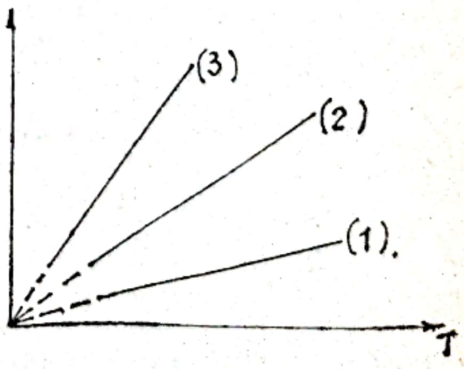


Fig. T.27

T.28. Un tub cilindric vertical de secțiuni diferite este închis la ambele capete prin două pistoane de arii diferite (figura T.28). Fiecare piston alunecă în porțiunea de tub corespunzătoare. Între cele două pistoane legate printr-un fir inextensibil se găsește un mol de gaz ideal

Fig. T.28

Diferența dintre secțiunea pistonului superior și aceea a pistonului inferior este ΔS. Suma maselor celor două pistoane este m. Presiunea atmosferică este p_0. Cu cîte grade Kelvin trebuie încălzit gazul dintre pistoane pentru a obține o deplasare l a pistoanelor?

T.29. Un balon deschis, conținînd un gaz, este încălzit, apoi închis și răcit pînă la temperatura de 27°C astfel încît presiunea a devenit de două ori mai mică decît presiunea atmosferică. Să se afle pînă la ce temperatură a fost încălzit balonul.

T.30. Un vas este închis cu un capac ventil de arie $S = 10$ cm² și greutate $G = 50{,}7$ N. Pînă la ce temperatură poate fi încălzit aerul din vas, astfel încît ventilul să nu se deschidă? (În momentul închiderii vasului aerul atmosferic era în condiții normale).

T.31. Dreptele (1), (2) și (3) din figura T. 31 reprezintă dependența presiunii pe care o exercită un gaz de temperatură în timpul unui proces izocor. Ce semnificații au pantele acestor drepte?

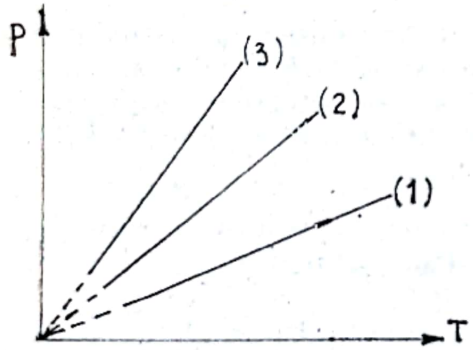


Fig. T.31

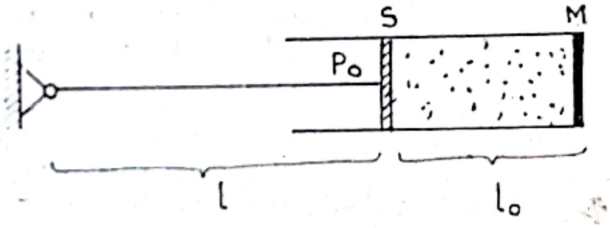


Fig. T.32

T.32. Un cilindru izolat adiabatic are masa M (se presupune că masa fundului cilindrului este mult mai mare decît masa restului de corpuri din sistem). Cilindrul este închis de un piston legat de o tijă de lungime l articulată la celălalt capăt. În cilindru se află un gaz ideal cu exponentul adiabatic γ care ocupă o porțiune de lungime l_0, secțiunea pistonului fiind S iar presiunea atmosferică p_0. Să se determine lungimea porțiunii din cilindru ocupată de gaz cînd sistemul ajunge în poziție verticală (fig. T.32).

T.33. Un gaz ideal suferă o serie de transformări descrise de ecuația $pV^n = \text{constant}$, unde $n = 0, 1, \ldots \infty$.

Studiați, recunoașteți și reprezentați grafic transformările corespunzătoare pentru $n = 0$, $n = 1$, $n = 1{,}41$ și $n \to \infty$ în sistemul de coordonate p, V.

T.34. Să se traseze graficul variației densității unui gaz în funcție de temperatură într-un proces izobar și graficul variației densității cu presiunea într-un proces izoterm.

Scanned with OKEN Scanner

T.35. Cum a variat presiunea unei mase de gaz în timpul transformării reprezentată în figura T.35.

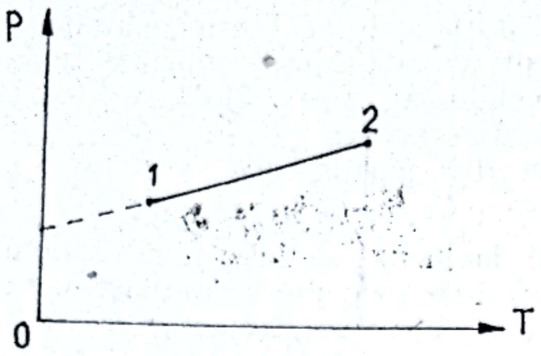


Fig T.35

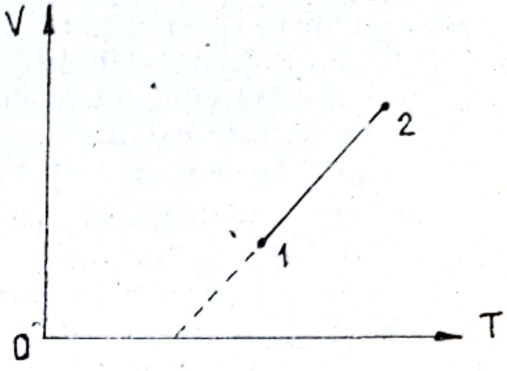


Fig. T.36

T.36. Cum a variat volumul unei mase de gaz în timpul transformării reprezentate în figura T.36.

T.37. O cantitate m de gaz ideal cu masa molară M suferă transformarea reprezentată în figura T.37. Să se determine temperatura maximă pe care o atinge gazul în cursul acestui proces considerîndu-se cunoscuţi parametrii p_1, V_1, p_2, V_2 şi constanta gazului ideal R.

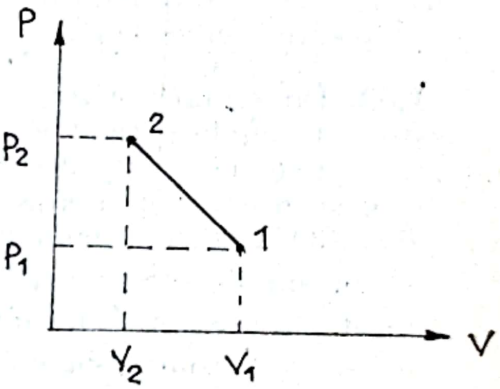


Fig. T.37

T.38. Un recipient de volum V conţine un amestec de gaze ideale la temperatura T (ν_1, moli de oxigen, ν_2 moli de azot şi ν_3 moli de bioxid de carbon). Presupunînd gazele ideale calculaţi :

a) presiunea amestecului;

b) masa molară aparentă M a amestecului dat care respectă ecuaţia de stare $pV = \frac{m}{M}RT$, unde m reprezintă masa amestecului.

T.39. Un vas de volum V conţine un amestec de hidrogen şi heliu. la temperatura T şi presiunea p. Masa amestecului este m. Calculaţi raportul dintre masa de hidrogen şi aceea de heliu din amestecul dat, cunoscînd masele molare M_1 şi M_2 şi constanta R.

T.40. Un recipient conţine un amestec de azot şi bioxid de carbon în cantităţile m_1 şi m_2 şi cu masele molare M_1 şi M_2, la temperatura T şi presiunea p_0. Calculaţi densitatea amestecului presupunînd cunoscută constanta R.

T.41. În trei recipiente de volume V_1, V_2 şi V_3 se află respectiv hidrogen la presiunea p_1, oxigen la presiunea p_2, azot la presiunea p_3. Ce pre-

siune se va stabili în recipient dacă ele se unesc printr-un tub de volum neglijabil? Temperatura se consideră constantă.

T.42. Într-un cilindru orizontal, de lungime $2l$, închis la un capăt, se află un piston mobil care în poziția inițială de echilibru delimitează jumătate din volumul cilindrului și ν moli de gaz. Compartimentul închis este încălzit pînă cînd noua poziție de echilibru a pistonului este situată la distanța $3l/2$ de capătul închis. Să se determine:

a) pînă la ce temperatură a fost încălzit gazul?

b) cîți moli de gaz sînt eliminați prin deplasarea pistonului?

c) închizînd cilindrul și la capătul deschis să se determine raportul temperaturilor la care trebuie aduse cele două compartimente ale cilindrului astfel ca pistonul să nu se deplaseze oricît ar dura încălzirea;

d) care este raportul energiilor interne ale gazelor din cele două compartimente în timpul încălzirii;

e) frecvența micilor oscilații ale pistonului față de poziția de echilibru inițială presupunînd constantă temperatura gazului;

f) cum sînt influențate aceste oscilații dacă cilindrul se așează în poziție verticală?

T.43. Doi cilindri orizontali de secțiuni $S_1=3\cdot10^{2}$ m^2 și $S_2=10^{-2}$ m^2 au pistoanele cuplate rigid cu ajutorul unei tije (fig. T.43). În poziția inițială a pistoanelor, $V_1=6\cdot10^{-3}$ m^3, $V_2=2\cdot10^{-3}$ m^3, iar în interiorul cilindrilor și în exterior se află aer la presiunea $p_0=10^5$ N/m^2 și temperatura $T=300$ K. Primul cilindru este încălzit la $T_1=500$ K. Să se afle:

a) presiunile în cilindri la echilibru;

b) deplasarea pistoanelor;

c) forța de compresiune din tijă;

d) deplasările pistoanelor dacă sistemul de cilindri este adus în poziție verticală.

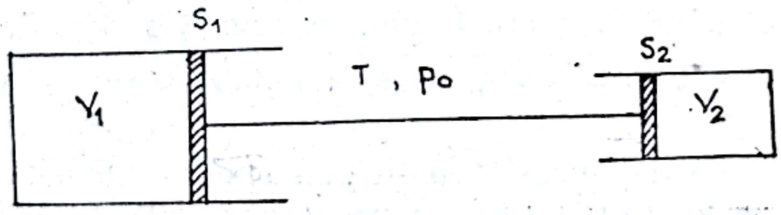


Fig. T.43

T.44. Într-un cilindru închis la ambele capete se află două pistoane legate între ele printr-un resort de constantă elastică K, nedeformat. În cele trei compartimente astfel delimitate, de lungime l_1, l_2, l_3, se află același fel de gaz la aceeași temperatură T. Secțiunea cilindrului fiind S să se determine volumul fiecărui compartiment atunci cînd compartimentele 1 și 3 sînt răcite pînă la temperatura $T_0<T$ (fig. T.44). În starea inițială presiunea gazului este p.

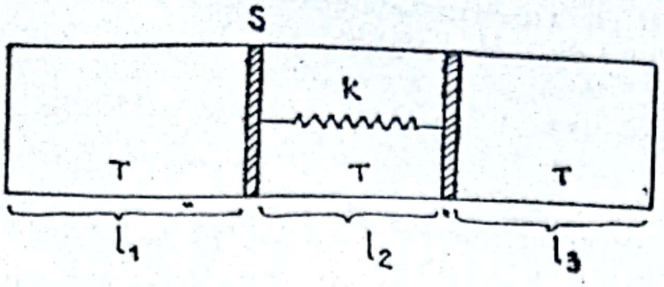


Fig. T.44

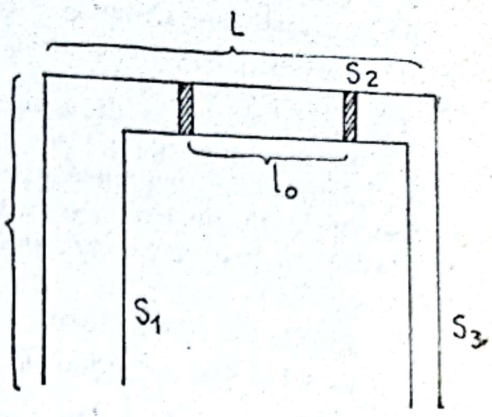


Fig. T.45

T.45. Un tub de secțiuni S_1, S_2, S_3 îndoit ca în figura T.45 are două pistoane ce se pot deplasa fără frecare. Presupunînd că aerul din toate ramurile tubului se comportă ca un gaz ideal, să se determine distanța l dintre pistoane atunci cînd tubul este introdus pe adîncimea h într-un lichid de densitate ρ.

Presiunea atmosferică se presupune egală cu p_0 iar temperatura constantă în cursul acestei operații.

T.46. Într-un vas cu capacitatea $V=8{,}2$ l prevăzut cu un robinet se află hidrogen la presiunea $p_1=30$ at și temperatura $t_1=27°C$. Deschizînd robinetul hidrogenul începe să se scurgă din vas cu debitul constant $q=0{,}1$ g/s. În timpul scurgerii temperatura gazului scade continuu cu viteza constantă $\lambda=0{,}3$ K/s. Se dau : $M=2$ g/mol și $p=1$ atm.

Se cere să se determine expresiile masei, temperaturii și presiunii gazului ca funcții de timp pe toată durata scurgerii sale și să se reprezinte grafic.

T.47. Un balon cu volumul V_1 conține ν_1 moli de gaz. El se află într-un cilindru cu volumul V_2 ocupat de ν_2 moli de gaz. Gazele se încălzesc la volume constante, temperaturile lor fiind aceleași. Pereții balonului nu suportă presiuni mai mari ca p_b. Presupunînd că pereții cilindrului nu cedează, să se determine :

a) temperatura T_e la care balonul explodează ;
b) presiunea în cilindru, după explozie, la temperatura T_e ;
c) în ce condiții explozia nu se poate produce oricît ar crește temperatura ?

Se presupune cunoscută constanta universală R a gazelor perfecte.

T.48. Un balon cu masa m și volumul V_1 este umplut cu un gaz cu densitatea ρ_1. El se află pe fundul unui cilindru cu volumul V_2 în care este închis, cu ajutorul unui piston cu masa neglijabilă și aria A un gaz cu densitatea ρ_2 puțin mai mică decît ρ_1. Să se determine :

a) valoarea maximă x a unei mase adiționale puse pe piston pentru care balonul mai rămîne pe fundul cilindrului ;
b) accelerația căpătată de balon cînd pe piston se află o masă dublă, $2x$.

Scanned with OKEN Scanner

În cursul transformărilor temperatura rămîne contantă. Se presupun cunoscute presiunea atmosferică p_0 și accelerația gravitațională g.

T.49. Un fascicul de molecule incident pe un perete se reflectă respectînd legile ciocnirii perfect elastice. Determinați presiunea p exercitată de fascicul asupra peretelui știind că viteza moleculelor face un unghi θ cu normala la perete. Se cunosc: masa m a unei molecule, viteza v a moleculelor și numărul de molecule din unitatea de volum, n. Studiați cazurile:

a) peretele este imobil;

b) peretele se deplasează pe direcția normalei cu viteza u.

T.50. Un recipient de volum V conține o cantitate m de hidrogen la temperatura t. La această temperatură o parte din moleculele de hidrogen disociază, gradul de disociere fiind α ($\alpha < 1$).

Calculați presiunea p exercitată de hidrogen în condițiile prezentate.

T.51. Să se determine raportul dintre vitezele termice ale moleculelor unui gaz ideal monoatomic înainte și după ridicarea presiunii lui de n ori, prin încălzire izocoră.

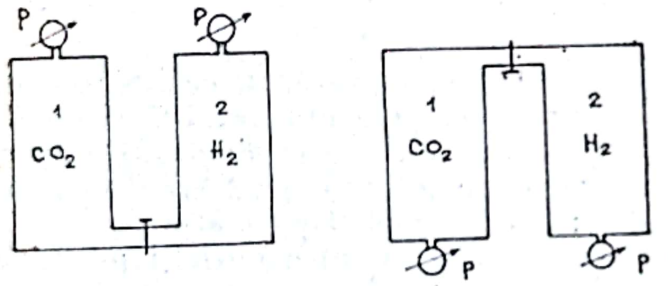


Fig. T.52

T.52. Doi cilindri identici cu bioxid de carbon, respectiv hidrogen, sînt legați printr-un tub cu robinet ca în figura T.52. Cele două manometre arată aceeași presiune. În ce sens va curge gaz dacă deschidem robinetul, în cele două variante din figură?

T.53. Un vas conținînd o cantitate de azot la temperatura t_1 se mișcă cu viteza v:

a) care va fi temperatura t_2 a gazului din vas dacă el se oprește brusc? (se neglijează pierderile de căldură prin pereți);

b) cu cît se va mări media pătratelor vitezelor dacă gazul din vas este considerat gaz ideal?

T.54. În două incinte termostatate la temperaturile T_1 și T_2, racordate printr-un tub de volum neglijabil cu robinet se află ν_1, respectiv ν_2 moli de gaz ideal. Să se determine variația energiei interne a gazului la deschiderea robinetelor. Se presupun cunoscute C_v; V_1 și V_2.

II. TERMODINAMICĂ

T.55. Un cilindru conține un volum $V_1 = 10$ l aer la presiunea $p_1 = 3$ atm și temperatura $T_1 = 300$ K. Care este noul volum și noua temperatură a gazului dacă presiunea: a) se dublează brusc; b) se dublează lent?

T.56. Un fir metalic de lungime $l = 100$ cm, modul Young $E = 2 \cdot 10^6$ kgf/cm² și arie a secțiunii transversale $s = 0{,}001$ cm² se află la 0°C sub acțiunea unei forțe F ce acționează de-a lungul firului. Procesul alungirii firului este cvasistatic și izoterm. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat prin creșterea forței de la 0 la 10 kgf.

T.57. Fie un vas despărțit în două compartimente A și B care comunică printr-un robinet. Compartimentul A conține un gaz, iar B este vidat. Deschizînd robinetul, gazul va trece din A în B. Alegeți care dintre alternativele de mai jos se realizează și de ce: (a) gazul efectuează lucru mecanic; b) gazului i se transferă din exterior energie sub formă de lucru mecanic; c) nu există lucru mecanic în acest proces.

T.58. a) Un mol de gaz ideal la temperatura T are energia internă $U = U_0 + \nu C_v T$. Să se determine temperatura finală a gazului după o destindere adiabatică în vid.

b) Să se exprime variația energiei interne a unui gaz ideal ce se dilată izobar de la volumul V_1 la volumul V_2.

T.59. Un recipient vidat, izolat din punct de vedere termic, este în contact cu atmosfera unde presiunea este p_0 și temperatura T_0, pînă cînd presiunea sa devine egală cu p_0. Presupunînd că aerul se comportă ca un gaz ideal cu capacități calorice constante, să se arate că temperatura finală a aerului din recipient este $T = \gamma T_0 \left(\text{unde } \gamma = \frac{C_p}{C_v} \right)$

T.60. Să se arate că pentru un gaz ideal, o adiabată nu poate atinge aceleași două stări de pe o izotermă: a) folosind legile transformărilor izoterme și adiabate; b) folosind postulatul lui Thomson; c) folosind reprezentările grafice în sistemele de coordonate (T, p) și (T, V).

T.61. Un mol de gaz ideal, care are inițial presiunea p_1 și volumul V_1 se extinde liber, în condiții adiabatice, pînă la volumul V_2. El este comprimat apoi cvasistatic pînă la volumul V_1 printr-un proces izobar ($p = p_2$). În sfîrșit, gazul este încălzit la volum constant ($V = V_1$) pînă cînd presiunea sa devine p_1 (ciclul Mayer). Să se demonstreze cu ajutorul acestui ciclu relația lui Mayer $C_p - C_v = R$.

T.62. Să se demonstreze că $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ și $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$, unde $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

T.63. Să se determine căldura molară a unui gaz ideal ce parcurge transformarea politropă $pV^n = \text{constant}$ în funcție de n, C_p și C_v. Să se particularizeze rezultatul obținut pentru valorile $n = 0$, 1, γ, ∞ și să se recunoască transformările corespunzătoare acestor valori.

T.64. Un gaz ideal care ocupă un volum $V = 0{,}39$ m³ la presiunea 155 kPa se dilată izoterm pînă cînd atinge un volum de 10 ori mai mare. Apoi este încălzit la volum constant pînă cînd presiunea în starea lui

Scanned with OKEN Scanner

finală este egală cu presiunea din starea inițială. În timpul acestor transformări gazul primește o cantitate de căldură de 1,50 MJ. Reprezentați procesele suferite de gaz în diagrama p, V și calculați valoarea exponentului său adiabatic, γ.

T.65. Un vas de volum V conține o masă m de gaz ideal la presiunea $p > p_0$. Vasul este prevăzut cu un tub cu robinet. Presupunînd că prin deschiderea robinetului are loc destinderea lentă, izotermă a gazului, cu debitul de masă constant, Q, să se determine variația energiei interne a gazului în intervalul de timp Δt. Se cunoaște constanta universală a gazelor și căldura molară C_V a gazului.

T.66. Două incinte de volume $V_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ m^3 și respectiv $V_2 = 10^{-2}$ m^3, umplute cu același gaz monoatomic și aflate la temperatura $T_1 = 300$ K, pot comunica între ele printr-un tub de volum neglijabil, închis inițial de un robinet. În incinta (1) presiunea gazului este $p_1 = 2 \cdot 10^5$ N/m^2, iar în incinta (2), este $p_2 = 3 \cdot 10^5$ N/m^2. Se deschide robinetul și se răcește după aceea incinta (2) la temperatura $T_2 = 250$ K. Să se determine:

a) numărul molilor de gaz aflați în fiecare incintă, în starea inițială;

b) numărul molilor de gaz aflați în fiecare incintă, în starea finală;

c) variația energiei interne a gazului din ambele recipiente. (Constanta gazelor ideale este $R = 8310$ J/kmol. K).

T.67. Într-un cilindru cu volumul $V_0 = 500$ cm^3 se află aer la presiunea $p_0 = 0{,}1 \dfrac{\text{MN}}{\text{m}^2}$. Volumul masei de aer se reduce la jumătate prin deplasarea foarte înceată a unui piston. Procesul se desfășoară izoterm.

a) Să se calculeze lucrul mecanic efectuat.

b) Să se demonstreze că lucrul mecanic nu depinde de diametrul pistonului.

c) Să se determine lucrul mecanic și în cazul în care cilindrul se află în vid, iar presiunea în interiorul său este tot p_0 ca în cazul precedent.

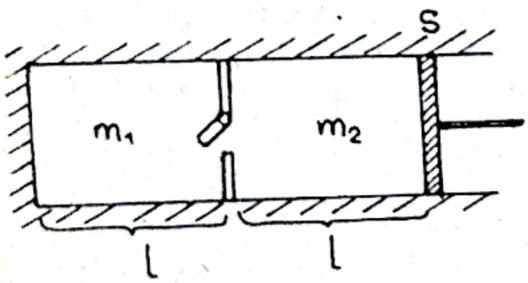


Fig. T.68

T.68. Un cilindru avînd pereții, pistonul și peretele interior despărțitor confecționați din material termoizolant, are aria bazei $S = 1$ dm^2. Supapa din peretele despărțitor se deschide dacă presiunea din partea dreaptă este mai mare decît presiunea din partea stîngă (fig. T.68). Inițial în partea stîngă, de lungime $l = 11{,}2$ dm se află $m_1 = 12$ g de heliu, iar în partea dreaptă de lungime $l = 11{,}2$ dm se află $m_2 = 2$ g heliu, temperatura fiind 0°C în ambele părți (compartimente). Presiunea aerului din exterior este $H = 10^5$ Pa. Căldura specifică la volum constant este $c_v = 3{,}15$ J/g.K și la presiunea constantă $c_p = 5{,}25$ J/g.K.

Împingem pistonul încet către peretele despărțitor. Cînd supapa se deschide, oprim puțin pistonul și apoi îl împingem încet pînă la peretele despărțitor.

Ce lucru mecanic am efectuat?

Scanned with OKEN Scanner

T.69. Un gaz ideal suferă o transformare ciclică a cărei reprezentare grafică în coordonate p, V este un cerc (fig. T.69). Să se stabilească pe ce porțiune a transformării:

a) gazul efectuează respectiv primește lucru mecanic;

b) gazul primește respectiv cedează căldură;

c) gazul se încălzește respectiv se răcește.

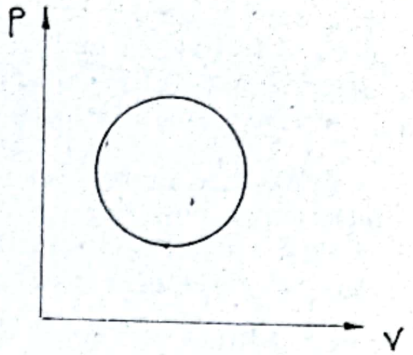


Fig. T.69

T.70. Fie un resort de constantă elastică K fixat la capătul superior iar la celălalt capăt prevăzut cu un platan. Alături se află o grămadă de nisip de masă m. Să se determine lucrul mecanic efectuat de cîmpul gravitațional pentru deformarea resortului atunci cînd pe platan se pune:

a) întreaga cantitate de nisip, deodată;

b) cantitatea de nisip astfel încît ea să se acumuleze pe platan foarte lent.

c) Să se compare rezultatele obținute și să se dea semnificația lor fizică.

T.71. a) Să se stabilească expresia randamentului unui ciclu format din două izoterme și două adiabate (ciclul Carnot al unui gaz ideal) în funcționarea lui ca motor și ca mașină frigorifică.

b) Ciclul funcționează ca motor între temperatura $T_1 = 400$ K și $T_2 = 300$ K. Lucrul mecanic efectuat într-un ciclu este de 30 J. Se cere căldura care a fost absorbită de la sursa caldă (cu temperatura T_1) și cea cedată sursei reci (cu temperatura T_2) precum și randamentul mașinii.

T.72. Există posibilitatea ca diferența dintre temperaturile izvoarelor cald și rece ale unui motor termic să fie mărită cu $\Delta T'$ prin încălzirea izvorului cald și răcirea izvorului rece:

a) Cum trebuie distribuită variația $\Delta T'$ între izvorul cald și cel rece astfel ca noul randament să fie cel maxim posibil?

b) Care este distribuția cea mai dezavantajoasă din punctul de vedere al valorii randamentului? Se va lua în considerare ciclul Carnot.

T.73. Un gaz ideal care efectuează un ciclu Carnot, produce un lucru mecanic $L = 1{,}2 \cdot 10^5$ J la fiecare ciclul parcurs. Cunoscînd temperatura sursei reci $T_2 = 280$ K, valoarea minimă $V_m = 0{,}014$ m³ atinsă de volumul unui mol de gaz în cursul transformării ciclice și presiunea în starea de volum minim $p = 4{,}155 \cdot 10^5$ N/m², să se determine:

a) valoarea maximă atinsă de numărul moleculelor de gaz din unitatea de volum în cursul transformării ciclice

b) randamentul mașinii termice;

c) căldura preluată de sursa rece în fiecare ciclu.

Se dau: constanta gazelor perfecte $R = 8310$ J/kmol K, constanta lui Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J.K^{-1}.

T.74. O mașină termică ce funcționează după ciclul Carnot are puterea P, diferența dintre temperaturile izvoarelor cald și rece fiind 300 K.

Scanned with OKEN Scanner

Lăsînd neschimbate temperatura izvorului cald, căldura primită de la aceasta și frecvența ciclurilor, să se determine cu cît trebuie variată temperatura izvorului rece, astfel ca puterea mașinii să crească cu jumătate din valoarea ei inițială.

T.75. Un motor termic avînd ca substanță de lucru un gaz ideal funcționează conform ciclului reversibil din figura T.75. Să se traseze pe același sistem de axe graficele de variație ale randamenzului motorului termic dat și ciclului Carnot ce ar funcționa între temperatura minimă și maximă admise în ciclul de mai sus, în funcție de raportul $\varepsilon = \frac{V_4}{V_1} = \frac{p_2}{p_1}$ și exponentul adiabatic γ. Se vor considera valorile $\gamma = \frac{5}{3}$ (gaz monoatomic) și $\gamma = \frac{7}{5}$ (gaz biatomic). La ce concluzie se ajunge analizînd graficele astfel trasate?

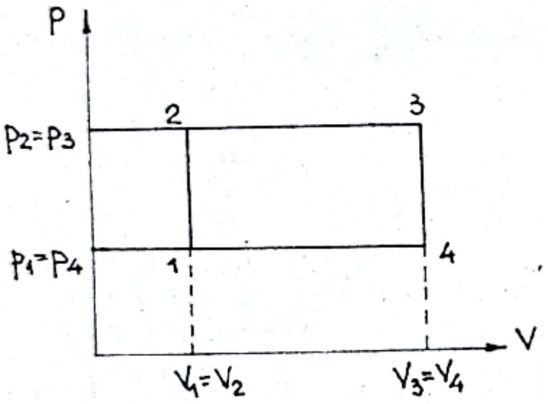


Fig. T.75

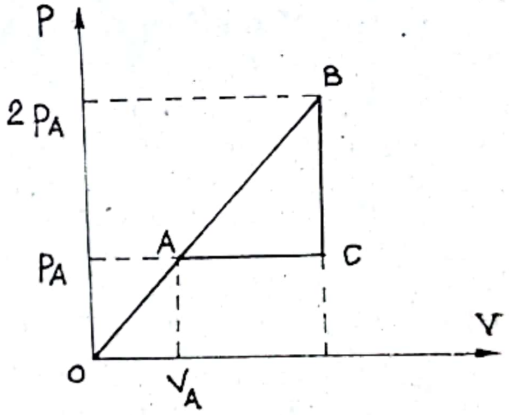


Fig. T.76

T.76. Un mol de gaz perfect parcurge ciclul din figura T.76 cu sensul ABCA. În procesul izocor capacitatea calorică molară este $\frac{3R}{2}$, în cel izobar $\frac{5R}{2}$, iar în procesul AB, $2R$.

a) Cît este lucrul mecanic furnizat într-un ciclu?
b) Care sînt ramurile pe care se primește căldură și cît este această căldură?
c) Calculați randamentul ciclului.
d) Analizați situația în care ciclul este parcurs în sens invers.

T.77. Să se calculeze randamentul ciclului din figura T.77 în funcție de raportul de compresie $\varepsilon = \frac{V_3}{V_1}$. *Aplicație numerică*: $\varepsilon = 4$, $\gamma = 1{,}4$. Să se compare cu randamentul ciclului Carnot funcționînd între temperaturile T_3 și T_1.

Scanned with OKEN Scanner

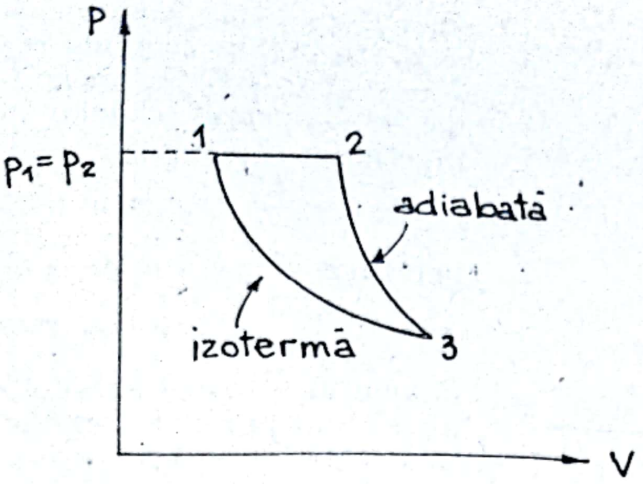


Fig. T.77

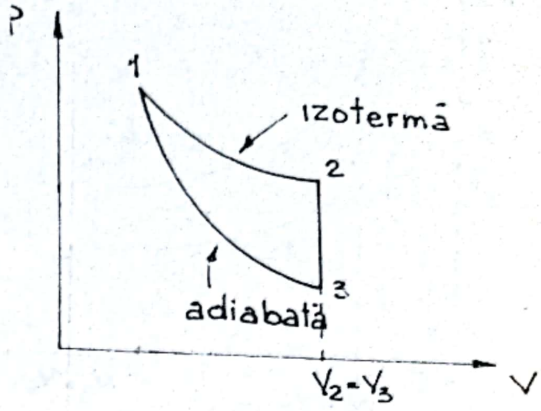


Fig. T.78

T.78. Să se calculeze randamentul ciclului din figura T.78 în funcție de raportul de compresie $\varepsilon = \frac{V_3}{V_1}$. *Aplicație* : $\varepsilon = 4$, $\gamma = 1{,}4$. Să se compare cu randamentul ciclului Carnot funcționînd între temperaturile T_1 și T_2.

T.79. Calculați randamentul motorului termic care are ca substanță de lucru ν moli de gaz ideal și funcționează conform ciclului din figura T.79. Se consideră cunoscute : $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$; $\rho = \frac{V_3}{V_2}$; $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$.

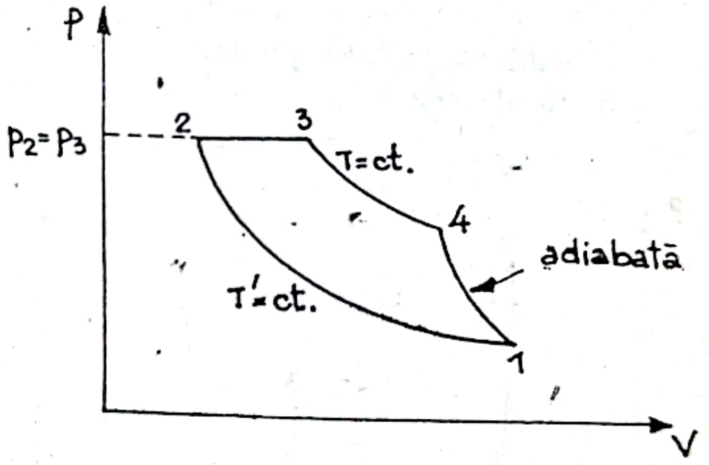


Fig. T.79

T.80. Să se transcrie ciclul din figura T.80, format din două izoterme și două izobare, în coordonatele $T - p$ și $T - V$. Să se exprime randamentul ciclului în funcție de rapoartele de compresie : $\varepsilon = \frac{V_4}{V_1} = \frac{p_1}{p_4}$; $\rho = \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \tau$. Să se arate că randamentul este mai mic decît al ciclului Carnot funcționînd între cele două izoterme. *Aplicație numerică* : $\varepsilon = 4$, $\rho = 2$, $\gamma = 1{,}4$.

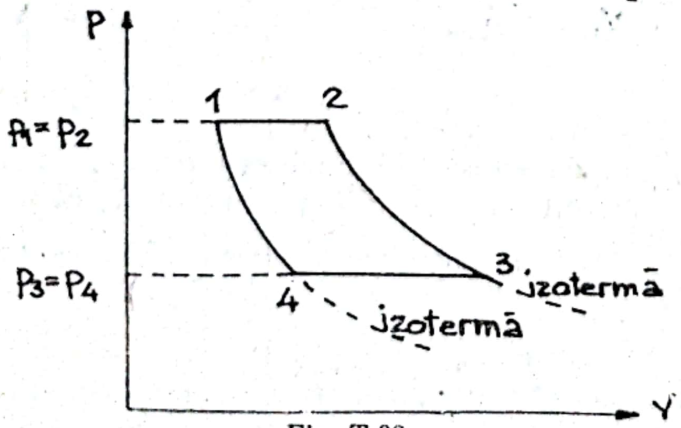


Fig. T.80

T.81. Să se transcrie ciclul din figura T.81, for

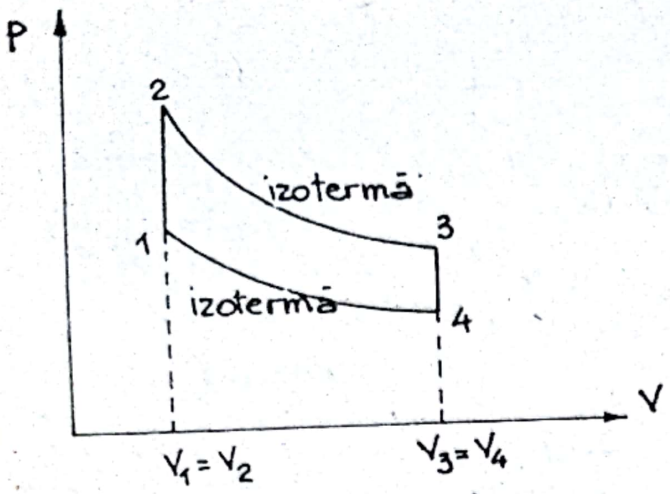


Fig. T.81

mat din două izoterme și două izocore, în coordonatele $T - p$ și $T - V$. Să se exprime randamentul ciclului în funcție de raportul de compresie $\varepsilon = \frac{V_4}{V_1}$ și raportul temperaturilor izotermelor $\tau = \frac{T_2}{T_1}$. Să se arate că randamentul este mai mic decît al ciclului Carnot funcționînd între cele două izoterme. *Aplicație numerică*: $\varepsilon = 5$, $\tau = 2$, $\gamma = 1{,}4$.

T.82. Un motor termic avînd ca substanță de lucru ν moli de gaz ideal funcționează conform ciclului reversibil din figura T.82. Se consideră cunoscute: R, $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ și raportul de compresie ε. Să se determine:

a) căldura molară pe transformarea $1 \to 3$;

b) randamentul motorului care funcționează după acest ciclu.

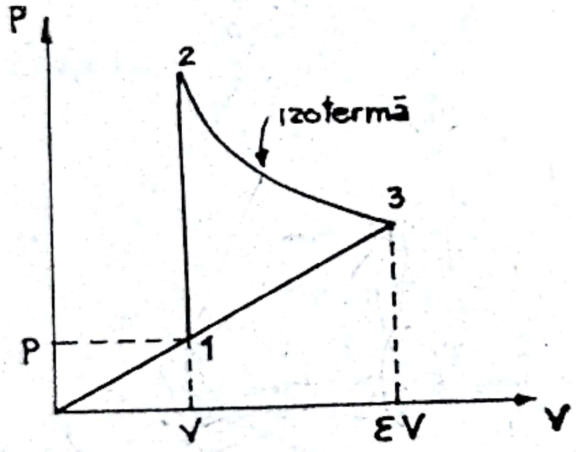


Fig. T.82

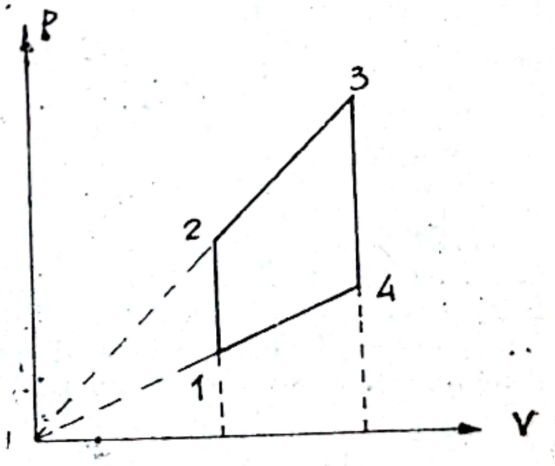


Fig. T.83

T.83. Un motor termic avînd ca substanță de lucru un gaz ideal funcționează conform ciclului reversibil din figura T.83. Se consideră cunoscute T_1, T_2, γ, R și $\varepsilon = \frac{V_4}{V_1}$. Să se determine randamentul acestui motor termic.

T.84. Să se calculeze randamentul motoarelor termice care funcționează avînd ca substanță de lucru un gaz ideal conform ciclurilor din

Scanned with OKEN Scanner

figura T.84 a respectiv b, în funcție de rapoartele $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$, $\rho = \frac{V_3}{V_2}$ și exponentul adiabatic al gazului, γ.

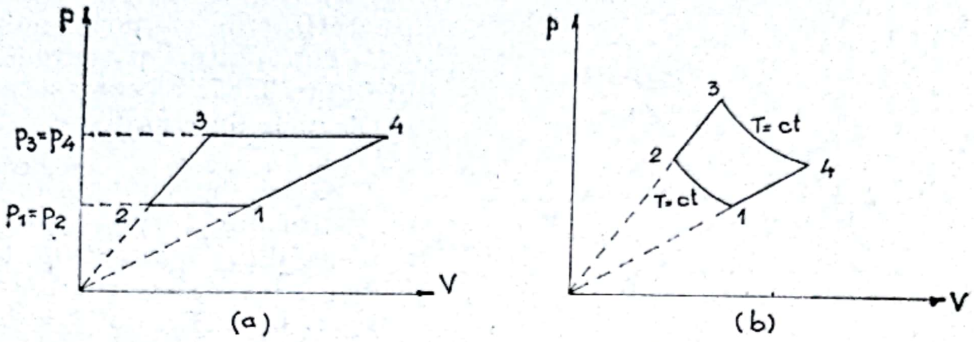


Fig. T.84

T.85. Un motor termic având ca agent de lucru un gaz ideal parcurge ciclul din figura T.85 alcătuit din transformări izoterme și adiabate care alternează. Procesele izoterme au loc la temperaturile T_1, T_2, T_3. Calculați randamentul unui asemenea ciclu dacă la fiecare destindere izotermă volumele cresc în aceeași proporție.

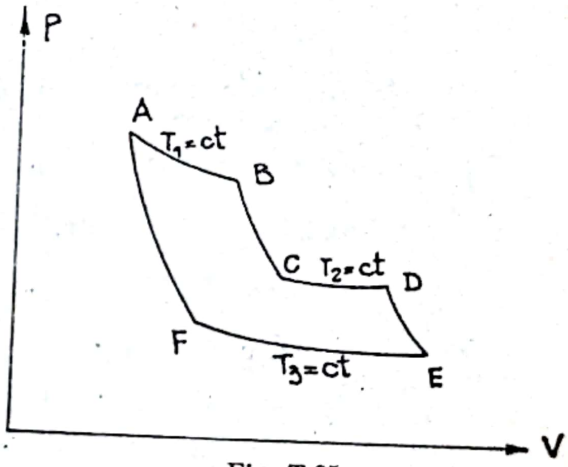


Fig. T.85

T.86. Să se calculeze randamentele motoarelor termice care funcționează cu un gaz ideal conform ciclurilor din figura T.86 a,

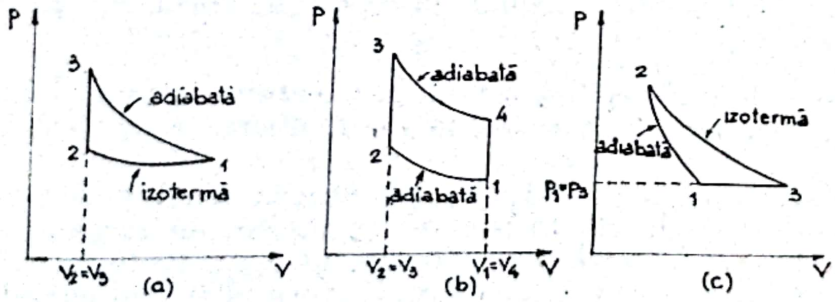
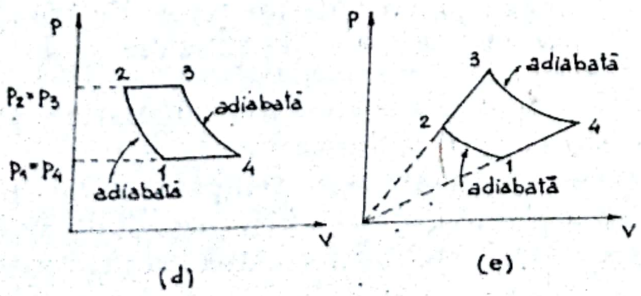


Fig. T.86



b, c, d, e în funcţie de raportul de compresie $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ şi exponentul adiabatic al gazului, γ.

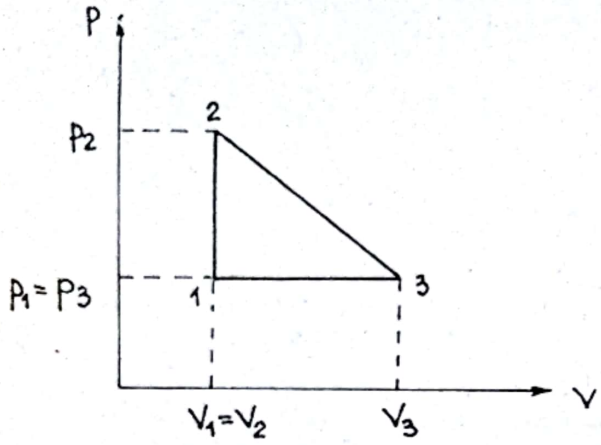


Fig. T.87

T.87. Un mol de gaz ideal caracterizat de căldurile molare C_p şi C_V cunoscute, parcurge ciclul din figura T.87. Să se traseze ciclul în sistemele de coordonate $T - V$ şi $T - p$.

Să se determine randamentul motorului termic care funcţionează după acest ciclu în funcţie de p_1, V_1, V_3 în următoarele cazuri: a) $V_1 < V_3 < V^*$; b) $V_1 < V^* < V_3$; c) $V^* < V_1 < V_3$, unde V^* este volumul corespunzător stării în care se atinge temperatura maximă.

T.88. Să se afle masa molară a unui gaz biatomic cunoscînd căldura sa specifică izobară, $c_p = 1040$ J/kg.K.

T.89. Să se afle căldurile specifice c_V şi c_p ale unui gaz ideal biatomic, ştiind densitatea sa în condiţii normale, $\rho_0 = 1{,}43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. şi volumul molar în aceleaşi condiţii.

T.90. Să se afle căldurile specifice c_V şi c_p ale unui gaz ideal, ştiind masa lui molară $\mu = 30$ kg/kmol şi raportul $\gamma = \frac{c_p}{c_V} = 1{,}4$.

T.91. Să se afle căldurile specifice c_V şi c_p ale unui gaz cunoscînd raportul lor $\gamma = 1{,}4$ şi densitatea gazului în condiţii normale, $\rho_0 = 1{,}293$ kg/m³.

T.92. Să se afle căldura specifică a unui gaz biatomic ştiind viteza patratică medie a moleculelor sale $u = 600$ m/s la temperatura $\theta = 27°$C.

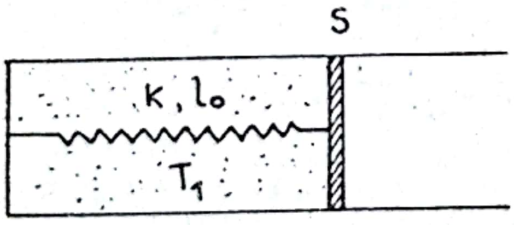


Fig. T.93

T.93. Fie un gaz ideal închis într-un cilindru cu piston, de secţiune S, aflat la temperatura T_1. Pistonul este legat conform figurii T.93 de capătul cilindrului printr-un resort de constantă elastică k şi de lungime l_0 în starea iniţială, nedeformat. Se consideră cunoscute exponentul adiabatic γ al gazului şi presiunea atmosferică p_0. Să se calculeze:

a) volumul gazului în starea corespunzătoare temperaturii $T > T_1$;

b) lucrul mecanic efectuat de mediul exterior considerînd că sistemul termodinamic este gazul ideal iar transformarea este reversibilă;

Scanned with OKEN Scanner

c) căldura schimbată cu mediul exterior în cursul acestei transformări.

T.94. Într-un tub subțire de secțiune S îndoit la 90°, închis la capătul ramurii orizontale, se află ν moli de gaz ideal și un lichid de densitate ρ (fig. T.94). Se consideră cunoscute lungimile l_0, l_1 și l_2 și valoarea presiunii atmosferice p_0. Presupunînd transformarea izotermă a gazului să se determine:

a) volumul acestuia cînd tubul este rotit în sens orar cu unghiul $\alpha < 90°$;

b) căldura schimbată izotermă cu mediul exterior pentru ca în poziția finală a tubului gazul să rămînă la volumul inițial;

c) Presupunînd că tubul rămîne în poziția inițială să se determine lucrul mecanic și variația energiei interne precum și căldura schimbată cu mediul exterior pentru ca lungimea coloanei verticale de lichid să devină $l_1 + l_2$, cunoscînd exponentul adiabatic al gazului, γ.

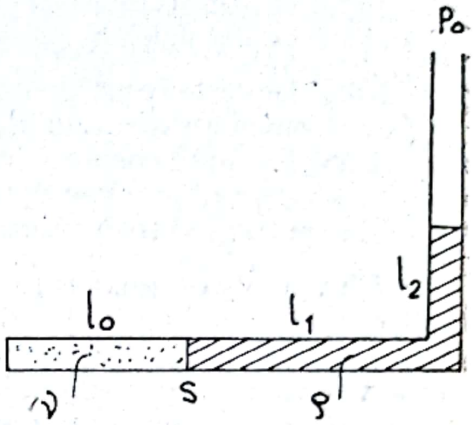


Fig. T.94

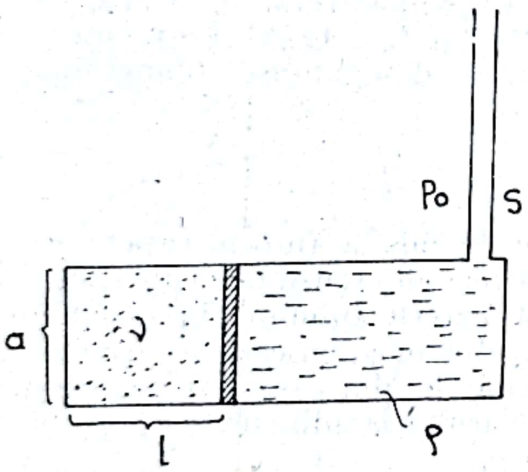


Fig. T.95

T.95. Într-un vas cu piston închis la ambele capete se află în compartimentul din stînga de lungime l un gaz ideal $\left(c_V = \frac{3}{2} R\right)$, iar în cel din dreapta un lichid de densitate ρ. Compartimentul din dreapta este prevăzut la un capăt cu un tub deschis de secțiune S (fig. T.95). Cunoscînd presiunea atmosferică p_0 și știind că secțiunea pistonului termoizolant este un pătrat de latură a, să se determine căldura absorbită de gaz pentru ca lichidul să urce în tub pe distanța h.

T.96. Supunînd electrolizei apă acidulată cu acid sulfuric cu densitatea de 1,04 g/cm³ timp de 10 minute, s—au obținut 210 cm³ de amestec detonant (oxigen și hidrogen). La sfîrșitul experienței se constată că nivelul apei din voltametru coboară cu 19,62 cm față de nivelul exterior. În tot timpul electrolizei temperatura a fost de +27°C, iar presiunea de 609 Torr.

Să se calculeze intensitatea curentului electric.

T.97. Un glonte cu masa m este lansat pe direcția verticală, în sus, cu viteza inițială v_0 și pătrunde într-un corp metalic cu masa M aflat în repaus la înălțimea H_1.

Să se determine:

a) Înălțimea ΔH măsurată de la locul ciocnirii, la care ajunge sistemul corp-glonte;

b) Variațiile de temperatură ale sistemului după ciocnirea în aer și după ciocnirea cu pămîntul, presupunînd că în urma ultimei ciocniri sistemul absoarbe doar fracțiunea η din cantitatea de căldură obținută. Căldurile specifice sînt egale cu c.

c) Variația de temperatură a sistemului dacă corpul metalic este fixat rigid. Date numerice: $M = 3$ kg; $v_0 = 210$ m/s; $H_1 = 205$ m; $\eta = 0{,}9$; $c = 300$ J/kg.K; $g = 10$ m/s^2.

T.98. Două corpuri cu masele m_1 și m_2 și cu vitezele de translație v_1 și v_2 se ciocnesc formînd un singur corp. După ciocnire temperatura comună a celor două corpuri a crescut cu Δt. Cunoscînd capacitatea calorică totală C a corpurilor, să se determine viteza corpului format prin ciocnire și unghiul dintre vectorii viteză inițială ale celor două corpuri.

T.99. Un vas izolat termic de exterior este împărțit printr-un perete subțire termoconductor în două compartimente: $V_1 = 3$ l; $V_2 = 4$ l, conținînd același gaz la presiunile: $p_1 = 3$ atm, respectiv $p_2 = 2$ atm și temperaturile: $\theta_1 = 27°C$, $\theta_2 = 127°C$. Să se afle temperatura finală din compartimente după terminarea procesului de schimb de căldură prin perete, precum și presiunile finale.

T.100. Două vase de volume $V_1 = 1$ l, respectiv $V_2 = 2$ l, izolate termic de exterior, sînt legate printr-un mic tub cu robinet. Primul vas conține argon la presiunea $p_1 = 10^5$ Pa și temperatura $\theta_1 = 27°C$, al doilea conține azot la presiunea $p_2 = 2 \cdot 10^5$ Pa și $\theta_2 = 127°C$. Ce temperatură și presiune se stabilesc în amestec după deschiderea robinetului?

III. FENOMENE CAPILARE

T.101. Un tub capilar de diametru d deschis la ambele capete este introdus pe rînd în două lichide cu coeficienții de tensiune superficială σ_1 respectiv σ_2 care udă respectiv nu udă pereții tubului. Presupunînd că h_1 respectiv h_2 sînt înălțimea, respectiv adîncimea cu care are loc denivelarea lichidului din tub față de nivelul lichidului din vas, să se determine presiunea într-un punct din interiorul capilarului la adîncimea $h > h_1$ respectiv $h > h_2$. Presiunea atmosferică este p_0.

T.102. Să se determine înălțimea la care urcă un lichid cu coeficientul de tensiune superficială σ și densitatea ρ, într-un capilar de rază r și lungime l, închis la capătul superior, dacă presiunea atmosferică este p_0 (Se presupune că lichidul udă pereții vasului).

T.103. Două plăci plane sînt cufundate vertical în lichid astfel încît unghiul α dintre ele să aibă o valoare foarte mică. Ce formă are suprafața lichidului denivelat între plăci, în apropierea muchiei de intersecție? Se cunosc: coeficientul de tensiune superficială σ, unghiul de racordare θ, densitatea lichidului ρ și accelerația gravitațională g.

T.104. Într-un vas cu aria bazei egală cu S se introduc n tuburi capilare verticale cu razele egale cu r. Să se determine scăderea de temperatură ΔT provocată de ascensiunea lichidului în tuburile capilare. Temperaturile inițiale ale tuburilor și lichidului sînt egale și se presupun

Scanned with OKEN Scanner

cunoscute capacităţile calorice C ale vasului şi lichidului şi C' a tuburilor, coeficientul de tensiune superficială σ şi unghiul de racordare θ aproximativ egal cu zero.

Pentru ce număr n de tuburi variaţia de temperatură devine maximă?

T.105. Se consideră un fir de bumbac xy intins orizontal. Sub acesta se dispune un tub de sticlă foarte subţire, prevăzut la extremităţi cu inele de alamă foarte uşoare. În mijlocul vergelei se aşează un mic taler de hirtie. Cu ajutorul unei pensule se formează între fir şi tub o membrană de lichid ce susţine tubul şi sarcina sa (fig. T.105). Masa totală a tubului, a inelelor şi a talerului este $m = 0{,}71$ g. Lungimea tubului este $l = 14$ cm. Încărcăm talerul cu o masă $m' = 0{,}05$ g şi tubul se detaşează. Să se determine coeficientul tensiunii superficiale a lichidului folosit.

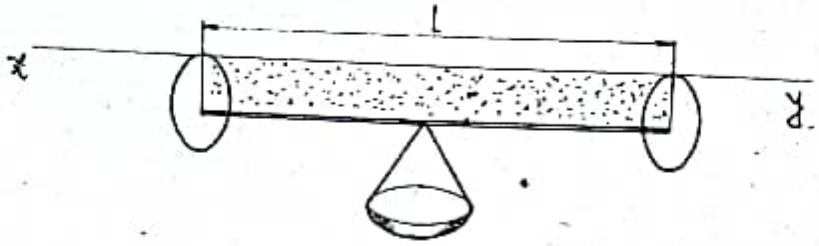


Fig. T.105

T.106. Se introduce într-un lichid un dispozitiv uşor, format din două vergele subţiri de alamă argintată, AB şi CD, reunite prin două fire de mătase AC şi BD. (fig. T.106). Se obţine astfel o peliculă lichidă, limitată lateral prin două arce de cerc, cu raza $R = 94$ cm. Masa vergelei inferioare împreună cu sarcina sa este $m = 11{,}2$ g, lungimea sa $l = 120$ cm. Să se calculeze valoarea coeficientului tensiunii superficiale σ, a lichidului, ştiind că lungimea firelor de mătase este $l' = 33{,}68$ cm.

Se neglijează greutatea firelor şi a peliculei de lichid.

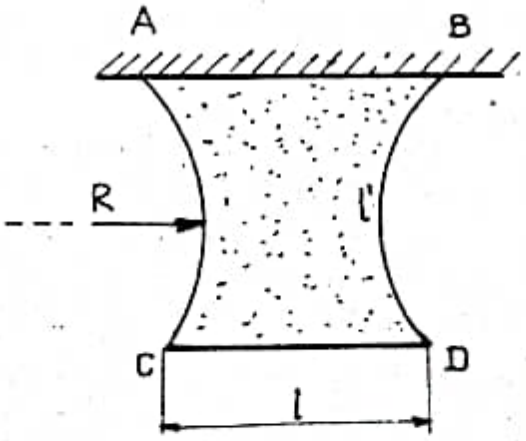


Fig. T.106

T.107. Un fir de aţă legat la capete se aşează cu grijă pe suprafaţa unei pelicule de lichid, de coeficient de tensiune superficială σ, apoi se sparge pelicula în interiorul buclei de aţă.

a) Să se demonstreze că firul de aţă ia forma circulară;
b) Presupunînd că raza cercului este R să se determine tensiunea din firul de aţă.

IV. DILATARE

T.108. Să se determine dimensiunile unui corp paralelipipedic anizotrop, la 0°C astfel ca la temperatura t°C el să aibă o formă cubică, precum

și variația de volum corespunzătoare variației temperaturii de la 0 la t. Se presupun cunoscuți coeficienții: α_1, α_2, α_3 de dilatație liniară a celor trei muchii și volumul V_0 la 0°C.

T.109. Într-un vas de sticlă se află: $V_1 = 300$ cm³ de toluen la temperatura $\theta_1 = 0$°C. Într-un alt vas se află $V_2 = 110$ cm³ de toluen la temperatura $\theta_2 = 100$°C. Deci înainte de amestecare avem $V_1 + V_2 = 410$ cm³ de toluen.

Cît devine volumul total dacă amestecăm lichidele?

Coeficientul de dilatare termică al toluenului este $\beta = 10 \cdot 10^{-4}$ K^{-1}. Pierderile de căldură sînt neglijabile.

T.110. Se consideră un sistem de n corpuri din aceeași substanță cu masele m_i și temperaturile t_i (i = 1, 2, ..., n).

Substanța din care sînt confecționate corpurile are căldura specifică c, coeficientul de dilatație volumică γ și densitatea la 0°C, ρ_0. Să se determine:

a) Temperatura finală de echilibru după aducerea corpurilor în contact termic și variația volumului total al sistemului;

b) Variația volumului total al sistemului cînd acestuia i se comunică cantitatea de căldură Q. Depinde această variație de modul de distribuție a căldurii Q între corpuri?

Să se rezolve problema presupunînd corpurile de natură diferită și c_i, γ_i și ρ_{0i} cunoscute.

T.111. Se dau două sfere identice (din același material, de aceleași dimensiuni) aflate la aceeași temperatură. Una din sfere este suspendată de un fir, cealaltă este așezată pe un plan orizontal. Celor două sfere li se transmit cantități egale de căldură. Procesul de încălzire se produce suficient de repede astfel încît schimbul de căldură cu mediul ambiant este neglijabil.

Cum vor fi temperaturile finale ale celor două sfere, după procesul de încălzire, egale sau diferite? Să se fundamenteze răspunsul.

T.112. O bară de fier avînd lungimea $l = 0{,}5$ m și masa $m_1 = 2$ kg, aflată la temperatura $t_1 = -10$°C, este cufundată într-o baie de capacitate calorică neglijabilă, conținînd o cantitate de petrol cu masa $m_2 = 4{,}6$ kg la temperatura $t_2 = 45$°C. Știind că la temperatura finală, un volum de fier egal cu cel inițial cîntărește 1,9964 kg, să se determine:

a) temperatura finală a băii;

b) coeficientul de dilatare liniară al fierului;

c) forța necesară pentru a împiedica alungirea barei de fier.

Se dau: densitatea fierului, $\rho = 7800$ kg/m³ (valoare medie); modulul de elasticitate al fierului, $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ N/m²; căldura specifică a fierului, $c_1 = 460$ J/kg.K și căldura specifică a petrolului $c_2 = 2000$ J/kg.K.

V. SCHIMBĂRI DE STARE

T.113. În trei cilindri opaci, închiși cu cîte un piston mobil se află respectiv: a) gaz la temperatura mai înaltă decît temperatura critică;

Scanned with OKEN Scanner

b) vapori nesaturanți; c) vapori saturanți. Cum putem identifca imediat ce conține fiecare cilindru?

T.114. Un tub în formă de U este umplut cu un lichid, ca în figura T.114. Cum putem afla dacă în spațiul de deasupra lichidului se află numai vapori saturanți sau este prezent și aerul?

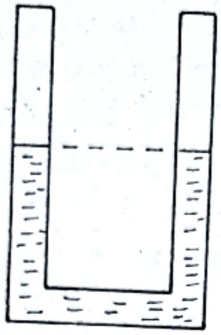


Fig. T.114

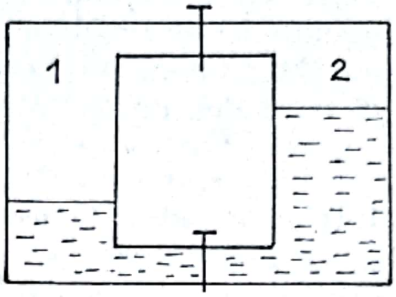


Fig. T.115

T.115. Două vase legate prin tuburi cu robinete (inițial închise) și ținute într-un termostat, sînt umplute cu un lichid pînă la nivele diferite (fig. T.115). Aerul din vase este evacuat. Ce se întîmplă dacă deschidem robinetul: a) inferior; b) superior?

T.116. De cîte ori crește presiunea vaporilor saturanți dacă volumul lor este micșorat izoterm de n ori?

T.117. Graficul dependenței presiunii vaporilor aflați într-un recipient închis, de temperatură, este prezentat în figura T.117. Explicați pe baza acestui grafic ce procese au avut loc în incintă.

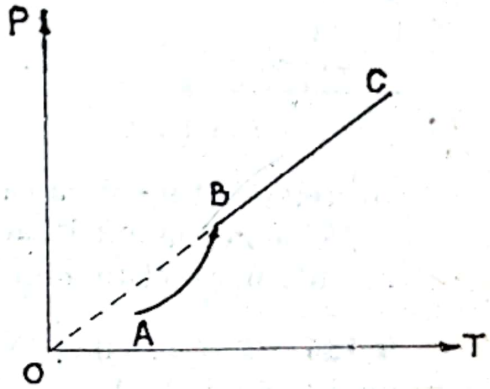


Fig. T.117

T.118. În ce stare a materiei densitatea crește odată cu creșterea temperaturii și de ce?

T.119. Într-un vas de volum $V = 10$ l se găsește aer uscat în condiții normale. În vas se introduce o masă $m = 3$ g de apă, după care vasul este încălzit pînă la 100°C. Care va fi presiunea după încălzire? Dilatarea termică este neglijabilă.

T.120. Într-o incintă se află aer, saturat cu vapori de apă, la temperatura $\theta = 50$°C și presiune normală. Care este densitatea și presiunea parțială a aerului? Se cunosc: $\mu_{aer} = 29$ kg/kmol, presiunea vaporilor saturanți ai apei la 50°C = 92,5 Torr.

T.121. Într-un vas închis de volum $V = 10$ l conținînd aer uscat la presiunea normală și temperatura $\theta = 17$°C, se introduce $m = 1$ g de apă și se încălzește vasul pînă la temperatura $\theta_1 = 50$°C și în continuare pînă la $\theta_2 = 100$° C. Să se afle presiunea diu vas (la echilibrul termic) la cele două

temperaturi θ_1 și θ_2. Se dau: densitatea vaporilor saturanți la temperatura de 17°C: $= 83$ g/m³, iar la 50° C $= 0{,}6$ kg/m³ și presiunea vaporilor saturanți la 50°C $= 92{,}5$ Torr.

T.122. Într-un cilindru cu piston se află o masă $m = 10$ g de azot și vapori de apă saturanți, care ocupă un volum $V = 10$ l la temperatura $\theta = 27$°C: a) ce presiune are amestecul? b) ce masă de vapori se condensează dacă micșorăm izoterm volumul de $n = 3$ ori? c) care va fi presiunea finală a amestecului? Se cunosc: presiunea vaporilor saturanți ai apei la 27°C $= 26{,}7$ Torr și densitatea vaporilor saturanți ai apei la 27°C $= 25{,}8$ g/m³.

T.123. Într-un cilindru de secțiune $S = 98$ cm² cu piston de masă $m = 133{,}3$ kg, se află imediat sub piston $m_a = 1$ g de apă. Presiunea atmosferică este normală. La ce temperatură pistonul se desprinde de apă? La ce înălțime se ridică pistonul la temperatura $\theta = 147$°C? (presiunea vaporilor saturanți la temperatura de 126°C este 1760 Torr).

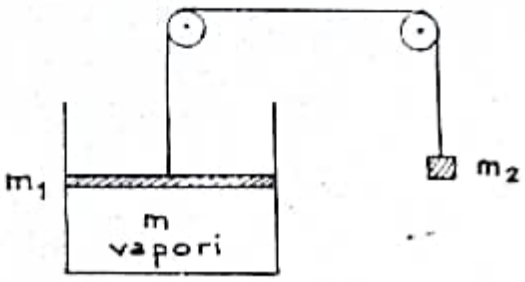


Fig. T.124

T.124. Într-un cilindru de secțiune $S = 1$ dm², sub un piston de masă $m_1 = 0{,}4$ kg se află $m = 1{,}8$ g vapori de apă la temperatura $\theta_1 = 87$°C. De piston este legată printr-un fir, cu ajutorul unor scripeți, o masă $m_2 = 67$ kg (Fig. T.124). Presiunea atmosferică $p_0 = 745$ Torr. Sistemul este răcit. Să se afle:

a) înălțimea inițială la care se află pistonul;

b) temperatura θ_2 la care începe condensarea vaporilor și înălțimea h_2 a pistonului în acel moment;

c) înălțimea pistonului la temperatura $\theta_3 = 20$°C.

T.125. Să se calculeze variația energiei interne ca urmare a vaporizării unui mol de apă la $p = 1$ atm și $T = 100$°C. Se dă volumul molar al apei $= 18{,}8$ cm³/mol și cel al vaporilor $= 3{,}02 \cdot 10^4$ cm³/mol în aceste condiții, precum și căldura latentă de vaporizare $= 4{,}06 \cdot 10^4$ J/mol.

T.126. Pentru a încălzi o anumită cantitate de apă de la 0° C până la 100°C, folosind un încălzitor electric sînt necesare 15 minute. Pentru a transforma aceeași cantitate de apă în continuare în vapori, folosind același încălzitor, este necesară o oră și 20 minute. Folosind aceste date determinați căldura latentă de vaporizare a apei.

T.127. Presiunea parțială a vaporilor de apă într-o încăpere cu volumul $V = 30$ m³ este $p = 1380$ N/m². Temperatura atmosferei din încăpere este $T = 300$ K, iar la această temperatură presiunea vaporilor

Scanned with OKEN Scanner

saturanți este $p_{max} = 4140$ N/m². Să se determine cantitatea minimă de apă dintr-un pahar aflat în încăperea respectivă după vaporizarea căreia atmosfera din încăperea închisă la temperatura T devine saturată cu vapori. Masa molară a apei $M = 18$ kg, iar constanta universală $R = 8310$ J/kmol.K. Pentru vaporii de apă se va folosi ecuația de stare a unui gaz perfect.

T.128. Un vas din care aerul este evacuat rapid conține o mică cantitate de apă la 0°C. Vaporizarea intensivă a apei (care are loc) determină înghețarea treptată a apei rămase. Ce fracțiune din cantitatea inițială de apă poate fi transformată în gheață prin această metodă?

T.129. Într-un cilindru cu piston de masă neglijabilă și secțiunea $S = 1000$ cm² se află apă avînd masa $m_1 = 1$ kg la temperatura $\theta_1 = 0$°C. În apă s-a introdus o bucată de fier cu masa $m_2 = 1$ kg și căldura specifică $c_2 = 500$ J/kg.K încălzită pînă la temperatura $\theta_2 = 1100$°C. Presiunea atmosferică fiind normală (1 atm) și neglijînd capacitatea calorică a cilindrului precum și schimbul de căldură cu exteriorul, să se afle:

a) masa apei ce se evaporă;

b) înălțimea la care se va ridica pistonul.

Se dă căldura specifică a apei $c_1 = 4180$ J/kg.K,și căldura latentă de vaporizare a apei, $\lambda_v = 2{,}25 \cdot 10^6$ J/kg.

T.130. O bucată de fier cu masa $m = 325$ g este introdusă într-un calorimetru care conține gheață care se topește.

Determinați cantitatea de gheață care poate fi topită pînă cînd se atinge starea de echilibru termic dacă volumul piesei de fier scufundate în calorimetru este $V = 48$ cm³. Densitatea fierului la 0°C este $\rho_0 = 6{,}8$ g/cm³, căldura lui specifică $c = 0{,}12$ cal/g.grd, coeficientul de dilatare volumică $\beta = 0{,}33 \cdot 10^{-4}$ K^{-1} și căldura latentă de topire a gheții $\lambda = 335$ kJ/kg.

T.131. O bucată de gheață este încălzită pînă cînd se topește fracțiunea x din ea.

a) Să se determine temperatura inițială t a gheții astfel ca lucrul mecanic efectuat în cursul încălzirii să fie nul. Încălzirea se face la presiune normală și se presupun cunoscute coeficientul de dilatație volumică γ al gheții și variația v a unității de volum prin topire la temperatura normală de topire;

b) Să se calculeze, cantitatea de căldură absorbită de gheață în cursul acestui proces; presupunînd cunoscute căldura specifică a gheții c și căldura latentă de topire.

Date numerice: $x = 0{,}5$, $\gamma = 10^{-5}$K^{-1}, $v = 10^{-4}$ m³/kg, $c = 2{,}1 \cdot 10^3$ J/kg.K, $\lambda = 334 \cdot 10^3$ J/kg, $M = 1$ kg.

Scanned with OKEN Scanner

T.132. Într-un vas Dewar de volum $V = 2\,l$ se găsește azot lichid la temperatura $t_1 = -195°C$. În timp de 24 ore se vaporizează jumătate din cantitatea inițială de azot. Determinați căldura latentă de vaporizare a azotului, λ_v, dacă se știe că la temperatura $t = 0°C$ în același vas, în timp de 22,5 ore se topește o cantitate $m = 40\,g$ gheață. Temperatura mediului înconjurător este $t_2 = 20°C$. Densitatea azotului lichid este $8 \cdot 10^2\ kg/m^3$; căldura latentă de topire a gheții este $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5\ J/kg$. Se presupune că viteza cu care se produce schimbul de căldură spre interiorul vasului este proporțională cu diferența de temperatură între exterior și interior.

Scanned with OKEN Scanner

ELECTRICITATE

I. ELECTROSTATICA

E.1. În vîrfurile și la mijlocul ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel se află cîte un corp punctual avînd sarcina electrică pozitivă $q = 1\mu C$. Știind că o catetă este $a = 5$ cm. și $\varepsilon_r = 1$, se cer:

1. Mărimea forței care acționează asupra unui corp punctiform din vîrful unui unghi ascuțit al triunghiului;
2. Tangenta unghiului format de această forță cu o catetă;
3. Cum se modifică modulul și direcția forței dacă sarcina plasată în mijlocul ipotenuzei este negativă.

REZOLVARE

a) Considerăm că sînt îndeplinite condițiile pentru aplicarea legii lui Coulomb în calcularea forțelor de interacțiune electrostatică dintre două sarcini. Aplicînd principiul superpoziției, forța care acționează asupra uneia din cele patru sarcini va fi egală cu suma vectorială a forțelor cu care celelalte trei sarcini acționează asupra sarcinii considerate. Ne propunem să determinăm forța care acționează asupra sarcinii din vîrful C. $\overline{F}_3 = \overline{F}_{1\to 3} + \overline{F}_{2\to 3} + \overline{F}_{4\to 3}$. Cum $\overline{F}_{1\to 3}$ este coliniară și de același sens cu $\overline{F}_{4\to 3}$, iar unghiul dintre $\overline{F}_{1\to 3}$ și direcția de acțiune a celorlalte două este $\alpha = 45°$ (vezi fig. E.1.R1), se poate scrie:

$$F_3 = \sqrt{(F_{1\to 3} + F_{4\to 3})^2 + F_{2\to 3}^2 + 2F_{3\to 2}(F_{1\to 3} + F_{4\to 3})\cos\alpha}$$

$$F_{1\to 3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = 9\cdot 10^9\frac{q^2}{2a^2}$$

$$F_{1\to 3} = 1{,}8 \text{ N}.$$

$$F_{2\to 3} = 2F_{1\to 3} \quad \left(F_{2\to 3} = 9\cdot 10^9\frac{q^2}{a^2}\right)$$

$$F_{2\to 3} = 3{,}6 \text{ N}$$

$$F_{4\to 3} = 4F_{1\to 3} \quad \left(F_{4\to 2} = 9\cdot 10^9\frac{q^2}{\left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2}\right)$$

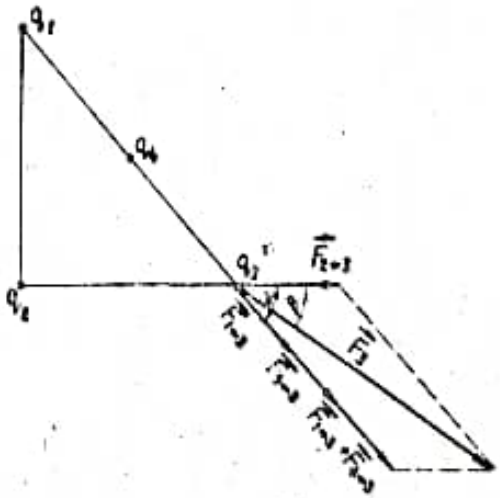


Fig. E.1. R1.

$$F_{4\to3} = 7{,}2 \text{ N}$$

$$F_3 = F_{1\to3}\sqrt{5^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$F_3 = 1{,}8\sqrt{43{,}10} \approx 11{,}88 \text{ N}$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{(F_{1\to3} + F_{4\to3})\sin\alpha}{F_{2\to3} + (F_{1\to3} + F_{4\to3})\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{5\frac{\sqrt{2}}{2}}{2 + 5\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0{,}639$$

În cazul în care sarcina plasată în mijlocul ipotenuzei este negativă (vezi fig. E.1.R2) modulele forțelor rămîn neschimbate, dar forța $\overline{F}_{4\to3}$ va fi orientată în sens contrar cu $\overline{F}_{1\to3}$.

În acest caz:

$$F'_3 = \sqrt{(F_{4\to3} - F_{1\to3})^2 + F^2_{2\to3} + 2F_{2\to3}(F_{4\to3} - F_{1\to3} - \cos(\pi - \alpha)}$$

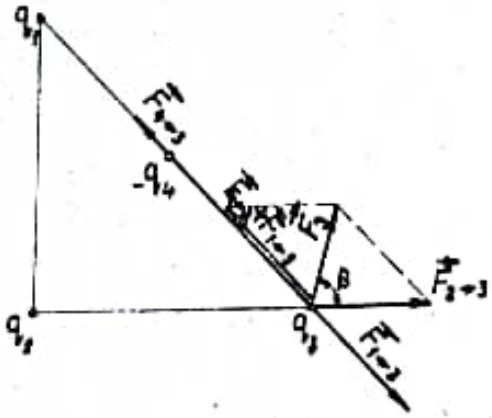


Fig. E.1.R2.

Ținînd seama de calculele anterioare:

$$F'_3 = F_{1\to3}\sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

$$F'_3 = 1{,}8\sqrt{13 - 6 \cdot 1{,}41} \text{ N} =$$

$$= 1{,}8 \cdot 2{,}13 \text{ N} = 3{,}834 \text{ N}$$

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{(F_{4\to3} - F_{1\to3})\sin\alpha}{F_{2\to3} - (F_{4\to3} - F_{1\to3})\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{3F_{1\to3}\sin\alpha}{2F_{1\to3} - 3F_{1\to3}\cos\alpha} = \frac{3\sin 45^\circ}{2 - 3\cos 45^\circ}$$

$$\operatorname{tg}\beta' = -18{,}4$$

b) Problema poate fi rezolvată și astfel: se determină intensitatea cîmpului electric creat de sarcinile q_1, q_2 și q_4 în punctul în care este plasată sarcina q_3, aplicînd principiul superpoziției

$$\overline{E} = \overline{E}_{1\to3} + \overline{E}_{2\to3} + \overline{E}_{4\to3}$$

$\overline{E}_{1\to3}$ și $\overline{E}_{4\to3}$ au aceiași orientare cînd ambele sarcini sînt pozitive dar au sens contrar cînd sarcina din mijlocul ipotenuzei este negativă.

Scanned with OKEN Scanner

Deci, pentru primul caz:

$$E = \sqrt{(E_{1\to3} + E_{4\to3})^2 + E_{2\to3}^2 + 2\,E_{2\to3}\,(E_{1\to3} + E_{4\to3})\cos\alpha}$$

$$E_{1\to3} = \frac{9\cdot10^2 q^2}{(a\sqrt{2})^2} = 9\cdot10^9\,\frac{q}{2a^2}$$

$$E_{2\to3} = 9\cdot10^4\,\frac{q}{a^2} \Rightarrow E_{2\to3} = 2\,E_{1\to3}.$$

$$E_{4\to3} = 9\cdot10^9\,\frac{q}{\left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow E_{4\to3} = 4\,E_{1\to3}$$

dar,

$\vec{F}_3 = q_3\,\vec{E}$, deci:

$$F = q_3\sqrt{(5\,E_{1\to3})^2 + (2\,E_{1\to3})^2 + 25\,E_{1\to3}\cdot 2E_{1\to3}\cos 45^\circ}$$

$$F = q_3\,E_{1\to3}\sqrt{5^2 + 2^2 + 10\sqrt{2}}$$

$$F = 9\cdot10^9\,\frac{q^2}{2\,a^2}\sqrt{29 + 10\sqrt{2}} = F_{1\to3}\sqrt{43{,}10}\ \text{N}$$

Se observă că s-a obținut același rezultat. Procedînd analog pentru cazul în care sarcina q_4 este negativă

$$E' = \sqrt{(E_{1\to3} - E_{1\to3})^2 + E_{2\to3}^2 + 2E_{2\to3}\,(E_{1\to3} - E_{1\to3})\cos(\pi - \alpha)}$$

(figura E1R3 și E1R4)

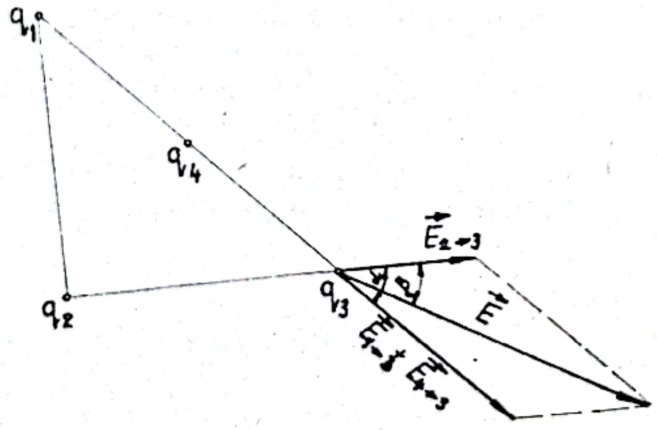


Fig. E.1. R3

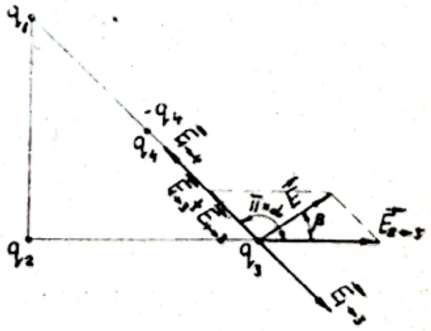


Fig. E.1. R4

iar $F' = qE'$. Făcînd calculele se vor obține aceleași rezultate.
În concluzie se reține:

— în situația în care cîmpul electric într-o regiune din spațiu este creat de mai multe sarcini, fiecare uniform distribuită pe o suprafață

Scanned with OKEN Scanner

sferică, de dimensiuni neglijabile, intensitatea cîmpului electric, în orice punct al său, poate fi determinată, dacă se cunoaște distribuția, în spațiu, a sarcinilor care produc cîmpul, $\overline{E}$ fiind dat de relația

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i$$

— orice modificare în sistemul de sarcini (a configurației sarcinilor ori a semnului acestora) implică o modificare a intensității cîmpului în diferitele puncte ale sale, nu numai ca modul ci și ca orientare. Mai mult $\overline{E}$ diferă de la un punct la altul al cîmpului și ca modul și ca orientare chiar dacă configurația sarcinilor rămîne neschimbată.

— forța care acționează asupra unei sarcini oarecare introdusă într-un punct al cîmpului, se va determina după relația : $\overline{F} = q\overline{E}$, $\overline{E}$ fiind intensitatea cîmpului în punctul în care se află sarcina q.

E.2. Două sfere conductoare A și B sînt încărcate cu electricitate negativă. Centrele sferelor fiind așezate la distanța $d_1 = 12$ cm., forța de respingere dintre ele este $F_1 = 4 \cdot 10^{-5}$N. Sferele se pun în contact printr-un conductor, iar după contact acestea se resping cu o forță $F_2 = 6 \cdot 10^{-5}$N. Lăsînd liberă sfera B aceasta se depărtează de A la o distanță $d_2 = 40$ cm între centrele lor.

Fixînd sfera B în această poziție, se aduce o a treia sferă D la distanța $d = 20\sqrt{2}$ cm de centrul fiecărei sfere.

Sfera D are o sarcină $Q_3 = 6 \cdot 10^{-3}$C. Se cer :

1°. Sarcinile electrice inițiale cu care sînt încărcate sferele A și B. Sfera A are raza $R_1 = 1$ cm și sfera B, raza $R_2 = 3$ cm;

2°. Potențialele sferelor A și B înainte și după ce au fost puse în contact ;

3°. Masa sferei B ;

4°. Numărul de electroni cedați de o sferă celeilalte, cînd sferele A și B sînt puse în contact ;

5. Potențialul electric în punctul în care se află sfera D, datorat sarcinilor de pe sferele A și B ;

6. Lucrul mecanic efectuat de cîmpul electric la deplasarea sferei din poziția inițială pînă în punctul situat în mijlocul segmentului $||AB||$.

REZOLVARE

1. Considerînd că ne încadrăm în condițiile care permit aplicarea legii lui Coulomb, se poate scrie :

a) $F_1 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Q_1 Q_2}{\varepsilon_r d_1^2}$

b) $F_2 = 9 \cdot 10^9 \dfrac{Q_1' \cdot Q_2'}{\varepsilon_r d_1^2}$

Scanned with OKEN Scanner

În timpul contactului, neavînd pierderi de electricitate, se poate stabili că :

c) $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$ (sarcina totală se conservă, de asemenea, transferul de sarcină are loc pînă în momentul în care potențialele celor două sfere devin egale. Dacă înainte de contact potențialele sferelor erau :

d) $V_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon R_1}$ și $V_2 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$ după contact potențialul devine

e) $V_1' = \dfrac{Q_1'}{4\pi\varepsilon R_1}$ și $V_2' = \dfrac{Q_2'}{4\pi\varepsilon R_2}$

cum $V_1' = V_2' \Rightarrow \dfrac{Q_1'}{R_1} = \dfrac{Q_2'}{R_2}$

și de asemenea, folosind proprietățile șirului de rapoarte

$$\frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_1' + Q_2'}{R_1 + R_2}; \qquad Q_1' = \frac{R_1(Q_1' + Q_2')}{R_1 + R_2} = R_1 \frac{Q_1 + Q_2}{R_1 + R_2}$$

și analog $$Q_2' = R_2 \frac{Q_1 + Q_2}{R_1 + R_2}$$

Înlocuind valorile lui Q_1' și Q_2' în relația (b) obținem :

f) $$F_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{R_1 R_2 (Q_1 + Q_2)^2}{\varepsilon_r d_1^2 (R_1 + R_2)^2}$$

$$Q_1 + Q_2 = \frac{d_1(R_1 + R_2)\sqrt{F_2 \varepsilon_r}}{\sqrt{9 \cdot 10^9}\sqrt{R_1 R_2}}$$

$$Q_1 + Q_2 = 16 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-9} \text{C}$$

$$Q_1 \cdot Q_2 = \frac{F_1 \varepsilon_r d_1^2}{9 \cdot 10^9}$$

$$Q_1 \cdot Q_2 = 64 \cdot 10^{-18} \text{C}$$

$$Q_2 = 16\sqrt{2} \cdot 10^{-9} - Q_1$$

$$Q_1(16\sqrt{2} \cdot 10^{-9} - Q_1) = 64 \cdot 10^{-18} \text{C}$$

$$Q_1^2 - 16\sqrt{2}10^{-9}Q_1 + 64 \cdot 10^{-18} = 0$$

$$Q_{1,2} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 10^{-9} \pm \sqrt{8^2 \cdot 2 \cdot 10^{-18} - 8^2 \cdot 10^{-18}}}{1}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$Q_{1,2} = 10^{-9}(8\sqrt{2} \pm 8) = 8 \cdot 10^{-9}(\sqrt{2} \pm 1)\ \text{C}$$

$$Q_2 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{Q_1}$$

$$Q_2 = \frac{64 \cdot 10^{-18}}{8 \cdot 10^{-9}(\sqrt{2} \pm 1)}$$

$$Q_1 = 3{,}28 \cdot 10^{-9}\text{C}.$$

$$Q_2 = 19{,}28 \cdot 10^{-9}\text{C}.$$

Din motive de simetrie, dacă se alegea pentru Q_1 soluția $Q_1 = 8 \cdot 10^{-9}(\sqrt{2}+1)$ C se obținea pentru cele două sfere $Q_1 = 19{,}28 \cdot 10^{-9}$ C și $Q_2 = 3{,}28 \cdot 10^{-9}$C.

2. Cu valorile determinate la punctul 1° pentru $Q_1 = 3{,}28 \cdot 10^{-9}$ C și $Q_2 = 19{,}28 \cdot 10^{-9}$ C obținem, pentru potențialele inițiale ale sferelor, valorile:

$$V_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{3{,}28 \cdot 10^{-9}}{10^{-2}} = 2952\ \text{V}$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{19{,}28 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-2}} = 5784\ \text{V}$$

$$V_1' = V_1'' = 9 \cdot 10^9 \frac{R_1 \dfrac{Q_1 + Q_2}{R_1 + R_2}}{R_1}$$

$$V_1' = V_2' = 9 \cdot 10^9 \frac{16\sqrt{2} \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} = 5076\ \text{V}$$

3. Sfera B prin deplasare, de la d_1 la d_2, sub acțiunea forțelor electrice, își modifică energia cinetică. Aplicînd teorema variației energiei cinetice între cele două stări ale sferei B, obținem:

$$\frac{mv^2}{2} = Q_2'(V_{(M_1)} - V_{(M_2)})$$

$V_{(M_1)}$ și $V_{(M_2)}$ fiind potențialele create de sarcina Q_1 în punctele M_1 și M_2, între care are loc deplasarea sferei B.

$$V_{M_1} = \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon d_1}; \qquad V_{M_2} = \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon d_2}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Q_1'Q_2'}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)$$

Scanned with OKEN Scanner

$$m = \frac{2\,Q_1'Q_2'}{4\pi\varepsilon v^2}\,\frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2}$$

sau

$$E_c = \int \mathrm{d}L$$

$$\mathrm{d}L = F \cdot \mathrm{d}x = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1'Q_2'}{\varepsilon_r x^2}\mathrm{d}x$$

$$\frac{mv^2}{2} = \int_{d_1}^{d_2} F\,\mathrm{d}x = \frac{9 \cdot 10^9 Q_1'Q_2'}{\varepsilon_r}\int_{d_1}^{d_2}\frac{\mathrm{d}x}{x^2} = \frac{9 \cdot 10^9 Q_1'Q_2'}{\varepsilon_r}\left| -\frac{1}{x}\right|_{d_1}^{d_2} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1'Q_2'}{\varepsilon_r}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right),$$

rezultat deja cunoscut.

$$m = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2}{v^2} \cdot \frac{R_1R_2(Q_1 + Q_2)^2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2}$$

$$m = \frac{18 \cdot 10^9}{36 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4} 16^2 \cdot 10^{-18} \cdot 2}{16 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{28 \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 40 \cdot 10^{-4}}$$

$$m = 28 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}$$

4. $\Delta Q_1 = Q_1' - Q_1$

$$\Delta Q_1 = -Q_1 + \frac{R_1(Q_1 + Q_2)}{R_1 + R_2} = \frac{-Q_1(R_1 + R_2) + R_1(Q_1 + Q_2)}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta Q_1 = \frac{R_1Q_2 - Q_1R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta Q_1 = \frac{10^{-11}(19{,}28 \cdot 3 - 3{,}28)}{4 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Delta Q_1 = +\,27{,}28 \cdot 10^{-9}\mathrm{C}.$$

$$n = \frac{\Delta Q_1}{e}\ ;\quad n = \frac{27{,}28 \cdot 10^{-9}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 17{,}0 \cdot 5 \cdot 10^{10}\ \text{electroni}.$$

ΔQ_1 fiind pozitiv, rezultă că sfera A va primi electroni de la sfera B. Acest lucru rezultă și din compararea potențialelor

$$V_1 \text{ și } V_1' \rightarrow |V_1'| > |V_1| \Rightarrow Q_1' > Q_1.$$

Scanned with OKEN Scanner

5. Calculareа potențialului în punctul în care s-a introdus sfera D se face aplicînd principiul superpoziției:

— potențialul într-un punct al unui cîmp creat de mai multe sarcini punctiforme este egal cu suma algebrică a potențialelor create, de fiecare sarcină, separat. Deci:

$$V_D = \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon d} + \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon d}$$

$$V_D = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1' + Q_2'}{\varepsilon_r d} = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_r d}$$

$$V_D = -720 \text{ V}$$

6. $L = Q_3(V_D - V_C)$, unde C este mijlocul segmentului $[|AB|]$

$$V_C = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1' + Q_2'}{20 \cdot 10^{-2}} = -9 \cdot 10^9 \frac{16\sqrt{2}\,10^{-9}}{20 \cdot 10^{-2}} = -720\sqrt{2} \text{ V}$$

$$L = 6 \cdot 10^{-3}(-720 + 720\sqrt{2}) = 6 \cdot 72 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}41 \text{ V}$$

$$L = 1{,}77 \text{ jouli.}$$

E.3. Dispozitivul reprezentat în fig E3 R (a) este constituit din două sfere conductoare cu centrele în A și B de rază $R = 0{,}9$ cm suspendate de fire metalice foarte fine $OA = OB = a = 18$ cm. Masa unei sfere este $m = 0{,}5$ g. Sistemul este legat la polul unei mașini electrostatice printr-un fir metalic lung. Să se calculeze potențialul electric al sursei, știind că unghiul făcut de cele două pendule, la echilibru, este $2\alpha = 60°$

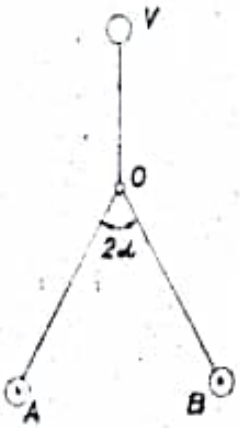


Fig. E.3 R(a)

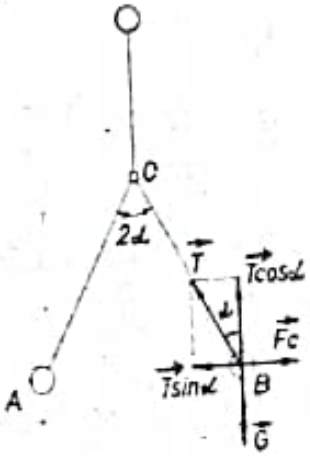


Fig. E.3 (b)

REZOLVARE

Pentru a determina potențialul electric al polului mașinii electrostatice cu care este pus în legătură dispozitivul descris mai sus, trebuie să determinăm potențialul electric al unei sfere, întrucît, acestea fiind

Scanned with OKEN Scanner

legate cu polul mașinii printr-un fir metalic, iar sistemul se află în echilibru, potențialele lor sînt egale.

Pentru determinarea potențialului electric al unei sfere, în problema E.2, ne-am permis să neglijăm faptul că fiecare din cele două sfere se afla în cîmpul creat de sarcina celeilalte, întrucît, potențialul electric al cîmpului produs de sarcina uneia din sfere (Ex. sfera A), în punctul în care era plasată cea de a doua sferă (sfera B), era mic în comperație cu potențialul sferei B datorat sarcinii proprii (Potențialul sferei B era $V_2 = 5784$ V în timp ce potențialul cîmpului în punctul respectiv este de abia 246 V).

Corect este însă, ca, la calculul potențialului unui corp punctiform să se considere nu numai potențialul datorat sarcinii distribuită pe acel corp ci și potențialul electric în punctul în care se află, potențialul determinat de sarcini ce nu aparțin corpului.

În cazul de față, avînd în vedere considerațiile de mai sus, potențialul electric al unei sfere va fi format din doi termeni: un termen $\frac{Q}{4\pi\varepsilon R}$ reprezentînd potențialul sarcinii proprii și, un al doilea termen $\frac{Q}{4\pi\varepsilon d} = V'$, reprezentînd potențialul datorat influenței electrice a cîmpului creat de sarcina de pe cea de a doua sferă. Nu am luat în considerație că și în jurul polului mașinii electrostatice se creiază un cîmp, deoarece, nu întîmplător s-a precizat că firul de legătură este lung. Cum ambele sfere sînt marcate de același semn, potențialele se însumează.

Deci:

1°. $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{a}\right)$, acesta fiind și potențialul polului mașinii electrostatice. Q reprezintă sarcina de pe fiecare sferă, sferele fiind identice și la același potențial se vor încărca cu aceiași sarcină.

Pentru a determina sarcina Q, celelalte elemente din relația (1) fiind cunoscute, punem condiția de echilibru pentru oricare din cele două sfere, ținînd seama de sistemul de forțe [fig. E.3 R (b)]care acționează asupra acesteia.

Conform figurii:

$$T\cos\alpha - mg = 0$$

$$T\sin\alpha - F_e = 0$$

Prin împărțirea relațiilor se obține:

2°. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_e}{mg} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon a^2 mg}$

Se observă că triunghiul AOB este echilateral de aceea $AB = OA = a$.

Înlocuind pe Q obținut din relația (2°), în relația 1, obținem pentru V:

$$V = \frac{a\sqrt{4\pi\varepsilon mg\operatorname{tg}\alpha}}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{a+R}{aR}.$$

Scanned with OKEN Scanner

sau :

$$V = \sqrt{\frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{4\pi\varepsilon}}\left(1 + \frac{a}{R}\right)$$

Prin înlocuirea datelor și considerînd $\varepsilon_r = 1$ se obține pentru V :

$$V \approx 106\,000 \text{ V} \approx 106 \text{ kV}$$

Pentru a vedea de ce nu am neglijat termenul $\frac{Q}{4\pi\varepsilon a}$ în calcularea potențialului, îl vom calcula.

Din relația $V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon R} \Rightarrow Q = 4\pi\varepsilon RV$

deci $\frac{4\pi\varepsilon RV}{4\pi\varepsilon} = \frac{RV}{a} = V'$

$$V' = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} 106 \text{ kV} = 5300 \text{ V}$$

E.4. 1° La un condensator plan, cu suprafața fiecărei armături $S = 200$ cm², armăturile sînt separate printr-un strat de aer de grosime $e = 4$ mm. La ce potențial trebuie să aducem armătura superioară A, pentru ca ea să înmagazineze o sarcină $Q = 1$ μC, cealaltă armătură fiind legată la pămînt ? Care vor fi, în acest caz, intensitatea cîmpului electric între armături ; presiunea electrostatică p și energia W a condensatorului ?

2°. Ce valoare C va avea capacitatea, dacă se introduce între armăturile sale, și paralel cu ele, o lamă de sticlă de grosime $e_1 = 3$ mm și permitivitate relativă $\varepsilon_r = 6$?

3°. Se scoate lama de sticlă, condesatorul rămînind încărcat cu sarcina Q. Un alt condensator plan cu aer, C', cu suprafața utilă $S' = S$ și grosime $e' = \frac{e}{2}$ are armătura sa A' la potențialul $V' = 3$ V, cealaltă armătură B fiind legată tot la pămînt ; Se unesc printr-un fir metalic armăturile A și A'. Să se calculeze noile sarcini Q_1 și Q_2.

4°. Se stabilește legătura între A și A', printr-un rezistor cu rezistența R. Să se determine energia transformată în căldură de acesta.

5°. Condensatoarele fiind legate ca la punctul 3°, să se calculeze lucrul mecanic necesar pentru a îndepărta armătura B' față de A' pînă la distanța $e' = e$.

REZOLVARE

Fiind vorba de un condensator plan, pentru calcularea capacității acestuia se aplică relația :

$C = \frac{\varepsilon S}{e}$, de asemenea, între capacitatea electrică, potențialul electric și sarcina Q cu care se încarcă aceasta, există relația :

$C = \frac{Q}{V_A - V_B}$, unde $V_A - V_B$ este diferența de potențial între armăturile condensatorului.

Scanned with OKEN Scanner

Cum una dintre armături este legată la pămînt, potențialul acesteia se consideră 0. Dacă considerăm $V_B = 0$ rezultă:

$$C = \frac{Q}{V_A} \qquad \text{de unde}$$

$$V_A = \frac{Q}{C} = \frac{eQ}{\varepsilon S}$$

deci: $V_A = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6}}{8{,}856 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 22{,}58 \text{ kV}.$

Intensitatea cîmpului electric dintre armături, pe care îl considerăm că este uniform, se calculează conform relației:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{V}{e}$$

$$E = \frac{22{,}58}{4 \cdot 10^{-3}} = 5{,}645 \cdot 10^3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

Sau, ținînd seama că $\frac{V}{e} = \frac{Q}{\varepsilon S}$, intensitatea cîmpului dintre armăturile condensatorului poate fi calculată și în funcție de sarcina electrică acumulată de o armătură și suprafața armăturii, conform relației:

$E = \frac{Q}{\varepsilon S}$ unde $\frac{Q}{S} = \sigma$ este densitatea de sarcină, deci $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

Presiunea electrostatică este determinată de forța de respingere electrostatică care acționează asupra unei sarcini elementare din partea tuturor celorlalte sarcini învecinate cu ea, de pe aceiași suprafață.

Conform relației de definiție a presiunii cunoscută din mecanică:

$p = \frac{F}{S}$, unde, F va reprezenta forța ce acționează asupra sarcinii Q de pe suprafața unei armături. În acest caz $F = Q \cdot E_{mediu}$, E_{mediu} fiind intensitatea medie a cîmpului în imediata vecinătate a suprafeței.

Cum în exteriorul condensatorului cîmpul electric este nul, rămîne ca $E_{mediu} = \frac{E_{interior}}{2} = \frac{Q}{2\varepsilon S}$

Cu aceasta, expresia presiunii devine

$$p = \frac{Q E_{mediu}}{S} = \frac{Q E_{interior}}{2 S}$$

dar $\frac{Q}{S} = \varepsilon E_{int} \Rightarrow p = \frac{\varepsilon E_{int}^2}{2}$

înlocuind valorile în această ultimă relație se obține

$$p = 1{,}4 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Energia înmagazinată în cîmpul electric al condensatorului se determină pe baza relației $W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QV$.

$$W = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot 22{,}58 \cdot 10^5 = 11{,}29\, 10^{-3} \text{J}.$$

2. Prin introducerea lamei de sticlă tensiunea U dintre armături se va repartiza atît pe stratul de aer rămas cît și pe lama de sticlă, deci: $U = U_1 + U_2$. Cum sarcina electrică de pe armături se conservă, se poate scrie:

$$\frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C_a} + \frac{Q}{C_s}, \text{ adică}$$

$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_s}$ similar cu legarea a două condensatoare în serie.

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 S}{e - e_1}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e_1}}$$

$$C_1 = \frac{1}{\frac{e - e_1}{\varepsilon_0 S} + \frac{e_1}{\varepsilon_0 S \varepsilon_r}} = \frac{\varepsilon_0 S}{e - e_1 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)}$$

$$C_1 = \frac{8{,}856 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{1}{6}\right)} = 11{,}808 \text{ pF}$$

Capacitatea C' a noului condensator va fi:

$$C' = \frac{\varepsilon S}{\frac{e}{2}} = 2 \frac{\varepsilon S}{e} = 2C$$ iar sarcina cu care este încărcat va fi:

$$Q' = C' \cdot V' = 2CV'.$$

Punînd în contact cele două armături A și A', va avea loc o redistribuire a sarcinilor pe acestea, pînă potențialele lor se vor egala. În momentul egalării potențialelor sarcinile Q_1 și Q_2 trebuie să satisfacă relația:

$$Q_1 + Q_2 = Q + Q'$$

$Q' = 2CV''$ dar din enunț

$V'' = 3V$, deci

$Q' = 6C\ V = 6Q$

Scanned with OKEN Scanner

Cu aceasta

$$Q_1 + Q_2 = 7Q.$$

Cele două condensatoare după punerea în contact a armăturilor A și A' vor avea un potențial V, comun pentru cele două armături, în timp ce potențialele armăturilor B și B', care sînt legate la pămînt, au valoarea zero, deci pot fi considerate ca două condensatoare grupate în paralel.

Capacitatea echivalentă a sistemului va fi:

$$C = C + C', \text{ unde}$$

$$C = \frac{Q_1 + Q_2}{V''}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C' = \frac{Q'}{V'} = \frac{6Q}{3V}$$

deci

$$\frac{Q_1 + Q_2}{V''} = \frac{Q}{V} + \frac{6Q}{3V}$$

$$\frac{Q_1 + Q_2}{V''} = 3\frac{Q}{V}, \text{ de unde}$$

$$V'' = \frac{(Q_1 + Q_2)V}{3Q} = \frac{6QV}{3Q} = \frac{7}{3}V.$$

Acum putem calcula sarcinile Q_1 și Q_2

$$Q_1 = CV'' = \frac{7}{3}CV = \frac{7}{3}Q; \quad Q_1 = \frac{7}{3}\mu C.$$

$$Q_2 = C'V'' = 2C\frac{7}{3}V = 2Q_1; \quad Q_2 = \frac{14}{3}\mu C.$$

5. Transferul de sarcini printr-un conductor metalic este însoțit de efecte termice ca urmare a transformării energiei electrice prin intermediul purtătorilor de sarcină în energie termică, datorită ciocnirilor inelastice dintre acești purtători și ionii rețelei cristaline.

Se determină această energie transformată în căldură făcînd bilanțul energetic:

$$\Delta W = \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)V'' - \left(\frac{1}{2}QV + \frac{1}{2}Q'V''\right)$$

unde, primul termen reprezintă energia înmagazinată în cîmpurile electrice a celor două condensatoare, rămasă după transferul de sarcină, iar cel de

Scanned with OKEN Scanner

al doilea termen, energia cîmpurilor înainte de transfer. Făcînd înlocuirile necesare se obține :

$$\Delta W = \frac{1}{2} 7Q \cdot \frac{7}{3} V - \frac{1}{2}(QV + 6Q \cdot 3V) = -\frac{8}{6} QV = -30{,}08 \text{ mJ}$$

Semnul minus indică tocmai diminuarea energiei sistemului în urma transferului de sarcini.

6°. Efectuarea unui lucru mecanic asupra sistemului, duce, după cum bine se știe din mecanică, la o variație a energiei acestuia.

Depărtarea armăturilor implică modificarea capacității condensatorului la valoarea $C_3 = \frac{\varepsilon S}{e}$ și implicit, modificarea capacității întregului sistem. Aceasta are ca urmare o nouă redistribuire a sarcinilor pe cele două condensatoare, sarcina totală rămînînd neschimbată, adică $7Q$, și desigur, stabilirea unui nou potențial V_3 pentru plăcile A și A′.

Capacitatea echivalentă a sistemului format va fi :

$$C_e = C + C_3 = 2C$$

dar

$$C_e = \frac{Q_1' + Q_2'}{V_3} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_3} = \frac{7Q}{V_3}$$

(s-a demonstrat mai sus egalitate $Q_1 + Q_2 = 7Q$)

Rezultă că : $V_3 = \frac{7}{2} \frac{Q}{C} = \frac{7}{2} V$

V fiind potențialul determinat la punctul 1°.

Cu aceasta se poate determina energia sistemului, înainte de îndepărtarea armăturilor, W_i și după depărtarea acestora, W_f.

$$W_i = \frac{(Q_1 + Q_2)\, V''}{2} = \frac{7Q}{2} \cdot \frac{7}{3} V = \frac{49}{6} Q \cdot V$$

unde $V'' = \frac{7}{3} V$ așa cum s-a demonstrat mai sus.

$$W_f = \frac{(Q_1 + Q_2)\, V_3}{2} = \frac{7Q}{2} \cdot \frac{7}{2} V = \frac{49}{4} \cdot Q \cdot V$$

$$L = W_f - W_i = \frac{49}{2} QV\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$L = \frac{49}{12} QV = \frac{49}{6} W$, W fiind energia înmagazinată inițial în cîmpul din condensatorul AB.

$$L = \frac{49}{12} \cdot 10^{-8} \cdot 22{,}58 \cdot 10^{3} J$$

$$L = 92{,}12 \text{ mJ}.$$

Faptul că $L > 0$ demonstrează că acest lucru mecanic contribuie la creșterea energiei sistemului.

E.5. Una din descoperirile științifice ale lui Benjamin Franklin (1706–1790) a fost extinderea proprietății respingerii reciproce a corpurilor punctiforme încărcate cu electricitate de același semn asupra sarcinilor aflate pe conductori metalici. Franklin a demonstrat justețea presupunerii sale prin experiența următoare:

Un ceainic metalic așezat pe un izolator este electrizat. În interiorul ceainicului se află în contact, un lanț metalic care poate fi extras treptat din ceainic cu ajutorul unui mîner din material izolant.

Gradul de electrizare a ceainicului se determină prin respingerea a două bile suspendate pe fire de ață.

Pe măsură ce lanțul este scos din ceainic, gradul de electrizare se schimbă.

Ce se observă, o creștere sau o scădere a gradului de electrizare a ceainicului?

E.6. 1°. Ce se poate afirma (semn, distribuție spațială) despre sarcinile care crează cîmpuri electrice ale căror linii de cîmp arată că în figura E6(a) și (b).

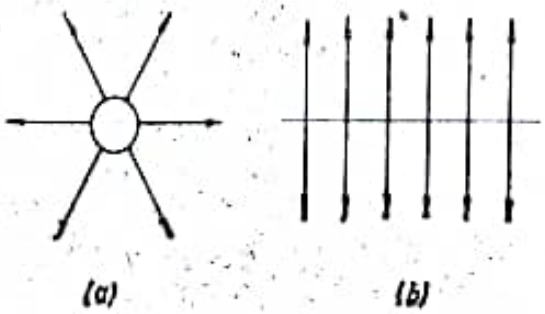


Fig. E.6 a, b

2°) Caracterizați intensitatea cîmpului electric care descrie fiecare din cîmpurile reprezentate în fig. E6 (a) și (b).

3°) Un corp de probă de dimensiune neglijabile, de masă m și sarcină $+q$ este lăsat liber în cîmpurile din fig. E6(a) și E6(b). Neglijînd acțiunea cîmpului gravitațional, stabiliți direcția și sensul de deplasare a corpului în cele două cazuri, scrieți expresia forțelor electrice ce acționează asupra lui, caracterizați mișcarea corpului de probă în cele două cazuri.

E.7. Încotro au tendința să se deplaseze electronii într-un cîmp electric: spre potențialul mai mic sau spre potențialul mai mare?.

E.8. Cum s-ar putea identifica proprietățile electrice (conductor sau izolator) ale materialului din care este confecționat un corp ușor și cu dimensiuni reduse (punctiform).

E.9. Două sfere conductoare, identice, încărcate cu sarcini egale, suspendate cu două fire izolatoare în același punct, firele avînd aceiași lungime, se află la o distanță $d = 5$ cm. una de alta.

Ce se va întîmpla dacă una din sfere se descarcă?.

Scanned with OKEN Scanner

E.10. Două mici sfere identice, încărcate, suspendate cu fire de aceiași lungime, se introduc în petrol. Care este densitatea sferelor dacă firele deviază cu același unghi ca în aer?.

E.11. Două sfere identice, electrizate cu electricitate de același semn, se așează la o distanță „d" una de alta, astfel ca între ele să se exercite o forță de respingere $F_1 = 1$N. După aceasta, se apropie cele două sfere pînă se ating ,apoi se îndepărtează la o distanță egală cu $\frac{d}{2}$. Între sfere se exercită o forță $F_2 = 4{,}5$ N.

Să se calculeze raportul sarcinilor electrice inițiale ale celor două sfere.

E.12. Două mici sfere din cupru, A și C, fixe și egale, se află pe o placă izolantă la o distanță „d" una de alta. Sfera A este electrizată iar sfera C neutră. Se atinge sfera A cu o sferă identică și neutră B, apoi se ating C și B. În ce punct al dreptei AC trebuie așezată sfera B ca ea să stea în echilibru?.

E.13. Două mici sfere identice, atîrnate de cîte un fir de mătase de aceiași lungime, aflate inițial în același punct, se resping datorită sarcinilor lor, astfel încît unghiul dintre cele două fire să fie egal cu 90°.

După un timp, datorită pierderilor lente de sarcină, sferele se apropie. Să se determine cantitatea de electricitate pierdută de fiecare sferă pînă în momentul cînd unghiul dintre cele două fire devine egal cu 60°.

E.14. Un pendul electric dublu are bobițele acoperite cu foițe de staniol, fiecare cu masa m. La electrizarea prin contact, unul din pendule este respins de un unghi α celălalt fiind blocat în poziție verticală. Dacă lungimea pendulului este l, să se calculeze sarcina fiecărei bobițe și potențialul în punctul de legătură.

E.15. Se electrizează un disc metalic prin atingeri repetate de un disc de același diametru, readus înainte de fiecare operație la un potențial determinat și la aceiași sarcină electrică $Q = 40$ nC.

Care va fi sarcina electrică a discului metalic după 10 atingeri?.

E.16. Se consideră o sferă de rază R încărcată uniform cu o sarcină $+Q$. Să se construiască graficele intensității cîmpului electric și a potențialului produs de sarcina $+Q$, de-a-lungul unei drepte ce trece prin centrul sarcinii.

Vor depinde rezultatele găsite de direcția dreptei; de ce?.

E.17. Ce puteți spune despre intensitatea cîmpului electric într-un spațiu în care potențialul are aceiași valoare în orice punct. Cum se va comporta o sarcină lăsată liberă într-o astfel de zonă?

E.18. Presupunînd o sarcină punctiformă $q = 10^{-6}$C, considerați punctele A și B la distanțele 2 m, respectiv 1 m, de sarcină, pe aceiași dreaptă, de o parte și de alta a sarcinii.

Cît este diferența de potențial $V_A - V_B$?.

E.19. Două sarcini punctiforme se află pe axa OX, o sarcină egală cu $+e$, în punctul $X = +2$ cm și o sarcină egală cu $-4\ e$ în punctul $X = -2$ cm. Să se calculeze mărimea și direcția intensității cîmpului

electric în punctul (0,3 ; 0) de pe axa OY, aflînd întîi componentele E_x și E_y în acest punct.

Să se localizeze punctul în care $E = 0$. Sînt mai multe asemenea puncte?. Ce valoare are potențialul electric în aceste puncte?.

E.20. 1° Care este forța electrică totală exercitată asupra unității de sarcină pozitivă, aflată în centrul unui pătrat de latură „b", dacă în cele patru colțuri ale pătratului se află sarcinile $2q$, $2q$, $-4q$ și $2q$.

2° Ce valoare are potențialul electric în centrul pătratului?.

3° Ce lucru mecanic trebuie efectuat asupra sarcinii din centrul pătratului pentru deplasarea acestuia pînă în punctul situat pe mijlocul unei laturi.

E.21. Un electron pătrunde într-o regiune unde există cîmp electric, vertical, uniform, de intensitate $E = 3{,}5\ \frac{kV}{m}$, dirijat de sus în jos, cu viteza $v_0 = 1{,}41 \cdot 10$ m/s orientată sub un unghi $\alpha = 30°$ cu orizontala. Să se calculeze:

1°) coordonatele X și Y ale electronului după $\Delta t = 5 \cdot 10^{-8}$s din momentul intrării lui în cîmp.

2°) direcția vectorului viteză în acest moment;

3°) energia cinetică a electronului;

4°) lucrul mecanic efectuat de cîmpul electric asupra electronului în intervalul de timp considerat.

E.22. Un electron pătrunde într-un cîmp electric, uniform vertical, orientat în sus, de intensitate $E = 10^4\ \frac{V}{m}$.

Viteza inițială a electronului este $v_0 = 10$ m/s.

Electronul pătrunde în cîmp după o direcție $\alpha = 45°$ cu orizontala Ox care trece prin punctul de intrare.

1°) Analizați mișcarea electronului în cîmp și precizați ce mișcare analogă ați studiat în mecanică?

2°) Calculați distanța maximă la care se va ridica electronul față de axa Ox;

3°) Care sînt momentele la care $y = 0$ (axa Oy fiind orientată pe direcția cîmpului);

4°) Cu ce viteză revine electronul în punctul $y = 0$?;

5°) Care va fi variația impulsului electronului în intervalul de timp determinat la punctul (3)?;

6°) Reprezentați grafic $y = f_1(t)$; $x = f_2(t)$; $v_y = f_3(t)$; $v_x = f_4(t)$.

Se va neglija greutatea electronului.

E.23. Se consideră un cîmp electric omogen de intensitate $E = 10^3$ V/m. În acest cîmp un corp cu masa $m = 10^{-4}$g și sarcina $Q = 10^{-6}$C se deplasează din punctul A (0,1 ; 0,4) în punctul B (0,6 ; 0,9) pe următoarele căi:

a) pe traseul ACB, punctul C avînd coordonatele: C (0,1 ; 0,9);

b) pe traseul ADB, punctul D avînd coordonatele D (0,6 ; 0,4);

c) de-a-lungul diagonalei patrulaterului format din punctele ACBD.

Se consideră că mișcarea are loc cu viteză constantă.

Scanned with OKEN Scanner

Pe care din cele trei trasee lucrul mecanic efectuat de forţele electrice va fi mai mare? Generalizaţi rezultatul.

Se va considera axa $\overrightarrow{OX} \perp \vec{E}$ iar axa $\overrightarrow{OY} \parallel \vec{E}$ orientată de jos în sus, în sens invers liniilor de cîmp.

E.24. O sferă de sulf cu masa $m = 10^{-3}$g, purtînd sarcina electrică $q = 10^{-6}$C, coboară în vid pe verticală, de la înălţimea $h = 10$ m. După ce parcurge 5 m, în cădere liberă, sfera străbate un interval de 10 cm, pe care este aplicată o tensiune acceleratoare $U = 5 \cdot 10$ V, apoi, sfera se deplasează în cîmpul gravitaţional, pînă la suprafaţa Pămîntului, unde întreaga ei energie cinetică se transformă în căldură, folosită la încălzirea sferei. Se dau: temperatura sferei în timpul coborîrii, $t = 70°$C, căldura specifică a stării solide; căldura latentă de topire precum şi temperatura de topire a sulfului, respectiv

$$C = 0{,}66 \text{ J/g} \cdot \text{grd}, \quad \lambda = 37{,}62 \text{ J/g}; \quad t_t = 120\,°\text{C}.$$

Să se afle:

1°) viteza sferei în momentul intrării în cîmpul electric;

2°) energia cinetică a sferei în momentul părăsirii cîmpului electric variaţia energiei cinetice şi a impulsului sferei în cîmpul electric;

3°) acceleraţia în cîmpul electric;

4°) ce cantitate de sulf din sferă trece în stare lichidă.

E.25. Un ion de masă m şi sarcină $-q$ pătrunde într-un cîmp electric omogen cu viteza v_0 orientată paralel cu liniile de cîmp, în acelaşi sens, cîmpul fiind orientat pe verticală de jos în sus. Considerînd axa OY orientată pe direcţia şi în sensul lui v_0 se cere:

1°) să se caracterizeze mişcarea ionului în cîmp;

2°) să se scrie legea de mişcare şi să se reprezinte grafic $v = f_1(t)$ şi $y = f_1(t)$;

3°) să se analizeze transformările suferite de energia ionului;

4°) ce interval de timp rămîne ionul în cîmp dacă zona de cîmp coboară cu „d" metri sub nivelul în care ionul pătrunde în cîmp.

E.26. O sarcină electrică Q este distribuită uniform pe suprafaţa unei sfere de raza r, situată în vid.

1°. Ce condiţie trebuie să îndeplinească viteza v_0 cu care pătrunde o sarcină punctiformă în cîmpul creat de sarcina Q pentru a efectua o mişcare circulară uniformă în jurul sarcinii Q, la distanţa R de centrul acesteia ($R > r$).

2°. Care va fi variaţia emergiei cinetice a sarcinii q, de masă m, în timp de o perioadă, sub influenţa forţei electrice, după ce a pătruns în cîmp.

3°. Reprezentaţi variaţia impulsului sarcinii q în interval de o perioadă.

4°. Ce energie trebuie comunicată sarcinii q pentru a fi scoasă din cîmp. Se va neglija forţa de greutate.

E. 27. Un conductor sferic de rază $R = 2$ cm are un potenţial $V = 50$ volţi la o sarcină $Q = 1$ μC.

1° Ce capacitate electrică are conductorul?

2° Să se scrie expresia generală a capacităţii electrice a unui conductor sferic.

Scanned with OKEN Scanner

3° Ce rază ar trebui să aibe un conductor sferic a cărui capacitate ar fi egală cu 1 F?.

E.28. Un condensator plan avînd aria armăturilor $A = 200$ cm², distanța dintre armături $d = 0{,}1$ mm, iar între armături dielectricul fiind aerul, să se determine:

1°) capacitatea electrică a condensatorului;

2°) intensitatea cîmpului electric în zona dintre armături dacă acestora li se aplică o tensiune $U = 10$ V;

3°) cum se modifică capacitatea condensatorului dacă între armături se introduce un dielectric cu $\varepsilon_r = 4$;

4°) ce influență are natura dielectrului asupra capacității electrice a condensatorului, dar asupra intensității cîmpului electric?.

E.29. Două sfere metalice, izolate, cu razele de 15 cm și 2 cm, sînt încărcate electric: prima cu o sarcină de 0,3 μC și cea de a doua cu o sarcină de 0,1 μC. Se leagă cele două sfere cu un conductor lung.

1° Care vor fi mărimile sarcinilor celor două sfere, după contact?

2° De ce este necesar să se precizeze faptul că lungimea conductorului este mare?

3° Se modifică energia sistemului în urma transferului de sarcini. Cum explicați?

E.30. O sferă de rază $R = 25$ cm se află la un potențial $V_1 = 10$ V. Un conductor adus la potențialul $V_2 = 6$V este pus în contact de la distanță cu sfera. Potențialul lui devine $V_3 = 7$V. Care este capacitatea C a conductorului?

E.31. Un condensator plan este încărcat la o sursă de tensiune de 12 kV, după care se deconectează de la sursă.

Introducînd o placă de porțelan de grosime cît jumătatea distanței dintre plăci, tensiunea la bornele condensatorului scade la 7 kV.

1°) Să se afle permitivitatea porțelanului;

2°) Cum variază capacitatea electrică a condensatorului prin introducerea plăcii de porțelan;

3°) Care ar fi expresia de calcul a capacității electrice a unui condensator care ar avea spațiul dintre armături umplut cu straturi din materiale izolatoare de permitivități $\varepsilon_{r_1}, \varepsilon_{r_2}, \ldots\ldots\ldots \varepsilon_{r_n}$ iar $d = d_1 + d_2 + d_3 + \ldots d_n$

E.32. Sferele din problema E.27. sînt aduse la o distanță $d = 2$ m. Cum variază intensitatea cîmpului electric și potențialul în punctul situat la distanța $\frac{d}{2}$ (de centrul fiecărei sfere). Cum variază energia sistemului în urma acestei operații.

E.33. 1° Două sfere conductoare de raze R_1 și R_2 sînt încărcate la potențialele V_1 și V_2 și plasate pe un suport izolator.

Se unesc apoi cu un fir conductor lung. Ce energie se va disipa în conductor?

2° Această energie este preluată integral de o cantitate m de apă căruia îi ridică temperatura Δ°. Ce valoare are m?

E.34. Două bile identice, cu raza de 1 cm fiecare, sînt situate în același punct prin cîte un fir de mătase lung de 19 cm.

Scanned with OKEN Scanner

Se depărtează cele două bile una de alta, simetric față de verticală pînă ce firele de suspensie fac între ele un unghi $2\alpha = 90°$.

1. Să dă drumul în același timp celor două bile. Se constată că prin ciocnirea lor, perfect plastică, în fiecare bilă se dezvoltă căldură în valoare de 5,9 mJ. Să se calculeze masa fiecărei bile.

2. Bilele se încarcă cu sarcini egale și de același semn. Cît de mare trebuie să fie sarcina fiecărei bile, astfel încît, prin respingere reciprocă, bilele să rămînă în poziția pentru care firele de suspensie fac între ele un unghi de 90°?. Se va considera $g = 10$ m/s^2.

E.35. 1°. Un condensator este format din două discuri metalice plane, cu razele de 10 cm, separate printr-un strat de aer de 1 mm grosime. Care este capacitatea sa?.

2°. Se stabilește între armături o diferență de potențial de 5kV. Care este sarcina electrică a condensatorului și energia pe care o înmagazinează?

3°. Se unesc cele două armături ale acestui condensator încărcat, cu armăturile unui alt condensator de aceiași capacitate. Ce devine diferența de potențial dintre armături? Ce devine energia înmagazinată inițial?

4°. Armăturile condensatorului sînt menținute paralele prin vergele de sticlă, situate în afara cîmpului. Discurile se pot dilata în planul lor. Care este variația capacității condensatorului pentru o creștere de temperatură de 1°C? .

Coeficientul de dilatare a sticlei este $0{,}8 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}, iar a materialului din care sînt alcătuite armăturile $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}.

E.36. Un condensator cu capacitatea $C = 100$ μF se încarcă sub o diferență de potențial $U = 2500$ V.

1. Să se calculeze sarcina Q și energia W a condensatorului.

2. Să se determine cantitatea m de gheață care se poate topi (la presiune normală) datorită căldurii degajate în timpul descărcării condensatorului, presupunînd că toată energia condensatorului se transformă în căldură, gheața avînd temperatura $t_0 = 0$°C.

3. Ce căldură ar fi necesară pentru a transforma cantitatea de gheață determinată la punctul 2 în vapori la 100 °C, dacă aceasta s-ar afla inițial la temperatura $t_1 = -10$ °C.

Să se traseze diagrama căldurii absorbite de gheață în funcție de temperatură, apoi diagrama temperaturii în funcție de timp, pentru cazul de la punctul (3).

4. Să se determine volumul final V și variația energiei interne al unui gram de aer, aflat inițial la presiunea $p = 0{,}6 \dfrac{\text{MN}}{\text{m}^2}$ și temperatura $t_0 = 25$ °C, după ce absoarbe izobar căldura rezultată prin descărcarea precedentă.

Căldura latentă de topire a gheții $\lambda t = 334 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$; căldura specifică a apei 4185,5 J/kg · grd; căldura specifică a gheții 2090 J/kg · grd; căldura latentă de vaporizare a apei $\lambda_v = 2{,}25 \dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}$; căldura specifică a aerului sub presiune constantă $C_p = 1 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$; masa moleculară relativă a aerului $M = 28{,}9$.

Scanned with OKEN Scanner

E.37. Un condensator este realizat din foiţe de staniol separate prin hîrtie parafinată ($\varepsilon_r = 2{,}2$) cu grosimea $e = 0{,}1$ mm.

1. Care este suprafaţa hîrtiei parafinate pentru a obţine o capacitate $C = 1$ μF.

2. Se presupune că acest condensator poate suporta, fără a fi străpuns, o diferenţă de potenţial $U_0 = 1000$ V.

Care este atunci energia înmagazinată în condensator?

3. Pentru a încărca acest condensator, se pun aceste armături în contact cu polii unei surse caracterizată de o diferenţă de potenţia U_0, prin intermediul unor fire conducătoare de rezistenţă arbitrară r. Să se arate că energia înmagazinată în condensator nu este decît o parte din energia debitată de sursă în timpul încărcării. Ce a devenit cealaltă parte?.

Care este randamentul de încărcare?. Ce influenţă are rezistenţa conductorilor de legătură asupra încărcării condensatorului?.

E.38. Să se determine capacitatea unui condensator cu aria armăturilor $S = 200$ cm^2. Între armături se află o placă de sticlă cu grosimea $d_1 = 1$ mm, acoperită pe ambele părţi cu straturi de parafină ($d_2 = 0{,}2$ mm, fiecare).

E.39. Tensiunea de străpungere a prespanului cu grosimea de 1 mm este 18 000 V. Două condensatoare cu dielectric prespan cu capacităţile $C_1 = 1100$ pF şi $C_2 = 400$ pF se leagă în serie. Va fi străpuns prespanul dacă se aplică sistemului astfel format, o tensiune de $3 \cdot 10^4$ V?

E.40. În paralel cu unul din cinci condensatoare identice, legate în serie, se leagă un voltmetru electrostatic cu capacitatea de două ori mai mare decît a fiecărui condensator.

Voltmetrul indică 500 V. Ce tensiune se aplică bateriei?.

E.41. Un condensator plan avînd distanţa dintre plăci $d = 1$ cm şi ca mediu dielectric un material cu $\varepsilon_r = 7$ a fost încărcat la o diferenţă de potenţial $V = 100$ V. Fiind deconectat de la sursa de tensiune, se scoate dielectricul dintre plăcile condensatorului.

Se cere să se calculeze:

1. Diferenţa de potenţial dintre plăcile condensatorului în absenţa dielectricului.

2. Masa unei particule de sarcină $Q = 10^{-12}$C dacă aceasta se află în echilibru între plăcile condensatorului.

3. Considerînd că nu are loc nici o pierdere de sarcină, care trebuie să fie distanţa dintre armături, pentru ca în absenţa dielectricului, diferenţa de potenţial dintre ele să fie tot 100 V.

4. Să se arate că dacă dielectricul ocupă doar o porţiune din distanţa dintre plăcile condensatorului, capacitatea acestuia nu depinde de modul de aranjare a acestuia.

E.42. Între plăcile unui condensator cu $S = 12$ cm^2 se află o placă de cuarţ cu grosimea de 4 mm şi de ambele părţi a rămas aer cu o grosime de $5 \cdot 10^{-2}$ mm.

Să se calculeze:

1) Capacitatea totală a ansamblului dacă $\varepsilon_r = 4{,}5$

2) Se scoate placa de cuarţ. Care este noua valoare a capacităţii şi sarcina electrică cu care este încărcat condensatorul dacă i s-a aplicat o diferenţă de potenţial de 100 V?.

Scanned with OKEN Scanner

3) Distanța dintre armăturile condensatorului pentru a se putea menține în echilibru o picătură de ulei cu sarcina $Q = 5\,e$ (e fiind sarcina electrică a electronului) dacă picătura are forma sferică cu $R = 10^{-3}$ mm și densitatea $\rho = 900$ kg/m³. Diferența de potențial rămîne neschimbată.

E.43. Un condensator plan-paralel cu capacitatea $C = 3\mu F$ este conectat la o sursă cu tensiunea $U = 100$ V, avînd ca dielectric aerul ($\varepsilon_r = 1$). Să se determine:

1) Lucrul mecanic necesar deplasării armăturilor, astfel încît distanța dintre armături să se dubleze față de valoarea inițială.

2) Variația energiei cîmpului electrostatic ca urmare a deplasării armăturilor.

3) Variația energiei sursei de alimentare.

4) Condensatorul este deconectat de la sursă, armăturile fiind readuse la distanța inițială. Care este în acest caz lucrul mecanic necesar deplasării armăturilor?.

E.44. Două condensatoare cu aer, identice, de capacitate $C = \frac{8}{9}$ nF fiecare, se încarcă pînă la tensiunea $U = 900$ V. Unul din condensatoare se introduce în această stare de încărcare în petrol, după care condensatoarele se leagă în paralel.

Să se determine energia electrică pierdută de sistem prin conectare.

E.45. O baterie alcătuită din n condensatoare de capacitate C_1 legate în serie, este alimentată sub tensiunea constantă U. Dacă unul din condensatoare se străpunge, să se determine:

1) Variația energiei bateriei

2) Energia disipată în perioada de tranziție.

E.46. În spațiul dintre plăcile unui condensator, legat la polii unei baterii de 360 V, se află o placă de ebonită ($\varepsilon_r = 2{,}7$). Distanța dintre plăcile condensatorului este de 5,4 cm. Se scoate apoi ebonita. Cu cît trebuie să se schimbe distanța dintre armăturile condensatorului pentru ca energia cîmpului dintre armături să rămînă aceiași?

Se vor considera cazurile:

1) Condensatorul rămîne cuplat la baterie

2) Condensatorul se decuplează de la baterie.

E.47. Trei condensatoare se montează ca în rețeaua din fig. E.47. Să se calculeze:

1) Sarcina electrică de pe armătura fiecărui condensator din rețeaua din figură, unde $C_1 = 2$ μF; $C_2 = 4$ μF și $C_3 = 3\mu F$ știind că potențialul punctului A este 1200 V.

2) Potențialul punctului B.

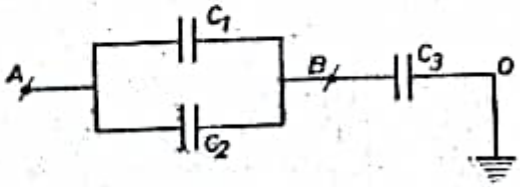


Fig. E.47

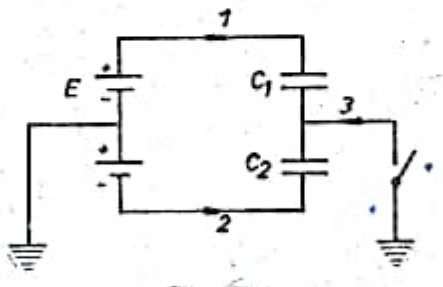


Fig. E.48.

E.48. Două condensatoare cu $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$F, respectiv $C_2 = 3 \cdot 10^{-6}$F legate în serie, sînt cuplate la o sursă cu t.e.m. 120 V, al cărui punct neutru este pus la pămînt (fig. E.48). Firul care leagă cele două condensatoare poate fi pus la pămînt cu ajutorul comutatorului K.

Să se determine sarcinile q_1, q_2 și q_3 care traversează secțiunile 1,2 și 3 în sensul indicat de săgeți pe figură, după închiderea comutatorului.

E.49. Două sfere metalice goale, cu pereți de grosime neglijabilă și de raze R_1 și R_2 ($R_2 > R_1$), sînt așezate concentric. Să se determine:

1) Sarcinile totale q_1 și q_2 ale celor două sfere aduse, respectiv, la potențialele V_1 și V_2.

2) Densitățile superficiale pe cele două sfere.

3) Potențialul într-un punct la distanța r de centru mai întîi între cele două sfere, apoi în exteriorul sistemului.

4) Intensitatea cîmpului în acest punct.

E.50. În schema din fig. E.50, condensatoarele au capacitățile C_1, C_2 și C_3, iar sursele au t.e.m. E_1 și E_2. Să se determine sarcina electrică a fiecărui condensator.

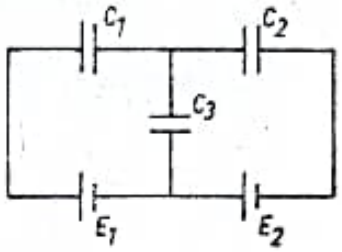


Fig. E.50.

E.51. Sînt date 5 condensatoare, fiecare avînd capacitatea $C = 1\mu F$. Să se găsească modul de conectare a acestora, încît capacitatea totală să fie egală cu $\frac{3}{7}\mu F$.

E.52. Două condensatoare cu capacitățile $C_1 = 2\mu F$ și $C_2 = 5\mu F$ sînt încărcate separat la tensiunile $U_1 = 5500$ V și $U_2 = 2000$ V, apoi sînt legate în paralel.

Să se determine tensiunea la bornele bateriei de condensatoare și sarcina fiecărui condensator, după legarea în paralel.

E.53. În circuitul din (fig. E.53) capacitățile condesnatoarelor sînt $C_1 = 3\mu F$ $C_2 = 2\mu F$ și $C_3 = 5\mu F$. Se cer:

1) Capacitatea echivalentă a sistemului de condensatoare

2) Tensiunea ce trebuie aplicată la bornele A B pentru ca sarcina condensatorului C_2 să fie $q = 6 \cdot 10^{-5}$C

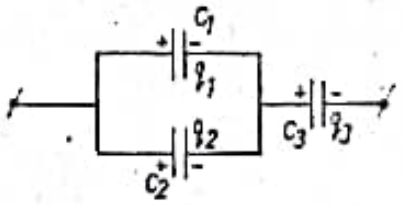


Fig. E 53.

3) Tensiunea ce trebuie aplicată la bornele circuitului, pentru ca tensiunea la bornele condensatorului C_2 să aibă valoarea 4,5 V.

E.54. Să se calculeze tensiunile și sarcinile condensatoarelor din fig. E.54.

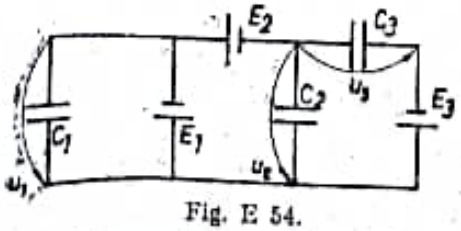


Fig. E 54.

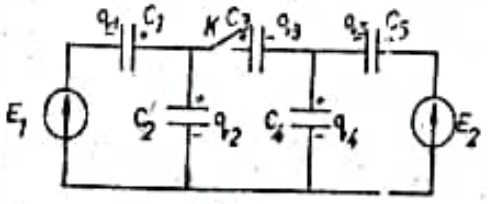


Fig. E 55.

E.55. Să se calculeze sarcinile de pe armăturile condensatoarelor din circuitul din fig. E.55 înainte și după închiderea întrerupătorului K. Va-

lorile elementelor schemei sînt $C_1 = C_2 = C_4 = 2\mu F$; $C_3 = 4\mu F$; $C_5 = 1\ \mu F$; $E_1 = 140$ V și $E_2 = 90$ V.

Se consideră condensatoarele neîncărcate înainte de legarea în rețea.

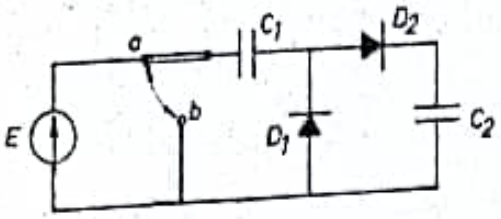


Fig. E.56.

E.56. Să se calculeze tensiunea la bornele condensatorului C_2 din figura alăturată, după a n-a comutare a comutatorului K de pe poziția (a) pe poziție (b) și înapoi, fig. E.56. Se consideră cunoscute capacitățile condensatoarelor și t.e.m. a sursei. Diodele, presupuse ideale, permit transportul sarcinilor electrice numai în sensul în care este orientat vîrful săgeții din simbolul acestora.

II. ELECTROCINETICĂ

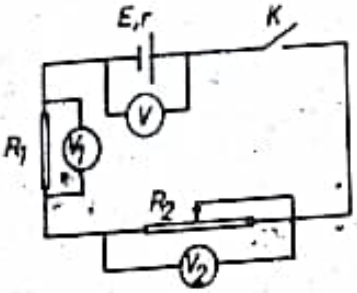


Fig. E.57.

E.57. Se consideră schema din figura E.57. Cum variază indicațiile voltmetrelor prin închiderea întrerupătorului K, atunci cînd se micșorează rezistența R_2.

Rezistența proprie a voltmetrelor este mare.

REZOLVARE

Prin micșorarea rezistenței rezistorului R_2, evident, se micșorează rezistența circuitului exterior, iar intensitatea circuitului crește. În ipoteza că rezistența voltmetrelor este mult mai mare ca rezistențele rezistoarelor la care sînt montate, se poate scrie cu bună aproximație:

$$U_1 = I R_1$$

$$U_2 = I R_2$$

$$U = E - Ir \text{ sau } U = U_1 + U_2$$

U_1, U_2 și U reprezentînd tensiunile indicate de voltmetrele V_1, V_2, respectiv V, înainte de modificarea rezistenței R_2. Aceleași voltmetre, după modificarea rezistenței R_2, vor indica tensiunile

$$U_1' = I' R_1$$

$$U_2' = I' R_2$$

$$U' = E - I' r \text{ și de asemenea } U' = U_1' + U_2'$$

Cum $R_2' < R_2$, evident $I' > I$ și

$$U_1' > U_1$$

deci $U' < U$ iar $U_2' < U_2$ deoarece $U_2 = U' - U_1'$, de asemenea $U' < U$ și $U_1' > U_1$.

Scanned with OKEN Scanner

E.58. 1. Cu firul AB, bine întins, se realizează montajul din figura E.58. Extremităţile A şi B sînt legate la cei doi poli ai unei pile P; un galvanometru G este intercalat între A şi unul din polii celei de-a doua pile P', cel de al doilea fiind legat la un cursor cu contact C, care se poate deplasa în lungul firului AB. Toate conductoarele de legătură au rezistenţe neglijabile. Cînd P' este un element Weston a cărui t.e.m. este 1,018 V, se constată că galvanometrul G nu este parcurs de curent cînd cursorul C se află la 31 cm de capătul A. Care este atunci intensitatea curentului debitat de pila P şi tensiunea la bornele ei?.

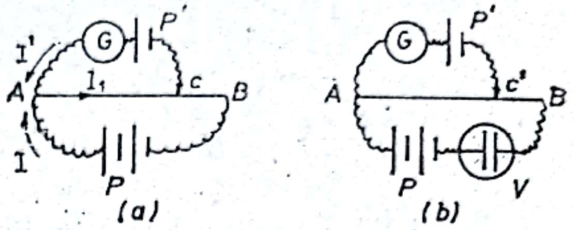


Fig. E.58.

2. Înlocuind elementul Weston printr-o altă pilă P'', se poate aduce galvanometrul la zero prin deplasarea cursorului cu 6,4 cm către extremitatea B. Să se determine t.e.m. a pilei P''.

3. Pila P fiind scoasă din circuit, se leagă polii săi la bornele unui voltmetru cu rezistenţă mare. Ştiind că acesta din urmă arată 4,05 V, să se determine rezistenţa internă a pilei P, utilizînd rezultatele găsite la punctul 1.

4. Se introduce un voltametru V, cu apă acidulată şi cu electrozii din platină, în circuitul pilei P, elementul Weston fiind în P' (fig. E.58). Pentru a aduce galvanometrul la zero, trebuie pus cursorul la 64 cm de extremitatea A. Care va fi în acest caz volumul gazului captat în 10 minute, într-o eprubetă care acoperă ansamblul celor doi electrozi ai voltametrului.

În condiţii normale, un mol de gaz ocupă un volum $V_m = 22{,}4$ l; temperatura mediului ambiant este presupusă de 0°C.

REZOLVARE

Vom nota cu R_g rezistenţa galvanometrului, cu r' rezistenţa pilei P', cu r rezistenţa pilei P, cu R_{AC} şi R_{CB} rezistenţele porţiunilor din conductorul AB cuprins între AC, respectiv, CB.

Conform figurii E.58, aplicînd legile lui Kirchhoff pentru nodurile şi ochiurile unei reţele electrice, putem scrie:

a) $I' + I = I_1$

b) $I'(R_g + r') + I_1 R_{AC} = E'$

c) $-I(r + R_{CB}) - I_1 R_{AC} = -E$

Pentru $AC = 31$ cm, din enunţ rezultă că $I' = 0$. În această situaţie, ecuaţiile devin:

a) $I_1 = I$ adică pila P' nu va avea nici o influenţă asupra curentului din circuitul pilei P.

b) $I_1 R_{AC} = E'$ ecuaţie care ne permite să calculăm pe I.

$$I = \frac{E'}{R_{AC}} \text{ unde } R_{AC} = R\,\frac{AC}{AB}$$

Scanned with OKEN Scanner

deci

$$I = \frac{1{,}018}{25 \cdot \frac{31}{100}} \text{ A} = 0{,}131 \text{ A}.$$

Tensiunea la bornele pilei P va fi dată de relația :

$$U = IR_{AB},$$

deci

$$U = 0{,}131 \cdot 25 \text{ V} = 3{,}28 \text{ V}.$$

2. În baza aceleași relații, pentru determinarea t.e.m. a pilei P'' se poate scrie :

$$IR_{AC'} = E'' \text{ unde } R_{AC'} = R \cdot \frac{AC'}{AB}$$

$$E'' = 0{,}131 \cdot 25 \frac{37{,}4}{100} \text{V} = 1{,}224 \text{ V}.$$

3. Voltmetrul legat la bornele pilei P, aceasta fiind scoasă din circuit, iar voltmetrul având rezistență mare, măsoară tocmai t.e.m. a pilei P. Deci : $E = 4{,}05$ V.

Pentru determinarea rezistenței interne a pilei P va trebui să apelăm la relația (c) de la punctul 1.

$$E = (r + R_{CB})I + I_1 R_{AC} \qquad \text{în = care punînd } I = I_1,$$

obținem :

$$Ir + I(R_{AC} + R) = E$$

dar

$$R_{AC} + R_{CB} = R_{AB} = R$$

deci

$$r = \frac{E - IR}{I}$$

$$r = \frac{4{,}05 - 0{,}131 \cdot 25}{0{,}31}$$

$$r = 5{,}9 \ \Omega$$

4°. La trecerea curentului prin apă acidulată are loc dirijarea ionilor de hidrogen și de oxigen către catod, respectiv, anod, neutralizarea acestora prin acceptare, respectiv, cedare de electroni electrozilor și degajarea lor sub formă de gaz în spațiul de deasupra electrolitului. Astfel, în eprubeta care acoperă ambii electrozi se va capta un volum V de amestec

Scanned with OKEN Scanner

de hidrogen și oxigen, volumul hidrogenului reprezentînd $\frac{2}{3}$ din $V\left(\frac{1}{3}\right.$ din V reprezentînd volumul oxigenului$\left.\right)$.

Aplicînd legea electrolizei la masa m de hidrogen care se degajă la catod avem:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A_1}{n_1} I_3 t, \text{ unde } I_3 = \frac{E'}{R\frac{l_3}{l}}$$

Din ecuația de stare a gazelor perfecte,

$m = p\frac{V_1 \mu_1}{RT}$, ($V_1$ și μ resprezentînd volumul, respectiv masa moleculară a hidrogenului).

Eliminînd pe m din cele două ecuații, obținem

$$\frac{pV_1\mu_1}{RT} = \frac{1}{F}\frac{A_1}{n_1} I_3 t$$

Pentru a obține volumul V al amestecului vom înlocui:

$$V_1 = \frac{2}{3} V$$

$$\frac{2}{3}\frac{pV\mu_1}{RT} = \frac{1}{F}\frac{A_1}{n_1} I_3 t$$

Dar $A_1 = \frac{\mu_1}{2}$ și $n_1 = 1$ pentru hidrogen. De asemenea, pentru 1 mol hidrogen se poate scrie:

$$pV_m = RT, \text{ adică } \frac{RT}{p} = V_m$$

Înlocuind toate acestea în ecuația de mai sus, obținem volumul amestecului:

$$V = \frac{3}{4}\frac{V_m}{F} I_3 t.$$

Înlocuind valorile mărimilor care intervin, se obține:

$$V = \frac{3}{4} \cdot \frac{22{,}4 \cdot 10^{-3}}{96\,500} \cdot \frac{1{,}018 \cdot 600}{25 \cdot \frac{64}{100}} \text{ m}^3$$

$$V = 6{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Scanned with OKEN Scanner

E.59. Un voltmetru V_1 fiind conectat între două puncte A și B ale unui circuit de curent continuu, indică o diferență de potențial de 100 V. Un alt voltmetru V_2, indică între aceleași puncte 102 V, iar un al treilea voltmetru, V_3, a cărui rezistență internă R_3 este infinită, indică 104 V. Dacă se întrerupe circuitul între cele două puncte, voltmetrul al treilea indică 130 V.

Să se determine rezistența R a circuitului între cele două puncte, rezistența totală $r + R$ a circuitului și rezistența voltmetrului ai doilea R_{V_2}, știind că primul voltmetru are rezistența $R_{V_1} = 13\ k\Omega$.

REZOLVARE

Vom considera că r reprezintă rezistența totală a ramurii circuitului cuprinse între punctele A și B, care conține sursa E, deci în r este cuprinsă chiar și rezistența interioară a sursei E.

În rezolvarea primei probleme (E.57), deoarece s-a precizat că voltmetrele au rezistență internă mare s-a neglijat faptul că acestea modifică rezistența circuitului. Acest lucru se demonstrează ușor : dacă la bornele unui rezistor de rezistență R se leagă un voltmetru de rezistență R_V, rezistența acestuia va fi grupată în paralel cu rezistența R, încît, rezistența echivalentă a grupării va fi :

$$R_e = \frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{R}{\frac{R}{R_V} + 1}$$

Dacă R_V indeplinește condiția $R_V \gg R$, $\frac{R}{R_V} \to 0$, deci $R_e = R$. În această situație rezistența voltmetrului nu modifică sensibil rezistența circuitului în care a fost introdus.

În cazul acestei probleme, din faptul că fiecare voltmetru indică altă valoare a tensiunii între aceleași puncte A și B ale circuitului considerat, deducem că rezistența voltmetrelor utilizate (cu excepția voltmetrului V_3) nu îndeplinesc condiția $R_V \gg R$ (R fiind rezistența la bornele cărcia se leagă voltmetrele) și deci, primele două voltmetre modifică sensibil rezistența circuitului și implicit intensitatea curentului din circuit.

Pentru rezolvarea problemei vom exprima tensiunea măsurată de fiecare voltmetru în funcție de mărimile constante ale elementelor de circuit :

a) $U_1 = \dfrac{E}{r + \dfrac{RR_{V1}}{R + R_{V1}}} \cdot \dfrac{R \cdot R_{V1}}{R + R_{V1}}$;

b) $U_2 = \dfrac{E}{r + \dfrac{R \cdot R_{V2}}{R + R_{V2}}} \cdot \dfrac{RR_{V2}}{R + R_{V2}}$

Întrucît $R_{V3} \gg R$

c) $U_3 = \dfrac{E}{r + R} \cdot R$

Scanned with OKEN Scanner

Întrerupînd circuitul între A și B, voltmetrul V_3 va indica tocmai t.e.m. a sursei, adică $U_3' = E = 130$ V.

Cu aceasta, din relația (c) obținem

$$r = \left(\frac{E}{U_3} - 1\right) R$$

soluție pe care o substituim în (a)

$$U_1 = \frac{E}{\left(\frac{E}{U_3} - 1\right) R + \frac{R R_{V1}}{R + R_{V1}}} \cdot \frac{R R_{V1}}{R + R_{V1}}$$

sau

$$U_1 = \frac{R + R_{V1}}{R \cdot R_{V1}} = \frac{E}{\frac{E}{U_3} - 1 + \frac{R_{V1}}{R + R_{V1}}}$$

$$U_1 \left[\left(\frac{E}{U_3} - 1\right) \frac{R R_{V1}}{R_{V1}} + 1\right] = E$$

$$\frac{E}{U_1} = \left(\frac{E}{U_3} - 1\right) \frac{R + R_{V1}}{R_{V1}} + 1$$

$$\frac{\left(\frac{E}{U_1} - 1\right) R_{V1}}{\frac{E}{U_3} - 1} = R + R_{V1}$$

$$R = \left[\frac{\frac{E}{U_1} - 1}{\frac{E}{U_3} - 1}\right] R_{V1}$$

$$R = 2{,}6 \text{ k}\Omega$$

Din relația (c) : $r + R = \frac{E}{U_3} R$

obținem : $r = R = 3{,}25$ kΩ

Pentru a obține pe R_2, înlocuim valorile cunoscute în relația (b).

Se obține $R_{V2} = 26{,}520$ kΩ

E.60. Se consideră circuitul din figura E.60 R (a) în care $E_1 = 30$ V; $E_2 = 15$ V; $E_3 = 5$ V; $R_1 = 1\Omega$; $R_2 = 3\Omega$; $R_3' = 2\Omega$; $R_3'' = 2\Omega$. Să se calculeze intensitatea curentului din circuit și să se ridice diagrama de variație a potențialelor pe circuit.

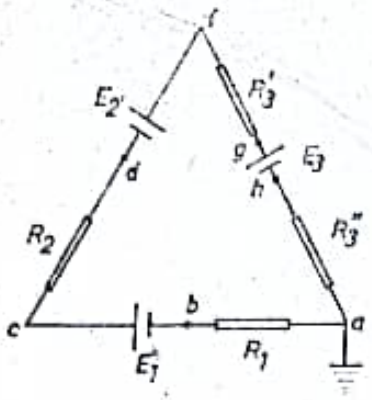


Fig. E60.R(a)

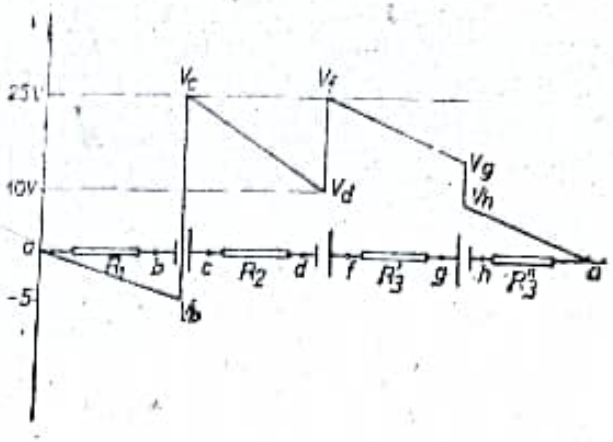


Fig. E60.R(b)

REZOLVARE

1. Aplicînd teorema lui Kirchhoff pentru ochiuri de rețea, obținem pentru intensitatea curentului

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3' + R_3''}$$

$$I = \frac{30 + 15 - 5}{1 + 3 + 2 + 2}\,\text{A} = \frac{40}{8}\,\text{A} = 5\,\text{A}$$

2. Pentru ridicarea diagramei de variație a potențialelor pe circuit, vom apela la relația:

$$V_A - V_B = \left[\sum_{i=1}^{n} E_i - \sum_{i=1}^{k} R_i I_i\right]_{B \to A}$$

adică diferența de potențial dintre două puncte A și B ale unui circuit electric este egală cu diferența dintre suma t.e.m. a surselor electrice și suma căderilor de tensiune pe diferitele rezistoare cuprinse pe porțiunea de circuit dintre A și B.

De asemenea, pentru scrierea corectă a relației se va avea în vedere ca:

— sensul de parcurs al porțiunii de circuit să fie de la B → A;
— căderea de tensiune pe rezistorul care este străbătut de curent în sens invers sensului de parcurs se va lua cu semnul minus;
— t.e.m. a generatoarelor care sînt parcurse de la borna (+) către borna (—), de asemenea, va fi luată cu semnul (—).

Conform figurii, obținem pentru diferențele potențiale, potențialul punctului a $V_a = 0$, următoarele:

$$V_b = -IR_1,\ V_b = -5\,\text{V}$$

$$V_c = E_1 - IR_1;\ V_c = (30-5)\,\text{V} = 25\,\text{V}$$

$$V_d = E_1 - I(R_1 + R_2);\ V_d = (30-5\cdot 4)\,\text{V} = 10\,\text{V}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$V_f = E_1 + E_2 - I(R_1 + R_2);\ V_f = (15-20)\ \text{V} = 25\ \text{V}$$

$$V_g = E_1 + E_2 - I(R_1 + R_2 + R_3);\ V_g = (15-5\cdot 6)\ \text{V} = 15\ \text{V}$$

$$V_k = E_1 + E_2 - E_3 - I(R_1 + R_2 + R_3');\ V_k = 40-30 = 10\ \text{V}.$$

$$V_a = 0.$$

E.61. Între punctele A și B ale unui inel circular format dintr-un fir conductor se aplică o tensiune $U = 6$ V. Puterea luată de inel în acest caz este $P_1 = 48$ W. Cea mai mică putere pe care o poate lua inelul alimentat între două puncte ale sale la aceiași tensiune U este $P_{min} = 36$ W. Cum sînt situate cele două puncte A și B pe inel și ce rezistențe electrice au firele care formează cele două arce cuprinse între A și B?

REZOLVARE

a) $$P = \frac{U^2}{R_e} = \frac{U^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

de unde

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U^2}{P}$$

b) $$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$$

S-a notat cu R_1 și R_2 rezistențele celor două porțiuni de circuit cuprinse între punctele A și B.

Este evident că $R_1 + R_2 = R$ fiind rezistența întregului fir.

Puterea consumată are valoare minimă pentru aceiași tensiune de alimentare cînd rezistența are valoare maximă. Valoarea maximă a rezistenței celor două porțiuni din fir se obține pentru cazul cînd $R_1' = R_2'$ (acest lucru se știe de la gruparea a două rezistoare în paralel).

Deci

$$P_{min} = \frac{U^2}{\frac{R_1' R_2'}{R_1' + R_2'}}$$

Punînd $R_1' = R_2'$ obținem $P = \frac{2U^2}{R_1'}$

deci $R_1' = \frac{2U^2}{P_{min}}$, deci

$$R_1' = \frac{2\cdot 36}{36}\ \Omega = 2\Omega$$

Scanned with OKEN Scanner

Cum $R = R_1' + R_2' = 2R$

$$R = 4\Omega$$

Revenind la relația

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3}{4}\,\Omega$$

ținînd seama că $R_1 + R_2 = 4\Omega$, rezultă că $R_1 \cdot R_2 = 3 \cdot \Omega$

$$R_2 = \frac{3}{R_1}$$

$$R_1 + \frac{3}{R_1} = 4$$

$$R_1^2 - 4R_1 + 3 = 0$$

$$R_1 = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{1} = 2 \pm 1$$

$$R_1 = 2 - 1 = 1\,\Omega$$

O altă metodă de rezolvare a problemei este următoarea:

Se știe că se obține minimul unei funcții egalînd derivata acesteia cu zero.

Dacă scriem $R_1 = X$ și $R_2 = R - X$

se obține pentru P:

$$P = \frac{U^2 R}{X(R-X)}$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{d}{dX}\,\frac{U^2 R}{X(R-X)} = \frac{-U^2 R(R-2X)}{X^2(R-X)^2}$$

egalînd expresia obținută cu zero, se obține

$$R - 2X = 0$$

de unde $X = \frac{R}{2}$

deci puterea are valoare minimă pentru

$$R_1 = \frac{R}{2}$$

$$P_{min} = \frac{U^2 \cdot 2X}{X^2} = \frac{2U^2}{X}$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$X = \frac{2U^2}{P_{min}}; \quad X = \frac{2 \cdot 36}{36} = 2\Omega$$

Cu aceasta $R = 4\Omega$, tocmai rezultatul obținut prin prima metodă pentru R. Determinarea lui R_1 și R_2 nu mai prezintă acum interes.

E.62. O mașină electrostatică, după 100 de rotații încarcă o baterie de condensatoare cu capacitatea $C = 0{,}1\ \mu F$ la tensiunea $U = 2500$ V. Ce curent poate debita mașina dacă turația discului este de 150 rot/min. și ce putere produce?

E.63. O lamă de oțel L vibrează între două contacte A și B. Această lamă se leagă la una din armăturile M ale unui condensator M N (fig. E 63). Contactele comunică cu armătura N, unul dintre ele în mod direct, celălalt prin intermediul unui circuit care conține un galvanometru G (cu rezistența foarte mică) și o baterie E.

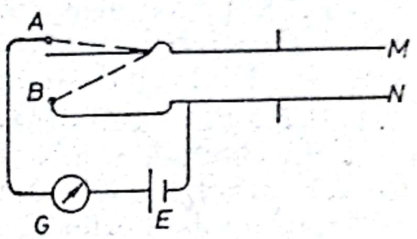


Fig. E.63

Condensatorul se încarcă prin A și se descarcă prin B prin mișcarea oscilatorie a lamei.

Pentru un număr $N = 164$ vibrații complete pe secundă, galvanometrul indică o deviație permanentă $\alpha = 32$ diviziuni. Pe de altă parte, se constată că atunci cînd între A și B se montează un rezistor cu rezistența $R = 100\Omega$ (deconectînd condensatorul) galvanometrul indică o deviație $\alpha' = 25$ diviziuni. Pe baza acestor date să se determine capacitatea condensatorului.

E.64. Un condensator plan se compune din două armături semicirculare, cu raza $R = 10$ cm și distanța între ele $d = 5$ mm. Spațiul dintre armăturile condensatorului este ocupat în întregime de o placă dielectrică cu permitivitatea $\varepsilon_r = 6$. Această placă, de forma unui semicerc și cu dimensiunile egale cu cele ale armăturilor condensatorului, este pusă în mișcare de rotație uniformă în jurul axului ce cade perpendicular pe planul semicercului în centrul său. Durata unei rotații este $T = 0{,}5$ s. În acest fel placa de dielectric iese și intră printre armături.

Condensatorul se conectează la o sursă de tensiune $U = 900$ V. Să se determine limitele între care variază cantitatea de electricitate de pe armături și intensitatea curentului dintre armături.

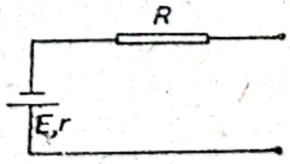


Fig. E.65

E.65. Să se determine tensiunea la bornele circuitului electric reprezentat în fig. E 65.

E.66. Un baston de cărbune se leagă în serie cu unul de fier de aceiași grosime. Ce relație trebuie să existe între lungimile lor pentru ca rezistența acestui sistem să nu varieze cu temperatura?

E.67. O sursă de curent electric are polii legați printr-un fir de oțel cu secțiunea 0,3 mm² și lungimea de 15 m. Sursa are t.e.m. de 3 V și tensiunea la bornele ei este de 2 V. Să se calculeze:

1. Rezistența interioară a sursei;

Scanned with OKEN Scanner

2. Sarcina electrică ce trebuie să treacă prin fir pentru a dezvolta o energie de 1 kJ. Se dă $\rho = 0{,}12 \cdot 10^{-6} \Omega$ m.

E.68. Cînd se intercalează într-un circuit electric un rezistor cu rezistența de 1 Ω un ampermetru înseriat în acest circuit indică scăderea intensității curentului de la 2 A la 1 A. Dacă se înlocuiește acest rezistor cu unul de rezistență necunoscută, ampermetrul indică 0,5 A.

Să se calculeze rezistența necunoscută și t.e.m. a generatorului, considerînd rezistența internă neglijabilă.

E.69. Un acumulator are t.e.m. $E = 12$ V. Legînd la bornele acumulatorului o rezistență $R = 4{,}6$ Ω, se măsoară la borne tensiunea $U = 11{,}5$ V. Să se calculeze curentul debitat de acumulator și rezistența sa interioară.

E.70. La bornele unui acumulator cu t.e.m. $E = 6$ V și rezistență interioară $r = 0{,}2$ Ω este legată o rezistență $R = 3{,}8$ Ω. Să se calculeze curentul debitat, tensiunea la borne și randamentul acumulatorului.

E.71. Curentul de scurtcircuit al unui acumulator (curentul debitat cînd bornele sale sînt unite printr-un conductor de rezistență nulă) are valoarea $I_0 = 30$ A.

Legînd la bornele acumulatorului o rezistență $R = 2$ Ω curentul debitat de acumulator are valoarea $I = 5$ A.

Să se calculeze t.e.m. a acumulatorului și rezistența sa interioară.

E.72. Un acumulator cu t.e.m. $E = 2{,}2$ V și cu rezistența interioară $r = 0{,}15$ Ω trebuie încărcat cu un curent de 2 A. Să se calculeze tensiunea sursei de încărcare.

E.73. Să se calculeze rezistența echivalentă a unui circuit format din două rezistoare cu rezistențele $R_1 = 4$ Ω și $R_2 = 12$ Ω. Conectate: 1°. în serie, 2°. în paralel.

3°. Ce concluzie desprindeți cu privire la valorile rezistențelor celor două grupări în comparație cu valorea fiecărei rezistențe din grupare?.

E.74. Conectînd două rezistoare cu rezistențele R_1 și R_2 în serie, se obține o rezistență echivalentă de 9 Ω. Conectînd aceleași rezistoare în paralel, se obține o rezistență echivalentă de 2 Ω. Să se calculeze R_1 și R_2.

E.75. În circuitul din figura E.75 se cunosc $R_1 = 4$ Ω, $R_1' = 8$ Ω, $R_2 = 6$ Ω, $R_2' = 32$ Ω.

Să se calculeze rezistența echivalentă între punctele A și B: 1°. cînd întreruptorul K este deschis, 2° cînd întrerupătorul K este închis.

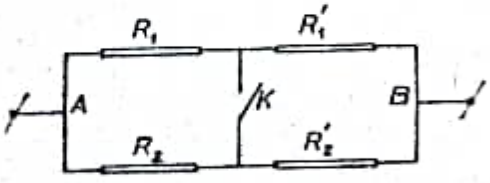


Fig. E.75.

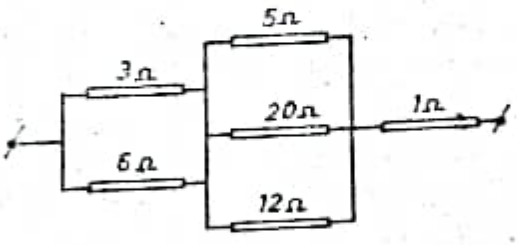


Fig. E.76.

E.76. Să se calculeze rezistența echivalentă a circuitului reprezentat în fig. E.76.

Scanned with OKEN Scanner

E.77. La bornele unui acumulator sînt legate în paralel rezistenţele $R_1 = 4\ \Omega$ şi $R_2 = 6\ \Omega$.

Bateria debitează un curent total $I = 5$ A. Să se calculeze tensiunea la bornele acumulatorului şi curentul în fiecare din cele două rezistenţe.

E.78. 1. Ce puteţi spune despre cîmpul electric într-un conductor străbătut de curent, dacă curentul circulă întotdeauna în lungul conductorului?.

2. Ce valoare are intensitatea cîmpului electric într-un conductor omogen, cu rezistenţă mare, cu lungimea de 10 m, care este conectat la o baterie cu t.e.m. de 30 V.

3. Se va modifica intensitatea cîmpului electric dacă un al doilea conductor, identic cu primul, este conectat în paralel cu conductorul de la punctul 2?.

E.79. Doi conductori A şi B, cu lungimea de 40 m şi cu secţiunea de 0,10 m², sînt legaţi în serie, iar la capete se aplică un potenţial de 60 V. Rezistenţele firelor sînt 40 Ω, respectiv 20 Ω.

Determinaţi:

1°. Rezistivităţile celor două fire;

2°. Mărimea cîmpului electric în fiecare fir;

3°. Diferenţa de potenţial aplicată fiecărui conductor.

E.80. Reprezentaţi mărimea intensităţii cîmpului electric în funcţie de poziţie, în lungul porţiunii AB, pentru cazurile arătate în fig. E.80 (a), (b) şi (c).

Circuitele din (b) şi (c) sînt aceleaşi ca în (a), cu deosebirea că, în (b) AC constă din două sîrme provenite din acelaşi conductor omogen, de aceeaşi lungime, legate în paralel, iar în (c) în punctul C există două plăci mari paralele. T.e.m. a bateriei este aceiaşi în fiecare caz.

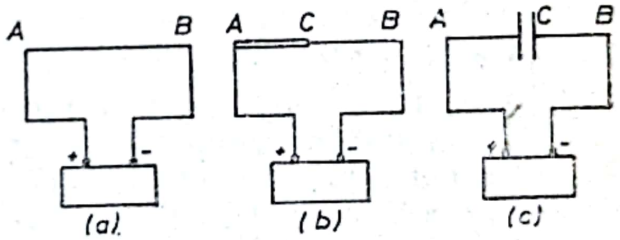


Fig. E.80.(a,b,c)

2. Reprezentaţi diferenţa de potenţial între B şi fiecare punct intermediar, în funcţie de poziţie, în lungul lui AB, pentru cele trei cazuri.

E.81. În ce condiţii diferenţa de potenţial de la bornele unei baterii este mai mare decît t.e.m. a sa?

E.82. Proiectaţi o metodă practică pentru a determina t.e.m. a unei baterii montate într-un circuit oarecare de rezistenţă R_0, de asemenea necunoscută, avînd la dispoziţie un ampermetru şi un rezistor cu rezistenţa cunoscută R.

E.83. Se dă circuitul reprezentat în fig. E.83, la care se cunosc t.e.m. ale surselor $\mathcal{E}_1 = 6$V şi $\mathcal{E}_2 = 4$V. Se cere valoarea U' a tensiunii între punctele a şi b după ce se inversează bornele sursei $\mathcal{E}_2$, pentru cazurile cînd, înainte de inversare, tensiunea U avea valorile:

a) $U = 3$V;

b) $U = -3$V.

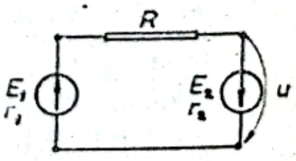


Fig. E.83.

E.84. La o sursă de tensiune constantă $U = 120$ V (tensiunea nu depinde de curentul debitat) sînt legate în serie rezistoarele de rezistențe $AB = X_1$ și $BC = X_2$. Măsurînd tensiunea la bornele acestor rezistoare cu un voltmetru care are rezistența interioară $R = 3000\ \Omega$ se găsesc tensiunile $U_{AB} = U_1 = 40$ V și $U_{BC} = U_2 = 60$V. Să se determine rezistențele X_1 și X_2, ținînd seama de consumul aparatului de măsură folosit.

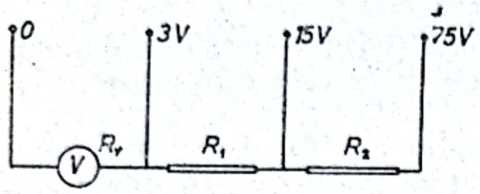


Fig. E.85.

E.85. Un voltmetru de 3V are rezistența interioară $R = 500\Omega$ și o scală cu 500 diviziuni. Pentru a folosi același voltmetru la măsurarea tensiunilor de 15V și 75V, se montează rezistențele suplimentare R_1 și R_2 în serie cu voltmetrul (fig. E.85). Să se calculeze valoarea acestor rezistențe și numărul de volți pentru o diviziune a scalei în acest caz.

E.86. Un ampermetru pentru 5 A are rezistența interioară $r = 0{,}225\Omega$. Să se determine rezistența șuntului care trebuie montată în paralel cu ampermetrul pentru a putea măsura curenți pînă la 50 A.

E.87. Pe un șunt se găsesc indicațiile 20A—0,3V, adică un curent de 20A produce în șunt o cădere de tensiune de 0,3V. Șuntul este montat în paralel cu un ampermetru de 1A, care are o rezistență interioară $r = 0{,}21\Omega$. Să se calculeze curentul maxim care poate fi măsurat cu ampermetrul prevăzut cu șunt.

E.88. Un milivoltmetru de 150 mV are rezistența interioară de 6Ω și scala cu 150 de diviziuni. Ce șunt trebuie montat în paralel cu aparatul pentru a putea măsura curenți pînă la 60A și ce constantă are aparatul în acest caz?. (amperi pe diviziune).

E.89. Un circuit electric conține un rezistor AB cu rezistența de 1000Ω și un generator cu t.e.m. 100V și rezistența internă neglijabilă. Fie un punct M al rezisterului AB, astfel ca rezistența cuprinsă întreA și M să fie 100Ω.

1. Să se calculeze intensitatea curentului debitat de generator și diferențele de potențial U_1 între A și M și U_2 între M și B.

2. Un voltmetru cu rezistența $R_V = 2500\Omega$ este montat succesiv între A și M și apoi între M și B.

a) Să se arate ce este un voltmetru, cum este gradat și cum se utilizează ;

b) Care este indicația sa U cînd îl montăm între A și M.

c) Care este indicația sa U' cînd îl montăm între M și B?.

3. Ce părere aveți depre voltmetrul utilizat? Convine el în ambele utilizări? Care este condiția esențială pentru utilizarea unui voltmetru?

E.90. Două voltmetre, cu rezistențele interioare $R = 6000\Omega$ și $R_2 = 4000\Omega$ sînt legate în serie. În derivație cu ele se leagă un rezistor cu $R_3 = 10.000\Omega$.

La bornele acestui circuit se aplică o tensiune $U = 180$V (fig. E.90).

Scanned with OKEN Scanner

1. Ce vor indica voltmetrele dacă întrerupătorul K este deschis?

2. Ce vor indica voltmetrele dacă întrerupătorul K se închide pe cursorul aflat în mijlocul rezistorului R_3?

3. Cursorul se deplasează până când indicațiile celor două voltmetre devin egale. Care sînt în acest moment rezistențele R_3' și R_3'' în care este împărțit de cursor rezistorul R_3.

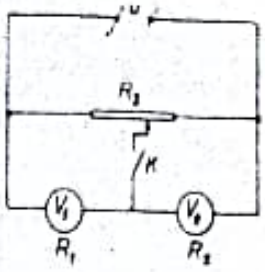


Fig. E.90.

E.91. Pentru măsurarea unei rezistențe R s-a folosit un ampermetru cu rezistența interioară $r_A = 0{,}2\Omega$ și un voltmetreu cu rezistența interioară $r_V = 2750\Omega$.

1. Să se determine rezistența R, știind că ampermetrul indică $i = 0{,}57$A, iar voltmetrul indică $U = 55$V (fig. E.91.a). Rezistența internă a bateriei și rezistența firelor de legătură se neglijează.

2. Care vor fi indicațiile instrumentelor în cazul montajului din fig. E.91.b?

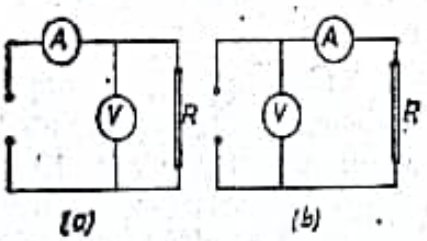


Fig. E.91.

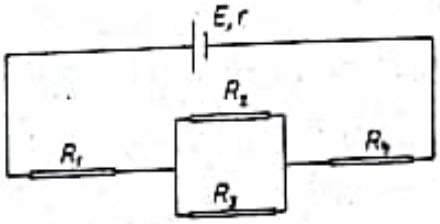


Fig. E.92.

E.92. O baterie de acumulatori cu t.e.m. $E = 120$V și cu rezistența internă $r = 0{,}8\Omega$, alimentează rezistențele $R_1 = 4{,}7\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 80\Omega$ și $R_4 = 2{,}5\ \Omega$. Conform schemei din fig. E.92. Să se calculeze curenții prin fiecare rezistență și să se verifice bilanțul tensiunilor.

E.93. În circuitul reprezentat în fig. E.93 se cunosc: $U_1 = 30$V; $U_4 = 60$ V, $r = 1\Omega$, $R_1 = 2\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 60\Omega$ și $R_5 = 40\Omega$. Să se calculeze t.e.m. a bateriei, tensiunea la bornele circuitului și R_2.

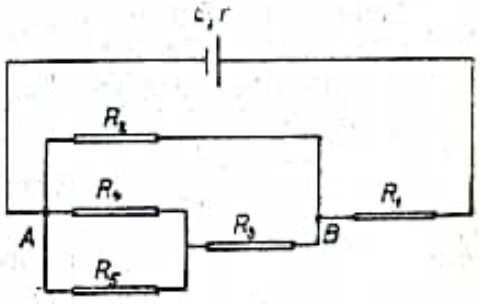


Fig. E.93.

E.94. Un receptor cu o rezistență electrică $R = 50\Omega$ trebuie alimentat de la o rețea cu tensiunea $U = 220$ V, situată la o distanță $L = 45$ m de receptor. Valoarea maximă admisă pentru căderea de tensiune este de 3%. Care este diametrul minim al conductorului utilizat dacă el se confecționează din cupru?.

E.95. Să se scrie relațiile dintre tensiunea U și t.e.m. E, intensitatea curentului electric și rezistența r, ale unei surse, pentru sensurile de referință indicate în fig. E.95.

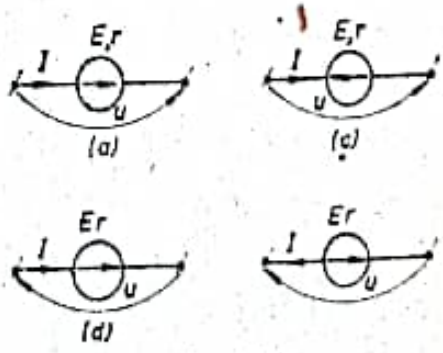


Fig. E.95.

E.96. Să se calculeze intensităţile curenţilor şi tensiunile la bornele elementelor care formează circuitele date în fig. E.96. Se consideră cunoscute: U, rezistenţele şi tensiunile electromotoare ale elementelor.

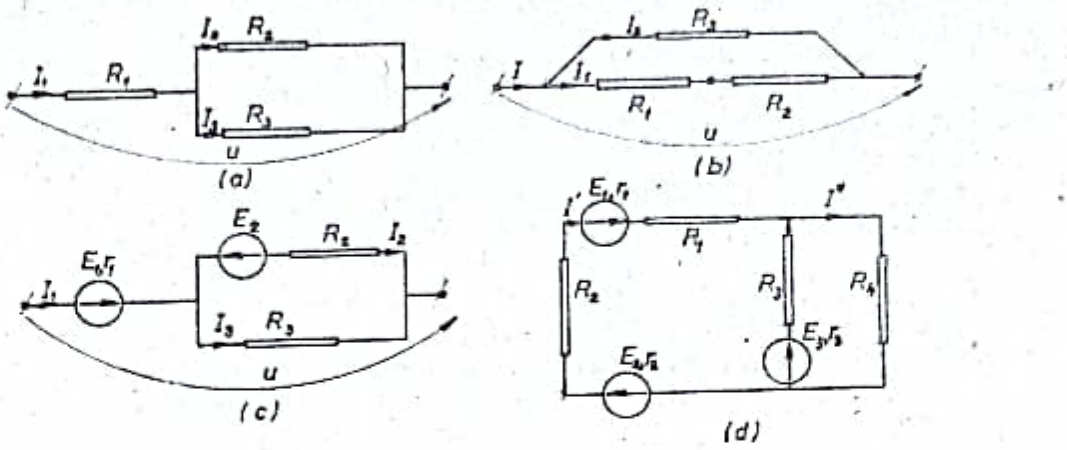


Fig. E.96.

E.97. O baterie de n elemente identice legate în serie, având t.e.m. $E = ne = 60\text{V}$ debitează într-un rezistor curentul $I_1 = 1{,}5\text{A}$. Dacă se scurtcircuitează din elemente, curentul scade la valoarea $I_2 = 1\text{A}$. Înlocuind rezistorul cu un condensator plan format din două armături de arie $S = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$, depărtate una de cealaltă la distanţa $d = 2{,}95 \cdot 10^{-2}\text{m}$, între armături aflându-se o lamă dielectrică de grosime d, dar de arie $\frac{1}{2}\ S$, condensatorul se încarcă cu o sarcină $q = 180 \cdot 10^{-9}\text{C}$. Se cere să se calculeze:

1. rezistenţa R a rezistorului;
2. numărul total n al elementelor, ştiind că fiecare element are rezistenţa interioară $r = 0{,}5\Omega$;
3. capacitatea condensatorului;
4. permitivitatea relativă a lamei dielectrice.

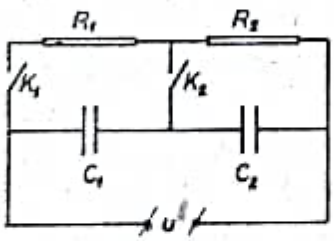


Fig. E.98.

E.98. Se consideră schema din fig. E.98 cu rezistenţele şi capacităţile cunoscute. Tensiunea U se menţine constantă. Să se determine tensiunea între armăturile condensatoarelor în cazurile:

1. întrerupătoarele K_1 şi K_2 închise;
2. întrerupătorul K_1 închis, K_2 deschis;
3. întrerupătorul K_1 deschis, K_2 închis;
4. ambele întrerupătoare deschise.

E.99. Două surse identice de curent continuu, legate în paralel, sînt realizate, fiecare, din cîte 5 baterii identice, legate în serie. Fiecare baterie are t.e.m. de 25 V şi rezistenţa interioară $r = 1\Omega$. Circuitul exterior este format din: 3 becuri legate în paralel, unul având 2Ω iar celelalte cîte 4Ω, un reostat cu rezistenţa de 3Ω, două reşouri legate în paralel, având unul 10Ω şi celălalt 15Ω. Cele trei grupe de consumatoare fiind legate în serie, să se calculeze:

1. rezistența totală a circuitului exterior;
2. tensiunea la bornele sursei;
3. intensitatea curentului în fiecare consumator;
4. căldura degajată de reșou într-o oră;
5. randamentul electric al circuitului.

E.100. La bornele unei baterii cu t.e.m. $E = 24V$ și rezistența interioară $r = 0{,}5\Omega$ se leagă o rezistență $R = 1{,}9\Omega$, în serie cu un montaj paralel de două becuri, primul bec consumînd o putere $P_1 = 24W$ iar celălalt o putere $P_2 = 36W$. Să se calculeze:

1. intensitatea curentului debitat de baterie și rezistența echivalentă a celor două becuri;
2. tensiunea la bornele becurilor;
3. intensitățile curenților prin cele două becuri și rezistența fiecărui bec;
4. ce rezistență R_x ar trebui conectată în paralel cu rezistența R ca puterea totală consumată de becuri să crească la 85,4 W.

E.101. Un rezistor R este conectat în circuitul reprezentat în fig. E.101. Rezistoarele R_1 și R_2 au rezistențele $R_1 = 2{,}5\ \Omega$ și $R_2 = 7{,}5\Omega$ iar ampermetrul A are rezistența internă $R_A = 1\Omega$. Curentul măsurat de ampermetrul A are valoarea $I_1 = 1A$, cînd comutatorul K este deschis, respectiv, valoarea $I_1 = 0{,}8A$, cînd comutatorul K este închis. Rezistorul R este construit din fir de nichelină de diametru $d = 1$ mm. Rezistivitatea nichelinei este $\rho = 0{,}42\ 10^{-6}\ \Omega m$. Se cere să se calculeze:

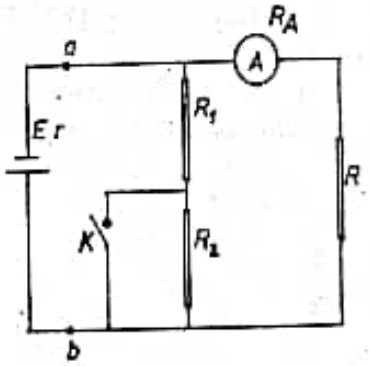


Fig. E.101.

1. Lungimea firului de nichelină din care este construit rezistorul R, știind că în cazul cînd comutatorul K este deschis, energia ce se dezvoltă în rezistorul R, în timp de 10 minute este 1,5 Wh;
2. Rezistența echivalentă a circuitului format din rezistoarele R_1, R_2, R și R_A, între punctele a și b, comutatorul K fiind deschis;
3. Tensiunea electromotoare E și rezistența internă r, ale bateriei. Se neglijează rezistența firelor de legătură.

E.102. Două elemente galvanice cu t.e.m. $E_1 = E_2$, și rezistența interioară $r = 4\Omega$ fiecare, alimentează o rețea electrică (fig. E.102) formată din rezistoarele $R_1 = 3\Omega$, R_2 și $R_3 = 2\Omega$. Cunoscînd că intensitatea curentului care străbate rezistorul R_3 este $I = 1A$ și tensiunea la bornele rezistorului R_1 este $U_1 = 2V$, să se determine:

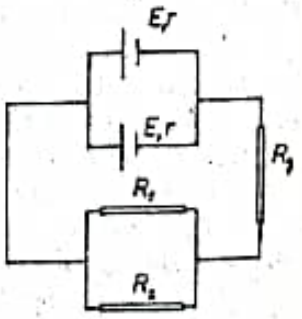


Fig. E.102.

1. Rezistența rezistorului R_2, grupat în paralel cu R_1;
2. Căderea de tensiune pe rezistorul R_3;
3. Tensiunea la bornele bateriei și tensiunea electromotoare a unui element;
4. Randamentul circuitului.

Scanned with OKEN Scanner

E.103. Pentru circuitul din fig. E.103 să se calculeze intensitatea curentului și să se construiască diagrama potențialelor, cu datele următoare: $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $r_1 = r_2 = 1\Omega$, $E_1 = 18V$, $E_2 = 46V$.

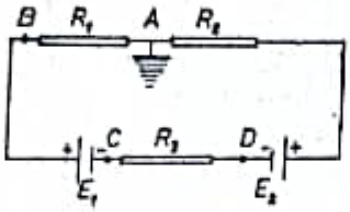


Fig. E.103.

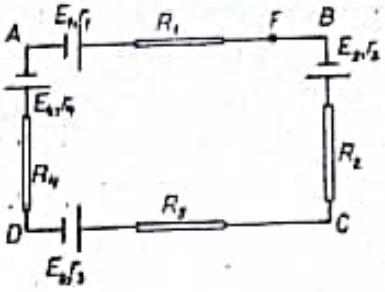


Fig. E 104.

E.104. Pentru circuitul reprezentat în fig. E.104, să se determine intensitatea curentului și tensiunile între punctele A și B, C și B, A și C, B și D, A și F, F și B. Se dau $r_1 = 0{,}5\Omega$, $r_2 = 1\Omega$, $r_3 = 0{,}2\Omega$, $r_4 = 0{,}3\Omega$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 9\Omega$. Problema va fi rezolvată în ipotezele:

a) $E_1 = 150V$, $E_2 = 100V$, $E_3 = 50V$, $E_4 = 80V$;
b) $E_1 = 24V$, $E_2 = 12V$, $E_3 = 6V$, $E_4 = 30V$.

E.105. În fig. E.105 (a) este reprezentat curentul printr-un conductor metalic în funcție de diferența de potențial aplicată. În fig. E.105 (b) este reprezentat curentul electric printr-un tub vidat în funcție de diferența de potențial aplicată.

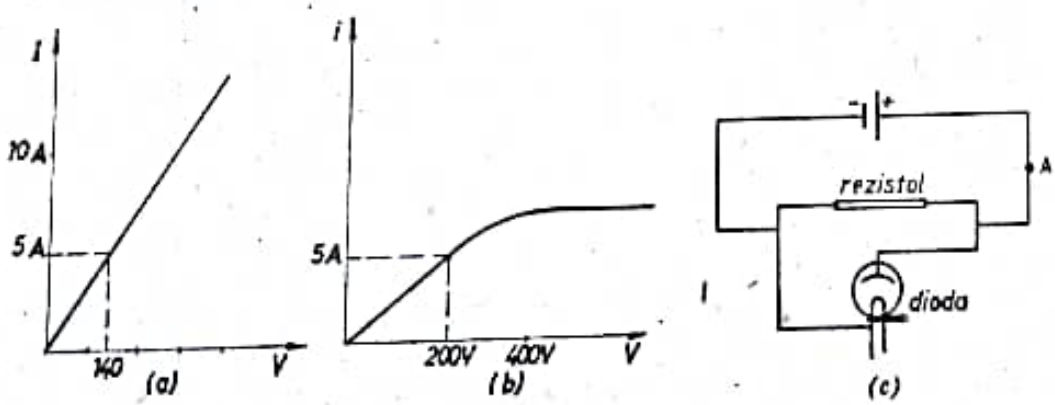


Fig. E.105.

1°. Dacă un curent de $5 \cdot 10^{-3}$A trece prin ambele elemente de circuit legate în serie, care este diferența de potențial la capetele rezistorului? Care este diferența de potențial între electrozii tubului?.

2°. Dacă tubul și rezistorul sînt conectate în paralel ca în fig. E.105 (c), iar diferența de potențial la capetele lor este de 100V, care este curentul prin fiecare element de circuit?

3°. Care este curentul total care trece prin punctul A de pe figură?

4°. Cît este rezistența rezistorului?

5°. Vrem să înlocuim acest grup de elemente de circuit printr-un element de circuit echivalent, care să se comporte în același mod cu ansamblul elementelor legate în paralel. Ce condiție trebuie să îndeplinească acest element?

Scanned with OKEN Scanner

6. Aceiași întrebare de la punctul 4 se pune pentru cazul în care cele două elemente sînt grupate în serie.

E.106. În fig. E.106 fie $\mathcal{E} = 2\text{V}$ și $r = 100\Omega$.

1. Reprezentați: a) curentul și b) diferența de potențial la capetele lui R, în funcție de R, pentru intervalul $0-500\Omega$. Faceți ambele reprezentări pe același grafic; c) faceți o a treia reprezentare cu produsul celor două curbe, pentru fiecare valoare a lui R. Care este semnificația fizică a acestor reprezentări?

2. Arătați că pentru circuitul de mai sus, puterea disipată în R sub formă de căldură joule este maximă cînd $R = r$ (r fiind rezistența internă a bateriei).

3. Arătați că puterea maximă este $P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{4r}$.

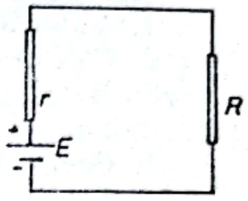


Fig. E.106.

E.107. Un bec de 25 W luminează normal cînd este legat la o baterie de acumulatoare. Un bec de 500 W, 110V legat la aceiași baterie luminează slab. De ce?

E.108. În circuitul exterior al unui acumulator de 6V se stabilește un curent de 5A timp de 60 minute. Cu cît se micșorează energia chimică a acumulatorului?.

E.109. Un motor absoarbe puterea $P = 4\text{kW}$ avînd tensiunea la borne $U = 120\text{V}$. Motorul este alimentat de la uzină prin doi conductori $\left(\rho = \dfrac{1}{54}\dfrac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}\right)$ cu lungimea $l = 170$ m fiecare. Să se determine secțiunea conductorilor, astfel încît căderea de tensiune din conductor să fie 5 % din tensiunea U.

E.110. Printr-o linie formată din doi conductori de cupru $\left(\gamma = 54 \cdot 10^4 \dfrac{1}{\Omega\text{cm}}\right)$ cu secțiunea $S = 150\ \text{mm}^2$ și cu lungimea $l = 10$ km, trebuie alimentați mai mulți receptori cu puterea totală $P = 4500$ kW. Randamentul transportului este $\eta = 90\,\%$. Cu ce tensiune trebuie alimentată linia la uzină?

E.111. O uzină electrică furnizează o putere de 4000 kW, pentru o linie de transport, unui consumator industrial. Pe linia de transport are loc o pierdere de putere, astfel că acest consumator poate utiliza o putere de numai 3200 kW. Linia de transport este utilizată 8 ore pe zi.

1. Să se determine randamentul liniei de transport;

2. Ce cantitate de apă, cu temperatura 32°C, poate fi vaporizată în fiecare zi de energia disipată prin efectul Joule în linia de transport? Căldura latentă de vaporizare a apei la 100°C este $2{,}25\ \dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

3. Care este intensitatea curentului în linia de transport dacă rezistența ohmică a liniei este 2 kΩ.

E.112. O baterie cu t.e.m. de 20V, cu rezistența interioară neglijabilă, debitează un curent de 2A într-un circuit format din două rezis-

toare legate în serie. Unul din rezistoare este introdus într-un vas calorimetric umplut pînă la refuz cu petrol, masa petrolului fiind de 0,8 kg. Lăsînd să treacă curentul timp de 5 minute, petrolul s-a încălzit cu 3°C și s-au scurs din vas 3 cm³ de petrol. Tensiunea la bornele rezistorului din vas este de 10V. Din căldura dezvoltată în rezistorul din calorimetru, 80% este preluată de petrol, iar restul de vasul calorimetric (fără alte pierderi de căldură).

Să se determine:

1. Valorile rezistoarelor celor două rezistențe;
2. Căldura specifică a petrolului;
3. Randamentul total cu care lucrează bateria pentru încălzirea petrolului;
4. Coeficientul de dilatație aparentă a petrolului, știind că densitatea lui este de 800 $\frac{kg}{m^3}$;
5. Capacitatea calorică și echivalentul în apă al calorimetrului.

E.113. Șase becuri de 12V și 5W sînt legate în serie și trebuie să fie alimentate de la o rețea de curent continuu de 220V. Să se determine:

1. Intensitatea curentului pentru care a fost construit becul;
2. Valoarea rezistenței adiționale ce trebuie montată în serie cu cele 6 becuri pentru ca sistemul să poată fi alimentat la 220V;
3. Valoarea unei rezistențe adiționale legată în serie cu grupul de becuri montate în paralel, pentru ca sistemul să poată fi alimentat la 220V;
4. Puterea electrică consumată în rezistența adițională în cazul punctului 3.

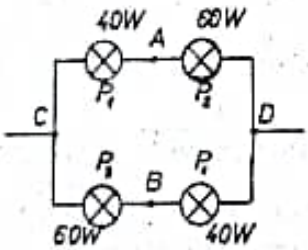


Fig. E.114.

E.114. La o sursă cu tensiunea 220V se conectează patru becuri cu tensiunea nominală de 110 V fiecare (fig E. 114). Să se determine:

1. Intensitatea curentului total absorbit de becuri;
2. Tensiunea între punctele A și B ale circuitului.

E.115. Două becuri ce funcționează normal la 110V au puterile de 40W, respectiv 110W.

1. Să se calculeze rezistențele lor și curenții care le străbat;
2. Se montează cele două becuri în serie și se alimentează ansamblul sub o tensiune de 220V.

Întrucît, în aceste condiții, becurile nu funcționează normal, se așează în derivație cu unul din ele un rezistor (șunt). Care trebuie să fie becul șuntat și care trebuie să fie valoarea rezistenței acestui rezistor pentru a realiza funcționarea normală?

3. Dacă tensiunea de care dispunem este 250V, ce rezistențe auxiliare ar trebui montate pentru a realiza funcționarea normală? Să se calculeze în acest caz randamentul montajului.

E.116. Pentru a măsura rezistența r a unui fir AB din crom-nichel (pentru un încălzitor electric), cu lungimea de 5 m și cu diametrul de 0,3 mm

Scanned with OKEN Scanner

se utilizează puntea Wheatstone din fig. E.116. Cînd condiţiile indicate pe figură sînt îndeplinite, curentul electric prin galvanometru este zero. Să se determine:

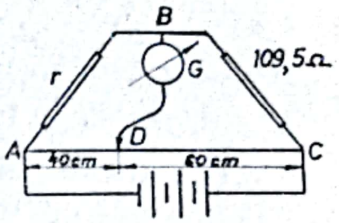


Fig. E.116.

1. Rezistenţa firului pe unitatea de lungime;

2. Rezistivitatea materialului din care este alcătuit firul;

3. Lungimea firului pentru a construi o rezistenţă care, avînd între capete o tensiune continuă de 220V şi scufundată într-un litru de apă, să se ridice temperatura apei de la 15°C la 65°C în 5 minute.

E.117. O baterie de acumulatoare formată din $n_1 = 6$ elemente este legată la bornele unui receptor avînd rezistenţa R; tot la bornele acestui receptor se leagă o derivaţie care comportă o baterie formată din $n_2 = 5$ elemente conectat în serie cu un reostat a cărui rezistenţă r poate fi variată între 0 şi 100Ω.

Fiecare element al bateriilor are tensiunea $E = 2$V şi rezistenţa internă $r_1 = 0{,}2\ \Omega$.

1. Să se calculeze rezistenţa R pentru care curentul debitat de prima baterie este independent de rezistenţa r a rezistorului;

2. Să se reprezinte grafic curenţii debitaţi de fiecare baterie, în funcţie de rezistenţa r a rezistorului pentru cazul $R = 2\Omega$;

3. Să se calculeze în cazul $r = 0$ valoarea R_1 a rezistenţei R pentru care puterea electrică dezvoltată în această rezistenţă este maximă;

4. La începutul funcţionării, temperatura rezistenţei R este 0°C. După cît timp de funcţionare, valoarea acestei rezistenţe devine $1{,}2\ R$; la ce temperatură se află rezistenţa, ştiind că valoarea coeficientului termic este $= 0{,}004\ \text{grd}^{-1}$.

E.118. La bornele unei baterii avînd t.e.m. $E = 220$ V şi rezistenţa interioară $r = 1{,}1\ \Omega$ este conectat ansamblul de rezistoare R_1, R_2, R_3 şi R, ca în figură.

Rezistenţa circuitului conectat la bornele a şi b ale bateriei este egală cu R. Puterea în rezistorul R este $P = 27{,}5$W

Să se determine:

1. Valoarea rezistenţei R, ştiind că puterea dată de baterie în exterior este maximă;

2. Intensitatea curenţilor din rezistenţele R_1, R_2, R_3 şi R;

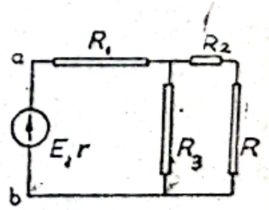


Fig. E.118.

3. Rezistenţele R_1 şi R_2 în funcţie de rezistenţa R_3 şi domeniul în care poate fi cuprinsă valoarea rezistenţei R_3;

4. Lungimea şi aria secţiunii conductorului rezistorului R, ştiind că în intervalul de timp $t = 10$ s, rezistenţa R creşte cu 0,5% (puterea P rămînînd constantă, pierderile de căldură spre exterior fiind neglijabile, iar temperatura rezistorului la începutul încălzirii fiind de 0°C).

E.119. Printr-o soluţie de sulfat de cupru, trece timp de 3 ore, un curent constant de 10 A. Ce cantitate de cupru s-a depus în acest timp pe catod? (echivalentul electrochimic al cuprului este $K_{Cu} = 0{,}33$ mg/C).

Scanned with OKEN Scanner

E.120. O instalație de galvanoplastie se compune din patru băi legate în paralel, fiecare avînd o rezistență $r = 0{,}8\Omega$. Rezistența exterioară a circuitului de alimentare a băilor este $R = 0{,}05\Omega$. În timp de o oră se depun 150 g cupru ($K_{Cu} = 0{,}33$ mg/C). Să se calculeze puterea generatorului care alimentează instalația și randamentul instalației.

E.121. Într-o baie de argintare se depun electrolitic 50,3 g argint în 2 ore și 30 de minute ($K_{Ag} = 1{,}118$ mg/C). Baia are o rezistență de $0{,}8\Omega$. Să se determine tensiunea la bornele băii.

E.122. Într-o instalație de argintare se folosesc 25 de băi legate în serie, sub tensiunea totală de 120 V. În fiecare baie se argintează o suprafață de 5 dm^2; densitatea curentului este de 0,8 A/dm^2. Să se calculeze; cantitatea de argint depusă în 10 ore și energia consumată în acest timp.

($K_{Ag} = = 1{,}118$ mg/C).

E.123. 1. Să se verifice valoarea echivalentului electrochimic al argintului de 1,118 mg/C știind că numărul lui Faraday este 96 500 C/mol și chivalentul chimic al argintului de 107,9 g/mol. Avînd în vedere datele de mai sus, să se afle:

2. Masa de argint depusă de un curent de 0,1 A în 10 minute;

3. Timpul de electroliză pentru a obține pe ambele fețe ale unui disc de alamă cu diametrul de 4 cm și cu grosimea neglijabilă, un strat de argint cu grosimea de 0,1 mm (densitatea argintului ($\rho_{Ag} = 10{,}5$ g/cm^3).

E.124. Un circuit electric este compus dintr-o baterie de acumulatoare cu t.e.m. $E = 12$ V și rezistența interioară, de $0{,}1\Omega$, un rezistor cu rezistența $R = 3\Omega$ și un voltametru cu rezistența internă de 0,9 Ω. Să se determine:

1. Tensiunea la bornele voltametrului;

2. Volumul ocupat de hidrogenul degajat timp de 15 minute la presiunea $p = 760$ torr și la temperatura de 20°C. Se dau: tensiunea contraelectromotoare a voltametrului $E_c = 2$ V, masa atomică relativă a hidrogenului $A = 1$ și $R = 8{,}31$ J/K·mol.

E.125. O baterie de t.e.m. $E = 125$ V și de rezistență interioară $r = 10$ Ω este formată din $n = 25$ acumulatoare identice legate în serie. Bateria este introdusă într-un circuit al cărui receptor este format dintr-un încălzitor electric și un voltametru, legate în paralel. Tensiunea la bornele voltametrului este $U = 80$ V, rezistența voltametrului este $R_v = 160$ Ω și puterea încălzitorului este $P_1 = 100$ W. Să se calculeze:

1. Tensiunea electromotoare și rezistența interioară a unui acumulator.

2. Intensitățile curenților din circuit și rezistența liniei ce leagă sursa de receptor;

3. În cît timp încălzitorul aduce la temperatura de 50°C un amestec format din $m' = 0{,}2$ kg apă și $m'' = 0{,}1$ kg gheață, aflat la 0°C, presupunînd că nu există pierderi de căldură?;

4. Ce masă de cupru se depune pe catodul voltametrului în timp de 30 de minute?.

Se dau: căldura specifică a apei $C = 4180$ J/kg·grad, căldura latentă specifică de topire a gheții $\lambda = 334$ kJ/kg, echivalentul electrochimic al cuprului $K_{Cu} = 3{,}2 \cdot 10^{-7}$ kg/A.S.

E.126. Într-un circuit alimentat de o baterie de acumulatori sînt legate în serie: un voltametru cu soluție de acid sulfuric în apă, o rezis-

Scanned with OKEN Scanner

tență R_1 cufundată în ulei și un cadru cu trei șiruri de lămpi electrice. Cele trei șiruri de lămpi sînt legate în paralel și fiecare șir cuprinde 10 lămpi în serie, puterea consumată de o lampă 12 waţi la tensiunea de 8 volți. Fiecare din cele 60 elemente ale bateriei are t.e.m. $E_1 = 2{,}2$ volți și rezistența interioară $r = 0{,}03$ ohmi; iar tensiunea la bornele voltametrului $U_0 = 27$ volți.

Să se calculeze:

1. Masa m a oxigenului rezultat prin electroliză, dacă acesta este captat într-un balon cu volumul $V = 250$ cm³ la presiunea $p = 8.$ N/cm² și temperatura $\theta = 100°$C.

Se dau: $R = 8{,}317$ J/mol·K, masa moleculară a hidrogenului $= 32$ grame/mol;

2. Intensitatea curentului prin baterie;

3. În cît timp t se depun cele m grame de oxigen, știind că oxigenul este bivalent, numărul lui Avogadro $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulombi;

4. Tensiunea U la bornele bateriei;

5. Creșterea temperaturii $\Delta\theta$ a celor $m'' = 500$ grame ulei în timpul t de depunere a masei de oxigen. Uleiul are căldura specifică $C' = 0{,}8$ cal/g · grd.

E.127. Se dă schema tip punte din fig. E.127, în care sînt cunoscute: rezistența $R_1 = 2$ ohmi, rezistența din vasul calorimetric $R_2 = 4$ ohmi; rezistența $R_3 = 2$ ohmi.

Se consideră că puntea se află în echilibru, galvanometrul G nu indică trecerea curentului.

1. Să se calculeze rezistența R_4 a băii electrolitice;

2. Considerînd că în baia electrolitică se află sulfat de nichel, cu echivalentul electrochimic $K = 0{,}30$ mg/C, să se calculeze intensitatea I_1 a curentului care o străbate, cunoscînd că la catod se depun $m = 2{,}7$ g de nichel în timpul $t = 30$min.

3. În vasul calorimetric se află apă cu temperatura inițială $\theta_0 = 10°$C care ajunge la fierbere în timpul de mai sus. Știind că în căldura degajată de rezistența R_2 apa reține 60%, iar 20% se pierde, să se calculeze capacitatea calorică a vasului calormetric cu accesoriile sale;

4. Să se calculeze cît la sută din masa de aer conținută inițial în vasul calorimetric iese din acesta prin orificiile capacului în timpul încălzirii apei pînă la fierbere.

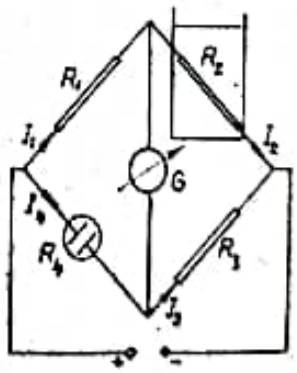


Fig. E.127.

E.128. La bornele unei baterii de acumulatoare, cu t.e.m. $E = 24$ V și rezistența interioară $r = 0{,}5$ ohmi, este conectat un voltametru, avînd rezistența $R_1 = 2$ ohmi, în serie cu o rezistență $R_2 = 3{,}5$ ohmi. În voltametru se găsește o soluție de azotat de argint. Pentru a măsura tensiunea la bornele voltametrului și curentul prin circuit, se folosesc două aparate de măsură identice; unul este utilizat ca ampermetru, iar celălalt ca voltmetru. Aparatele de măsură au fiecare rezistența $r_0 = 9{,}8$ ohmi și permit trecerea unui curent cu o intensitate maximă $i_0 = 0{,}1$ A. Se cere:

1. Să se determine rezistența r_s a șuntului cu care trebuie prevăzut aparatul folosit ca ampermetru în vederea măsurării unor curenți pînăla 5A;

Scanned with OKEN Scanner

2. Să se determine rezistența adițională r_a care trebuie legată în serie cu aparatul folosit ca voltmetru în vederea măsurării unor tensiuni pînă la 30 V;

3. Să se construiască schema electrică a circuitului în care să fie cuprinse atît aparatele de măsură, cît și rezistențele determinate la punctele 1 și 2. Să se determine curentul debitat de bateria de acumulatoare;

4. Să se determine cantitatea de argint depusă la catodul voltametrului în timpul $t = 2$ ore.

III. ELECTROMAGNETISM

E.129. Două conductoare paralele, aflate în plan orizontal la 5 cm unul de altul, sînt parcurse în sens contrar de curenți cu intensități egale cu 500 A fiecare. Se cere:

1. Valoarea inducției magnetice într-un punct C, aflat la 5 cm de fiecare conductor;

2. Valoarea forței electromagnetice pe unitatea de lungime, care acționează asupra unui conductor parcurs de 400 A, care trece prin punctul C și este paralel cu ceilalți doi;

3. Sensurile celor trei curenți și masa unității de lungime a conductorului ce trece prin C, pentru ca el fiind lăsat liber în cîmpul magnetic produs de curenți, să stea în echilibru;

4. Ce devine soluția de la punctul 2 dacă întregul sistem format din cei trei conductori parcurși de curenți este plasat într-un cîmp magnetic exterior, uniform, avînd inducția magnetică $B_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ T și paralelă cu planul primilor doi conductori?

REZOLVARE

1. După cum se știe, inducția magnetică este o mărime locală de stare ce caracterizează cîmpul magnetic în fiecare punct al său, similară cu intensitatea cîmpului electric. Inducția magnetică este o mărime vectorială avînd direcția situată într-un plan perpendicular pe conductori și tangent la linia de cîmp magnetic în punctul considerat. Expresia care permite calcularea inducției magnetice într-un punct al cîmpului depinde, în cazul cîmpurilor magnetice create de curenți ce străbat diferiți conductori, de forma conductorului, de prezența în apropierea acestuia a altor conductori străbătuți de asemenea de curenți electrici.

În cazul de față conductorii sînt liniari, iar pentru calcularea inducției magnetice în apropierea unui astfel de conductor, infinit de lung, se aplică relația $B = \dfrac{\mu I}{2\pi r}$.

Avînd în vedere că punctul în care se cere să determinăm inducția magnetică este situat, conform datelor problemei, în cîmpurile create de cei doi curenți, ținînd seama de faptul că inducția magnetică este o mărime vectorială, aplicăm metoda superpoziției (învățată la determinarea intensității cîmpului electric). Considerăm, deci, conductorii perpendiculari pe planul foii. În acest caz, punctul C este situat în planul foii, în vîrful triunghiului echilateral format din punctul C cu punctele în care conductorii înțeapă planul. Inducțiile magnetice $\vec{B}_{1C}$ și $\vec{B}_{2C}$, ale cîmpurilor create de I_1, respectiv I_2, fiind tangente la liniile de cîmp, vor fi situate în planul

ACB, perpendiculare pe $||AC||$, respectiv $||BC||$ și cu sensurile din a figura E.R129(a), determinate cu ajutorul regulii burghiului. Pentru a calcula inducția magnetică în punctul C, „$\vec{B}_c$", se aplică regula paralelogramului.

Deoarece $I_1 = I_2$, $||AC|| = ||CB||$, iar triunghiurile CDE și CFE sînt triunghiuri echilaterale, rezultă că $|\vec{B}_c| = |\vec{B}_{2C}| = |\vec{B}_{1C}| = \frac{\mu I}{2\pi a}$. Vectorul B_c are direcția bisectoarei CC', în acest caz.

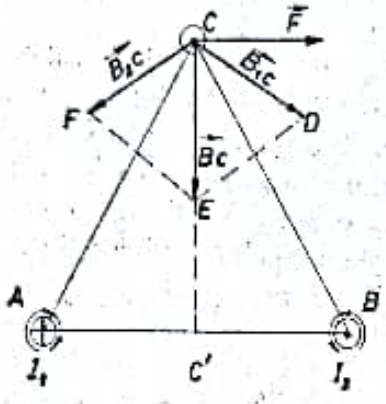


Fig. E.R. 129. (a)

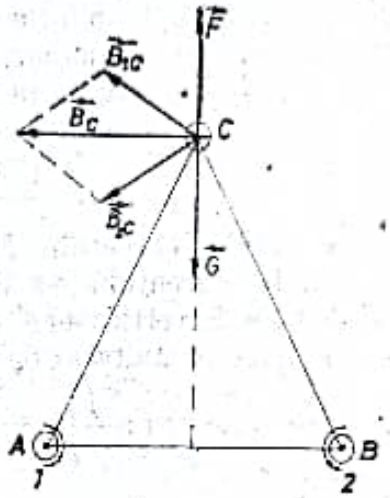


Fig. E.R. 129. (b)

Deci $B_c = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-3}$T.

2. Dacă în punctul C se introduce un al treilea conductor străbătut de curentul $I_3 = 400$ A, paralel cu ceilalți doi conductori, forța electromagnetică ce acționează asupra lui se calculează conform relației: $\vec{F} = I_3(\vec{l} \times \vec{B}_c)$. Cum $\vec{B}_c \perp \vec{l}$, rezultă $F = I_3 l B_c$.

Deci $\frac{F}{l} = I_3 B_c$; $\frac{F}{l} = 400 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m} = 0{,}8 \frac{N}{m}$

3° Conductorul ce trece prin punctul C este acționat atît de forța electromagnetică cît și de forța gravitațională. Pentru a rămîne în echilibru este necesar ca $\vec{F} = -\vec{G}$ $\left(\text{sau } \frac{\vec{F}}{l} = -\frac{\vec{G}}{l}\right)$.

Cum forța gravitațională are totdeauna direcția verticală și sensul orientat spre Pămînt, va trebui să modificăm direcția și sensul forței electromagnetice, încît, aceasta să acționeze, de asemenea, pe verticală, dar în sens contrar greutății. Cum știm că cei trei vectori, $\vec{F}$, $\vec{B}$ și $\vec{l}$ sînt perpendiculari între ei, iar forța $\vec{F}$ trebuie să fie situată în planul ACB, pe direcția verticală, rezultă că vectorul $\vec{B}_c$ trebuie să fie perpendicular pe planul determinat de $\vec{F}$ și $\vec{l}$, deci, va fi orientat pe orizontală (vezi fig. ER 129 (b)), în așa fel, încît, sensurile vectorilor $\vec{F}$, $\vec{B}_c$, și $\vec{l}$ să respecte regula burghiului (regula mîinii stîngi pentru determinarea sensului forței electromagnetice).

Pentru ca $\vec{B}_c$ să aibă direcția și sensul din fig. ER 129 (b) este suficient să modificăm sensul curentului I_1. Deci curenții I_1 și I_2 vor avea același sens, iar I_3 sens contrar.

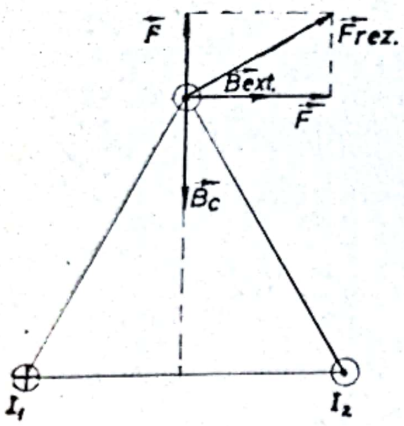


Fig. E.R.129.(c)

Punctul C putea fi luat și sub planul determinat de conductorii din A și B. În acest caz, forța electromagnetică își va menține aceiași orientare, ceea ce impune ca și B_C să aibe același modul și orientare.

Pentru aceasta, curenții I_1 și I_2 vor avea același sens cu curentul I_3.

4. În cazul în care cele trei conductoare sînt plasate într-un cîmp magnetic exterior, uniform și paralel cu planul celor două conductoare, asupra conductorului din C, în afară de forța $\vec{F}$ va mai acționa o forță $\vec{F}'$ determinată de $\vec{B}_{ext}$.

Dacă $\vec{B}_{ext}$ este orientat paralel cu I_3, $\vec{F}' = 0$. În cazul în care $\vec{B}_{ext}$ formează un unghi oarecare α cu direcția curentului I_3, doar componenta lui $\vec{B}_{ext}$ perpendiculară pe direcția curentului va determina forța $\vec{F}' = I_3 \, l \, B_{ext} \sin \alpha$ care va acționa pe direcția verticală ($\vec{F}' \perp \vec{B}_{ext}$ și $\vec{F}' \perp \vec{l}$). În acest caz rezultanta ce acționează pe unitatea de lungime asupra conductorului parcurs de I_3 va avea valoarea: $\frac{\vec{F}_{rez}}{l} = \frac{\vec{F} + \vec{F}'}{l}$; $\frac{F}{l} = \frac{1}{l}\sqrt{F^2 + F'^2}$ (vezi fig. E.R. 129 R(C).

E.130. O sferă metalică cu raza de 1 cm este încărcată la un potențial pozitiv de 900 V. Sfera fixată pe o tijă izolantă, lungă de 80 cm, se rotește în planul orizontal cu 800 rotații pe minut. Ce intensitate are cîmpul magnetic, în centrul cercului pe care-l descrie sfera în mișcare?

REZOLVARE

Sfera metalică este sediul unei sarcini electrice $Q = C \cdot V = 4\pi\varepsilon rV$. Sarcina Q în mișcare este asimilată cu un curent electric circular de intensitate $I = \frac{Q}{t}$. Considerînd t, timpul necesar efectuării unei rotații complete, $t = T = \frac{60}{n}$ se obține pentru I relația: $I = \frac{4\pi\varepsilon rVn}{60}$.

Intensitatea cîmpului magnetic creat de acest curent circular în centru cercului, conform relației $H = \frac{I}{2r}$, va fi $H = \frac{4\pi\varepsilon rVn}{60(r+1)}$. Făcînd înlocuirile, se obține pentru H valoarea $H = 8 \cdot 10^{-9} \frac{A}{m}$.

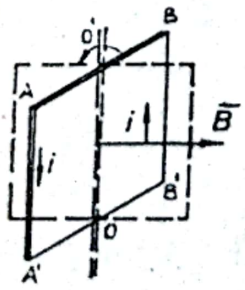


Fig. E.131.

E.131. Un cadru patrat cu latura $l = 10$ cm, parcurs de un curent cu intensitatea $i = 1$ A, este orientat perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic omogen de inducție $B = 0{,}1$ T. Cadrul este rotit cu 90° în sensul indicat în figură. Se cer:

1. Lucrul mecanic cheltuit din exterior pentru rotirea cadrului;

2. Momentul exercitat de cîmpul magnetic asupra cadrului în poziția inițială și în noua poziție.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

Un cadru dreptunghiular (sau de orice formă) străbătut de curentul electric, datorită cîmpului magnetic pe care îl crează curentul ce-l străbate, se comportă ca o foiţă magnetică, o foiţă care are o faţă „sud" şi una „nord", ceea ce face, ca, într-un cîmp magnetic exterior, cadrul să se orienteze astfel încît inducţia magnetică a cîmpului din interiorul cadrului să fie orientată pe direcţia şi în sensul cîmpului exterior. Cu alte cuvinte, cadrul străbătut de curentul electric se comportă similar unui ac magnetic aşezat perpendicular pe planul cadrului.

Pentru a scoate cadrul din poziţia de echilibru, firesc, va trebui consumat un lucru mecanic, echivalent cu variaţia energiei sistemului cadru-cîmp.

Conform relaţiei de definiţie, lucrul mecanic are expresia $L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$. În acest caz F va fi forţa necesară aplicată cadrului pentru a putea fi rotit, iar d este distanţa pe care forţa îşi deplasează punctul de aplicaţie, α reprezintă unghiul dintre forţa şi direcţia de deplasare, unghi care este însă variabil. Avînd în vedere că rotirea cadrului are loc în jurul unui ax OO′ (vezi fig. E 131) care se menţine fix, va trebui ca forţa aplicată să înlocuiască în efect forţele electromagnetice cu care cîmpul acţionează asupra laturilor AA′ şi BB′ (întrucît forţele ce acţionează asupra laturilor AB şi A′B′ nu contribuie la rotirea cadrului).

Pe măsură ce unghiul dintre direcţia cîmpului magnetic creat de curentul ce străbate cadrul şi cîmpul magnetic exterior creşte, forţele $F_{(AA')}$ şi $F_{(BB')}$, egale în modul şi constante (independente de valoarea unghiului α), vor avea momente mecanice în raport cu axul de rotaţie diferite de zero, momente care cresc pe măsura creşterii unghiului α. Momentele celor două forţe în raport cu axul OO′ (momentul cuplului format de cele două forţe) au valoarea maximă în poziţia cînd planul cadrului este paralel cu $\overline{B}_{ext}$, în această poziţie braţul cuplului format de cele două forţe, avînd valoarea maximă. Pentru scoaterea cadrului din poziţia de echilibru şi rotirea lui cu 90° forţele aplicate trebuie să fie egale, dar de sens contrar forţelor $F_{AA'}$ şi $F_{BB'}$, pentru a creaun cuplu al cărui moment să fie egal dar de sens contrar momentului forţelor care tind să menţină cadrul în poziţia de echilibru (planul cadrului $\perp \overline{B}_{ext}$).

În timpul rotirii cu 90°, forţele aplicate îşi deplasează punctele de aplicaţie, pe direcţia lor de acţiune (perpendiculară pe $\overline{B}_{ext}$) pe o distanţă egală cu $\frac{l}{2}$ (l fiind latura cadrului). În această situaţie, lucrul mecanic va deveni $L = -2F' \frac{l}{2}$ (F' fiind forţa aplicată, iar semnul (—) apare din cauză că punctul de aplicaţie al forţelor se deplasează în sens contrar sensului de acţiune).

Întrucît $F' = F_{AA'} = F_{BB'} = B\ I\ l$, lucrul mecanic devine $L = -B\ I\ l^2$. Punînd $l^2 = A$ (aria cadrului), $L = -B_{ext} I\ A$.

Se poate demonstra că lucrul mecanic are aceiaşi expresie şi dacă cadrul este dreptunghiular ori are altă formă.

Deci, în cazul în care produsul IA rămîne acelaşi, lucrul mecanic necesar pentru rotirea cu 90° a unui cadru de orice formă, într-un cîmp magnetic exterior, are aceiaşi valoare.

Scanned with OKEN Scanner

Lucrul mecanic calculat reprezintă conform relaţiei $L = W_f - W_i$ şi valoarea cu care variază energia sistemului cadru-cîmp prin scoaterea cadrului din poziţia de echilibru.

2°. Momentul cuplului forţelor electromagnetice asupra cadrului în poziţia iniţială (planul cadrului $\perp \vec{B}_{ext}$) este zero (întrucît braţul cuplului este zero $|\vec{m}| = 2Fr \sin \alpha$).

În poziţia finală (planul cadrului paralel cu $\vec{B}_{ext}$) $\vec{m} = 2Fr \sin \alpha = Fl$, deci $\vec{m} = BIl^2$.

Ca orientare $\vec{m}$ are direcţia perpendiculară pe planul determinat de $\vec{F}$ şi $\vec{r}$, deci acţionează în plan vertical, fiind un vector coliniar cu $\vec{\omega}$, viteza unghiulară a cadrului (în acest caz).

Pornind de la relaţia $|\vec{m}| = 2Fr \sin \alpha$ în care $F = B_{ext} I l$, obţinem: $|\vec{m}| = 2 B_{ext} I l r \sin \alpha$.

Dar, $2r \cdot l = A$ — aria cadrului şi deci:

$$\vec{m} = B_{ext} I A \sin \alpha$$

în care α este unghiul dintre $\vec{B}_{ext}$ şi $\vec{A}$; $\vec{A}$ fiind un vector orientat conform relaţiei $\vec{A} = \vec{n} A$, unde $|\vec{n}| = 1$, deci este un vector perpendicular la suprafaţa cadrului. Se observă că pentru $\vec{n} \parallel \vec{B}_{ext}$; $\vec{m} = 0$, iar pentru $\vec{n} \perp \vec{B}_{ext}$, $m = BIA$.

Ca şi în cazul lucrului mecanic se observă că $\vec{m}$ depinde de produsul IA şi este independent de forma cadrului.

În concluzie, asupra unui cadru străbătut de curentul electric I şi cu aria A introdus într-un cîmp magnetic exterior $\vec{B}_{ext}$ va acţiona un cuplu de forţe al cărui moment $m = B_{ext} IA \sin \alpha$ depinde de unghiul format de normala la planul cadrului şi direcţia cîmpului magnetic în care a fost introdus.

E.132. Două spire circulare identice, verticale, formează între ele un unghi drept. Una din spire formează 30° cu planul meridianului magnetic. Un ac magnetic suspendat în centrul lor comun, se poate roti în plan orizontal.

De cîte ori trebuie să fie mai mică intensitatea curentului prin spira orientată la 30° faţă de meridian decît prin cealaltă, pentru ca acul magnetic să fie orientat după meridian.

REZOLVARE

Acul magnetic, în prezenţa unui cîmp magnetic, se orientează pe direcţia cîmpului magnetic din punctul (zona) respectivă.

În cîmpul magnetic pămîntesc acul magnetic se va orienta după direcţia tangentei la meridianul magnetic, tangentă care este situată în plan orizontal numai în zona ecuatorului, deoarece, în aceste puncte, componenta verticală a inducţiei magnetice este zero.

Curenţii electrici care străbat cele două spire vor avea un cîmp magnetic rezultant orientat în plan orizontal (spirele fiind verticale), după direcţia bisectoarei unghiului format de planul celor două spire, întrucît $I_1 = I_2 = I$, iar inducţia cîmpului magnetic creat de curentul care străbate una din spire este situată în planul celeilalte spire. Notînd cu $\vec{B}_{ox}$ componenta inducţiei magnetice a cîmpului terestru în punctul de unde este situat centrul celor două spire cu $\vec{B}_1$, inducţia magnetică a spirei al cărui plan formează un unghi de 30° cu planul meridianului mag-

Scanned with OKEN Scanner

netic, și cu $\overline{B}_2$ inducția magnetică a celeilalte spire, este ușor de dedus (vezi fig. E 132 R) că $\overline{B}_1$ formează un unghi de 60° cu $\overline{B}_{ox}$ iar $\overline{B}_2$ un unghi de 30°.

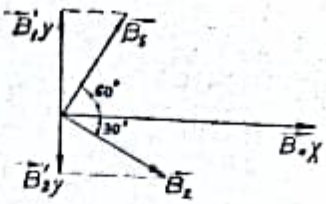


Fig. E.132.R.

Cum $B_1 = B_2$ rezultanta lor are direcție diferită de direcția lui B (face cu acesta un unghi de 15°) ceea ce face ca acul să fie deviat de la direcția lui $\overline{B}_{ox}$ în plan orizontal.

Pentru a aduce acul pe direcția lui $\overline{B}_{ox}$ va trebui să modificăm curentul în una din spire, încît componentele lui B'_1 și B'_2 pe o direcție perpendiculară pe $\overline{B}_{ox}$ să fie egale.

Notînd cu $\overline{B}'_{1y}$ și $\overline{B}'_{2y}$ cele două componente avem:

$$B'_{1y} = B'_{2y}$$

Conform figurii E 132R $B'_{1y} = B_1 \sin 60°$, iar $B'_{2y} = B_2 \sin 30°$. Înlocuind pe B cu $\frac{I}{2r}$ se obține:

$$\frac{I'}{2r} \sin 60° = \frac{I}{2r} \sin 30°$$

$$I' \frac{\sqrt{3}}{2} = I \frac{1}{2}$$

$$\text{deci } I' = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

E.133. Pentru focalizarea într-un punct N a unui fascicul de ioni, de sarcină q și masă m, care au în punctul M_0 viteza $\overline{v}$ orientată după o direcție ce face unghiul α cu dreapta MN, se stabilește un cîmp magnetic omogen de inducție magnetică $\overline{B}$, paralelă cu dreapta MN.

Să se determine valoarea inducției magnetice pentru care electronii ajung în punctul N, realizînd o rotație completă pe elicea de-a lungul căreia se deplasează.

REZOLVARE

Asupra purtătorilor de sarcini aflați în mișcare într-un cîmp magnetic acționează forța lui Lorentz.

$$|\overline{F}_L| = q\, v\, B \sin \alpha$$

Cum particula intră în cîmpul magnetic după o direcție α cu direcția cîmpului, aceasta va efectua simultan o mișcare circulară uniformă într-un plan perpendicular pe direcția cîmpului, sub acțiunea forței $\overline{F}_L$ și o mișcare în lungul dreptei MN cu viteza $v \cos \alpha$ rezultînd astfel o mișcare elicoidală în lungul, și în jurul, dreptei MN.

Scanned with OKEN Scanner

Condiția ca electronii să străbată MN în timp de o rotație completă, trebuie ca:

$\frac{MN}{v \cos \alpha} = T$, T fiind durata unei rotații complete, deci

$$T = \frac{2\pi R}{v \sin \alpha}$$

unde R reprezintă raza traiectoriei circulare pe care se deplasează particula.

Din condiția de stabilitate a ionului pe traiectoria circulară $\frac{m v^2 \sin^2 \alpha}{R} = q v B \sin \alpha$, unde $v \sin \alpha$ este componenta vitezei perpendiculară pe MN (forța Lorentz să echilibreze forța centrifugă de inerție) rezultă

$$R = \frac{m v \sin \alpha}{q B}$$

Cu aceasta, $T = \frac{2\pi m}{q B}$, iar MN devine

$$MN = \frac{2\pi m}{q B} v \cos \alpha$$

Din această ultimă relație obținem pentru B:

$$B = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{q \cdot MN}$$

E.134. O spiră cu aria $S = 10$ cm² se rotește uniform cu turația $\nu = 1800$ rot/min. Spira este plasată într-un cîmp magnetic de inducție $B = 0{,}1$ T, astfel încît în ea se induce o t.e.m., avînd valoarea maximă $E_{max} = 9{,}42$ mV.

Să se determine unghiul β între axa de rotație a spirei și liniile cîmpului magnetic.

REZOLVARE

Conform legii lui Faraday, t.e.m. indusă într-un conductor care se deplasează într-un cîmp magnetic de inducție B, are valoarea

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$, unde $\frac{d\Phi}{dt}$ reprezintă în acest caz viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața limitată de cadrul spirei.

Expresia fluxului magnetic printr-o suprafață dată este $\Phi = B S \cdot \cos \alpha$, în care α reprezintă unghiul format de normala la planul spirei cu liniile de cîmp magnetic și care, în acest caz are expresia:

$\alpha = \omega t = 2\pi \nu t$, ω fiind viteza unghiulară a spirei, deci $\Phi = B S \cdot \cos \omega t$.

Deoarece B nu este perpendicular pe planul spirei va trebui să considerăm doar componenta normală a lui B pe planul spirei; adică $B \sin \beta$. Cu aceasta Φ are expresia:

$\Phi = B S \cos \omega t \sin \beta$, iar e devine:

$$e = \frac{d}{dt}(BS \sin \beta \cos t)$$

adică $e = B S \omega \sin \beta \sin \omega t$

unde $B S \omega \sin \beta$ reprezintă tocmai valoarea t.e.m. maxime, deci

$$E_{max} = B S \omega \sin \beta$$

De aici

$$\sin \beta = \frac{E_{max}}{BS\omega}$$

Se obține astfel:

$$\sin \beta = \frac{9.42 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 30 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2}$$

și deci $\beta = 30°$.

O altă metodă de rezolvare este cea bazată pe relația care permite determinarea t.e.m. indusă într-un conductor liniar: $e = B l v \sin \alpha$

În timpul rotirii cadrului are loc fenomenul de inducție electromagnetică numai pentru laturile paralele cu axul de rotație și va contribui numai componenta inducției magnetice perpendiculară pe axul de rotație, deci $B \sin \beta$. Avînd două laturi, t.e.m. indusă în ele se însumează, încît, la extremitățile cadrului, se determină

$$e = 2(B \sin \beta) l v \sin \alpha$$

v fiind viteza de deplasare a unei laturi. Aceasta poate fi exprimată ca: $v = \omega r$, unde ω reprezintă viteza unghiulară a cadrului, iar r = raza de rotație deci $\frac{l}{2}$.

Înlocuim acestea în expresia pentru „e" și obținem:

$$e = 2Blr\, \omega \sin \beta \sin \alpha$$

$2lr = S$, adică tocmai aria cadrului.

$$e = BS\omega \sin \beta \sin \alpha$$

adică $E_{max} = BS\omega \sin \beta$

Concluzie: Într-un cadru (nu interesează forma) care se rotește uniform într-un cîmp magnetic constant și omogen se induce o t.e.m. care variază periodic în timp, conform relației

$$e = E_{max} \sin \omega t$$

Scanned with OKEN Scanner

Valoarea maximă a t.e.m. indusă depinde de mărimea ariei închisă de spiră, de viteza de rotaţie şi de mărimea componentei perpendiculare pe axul de rotaţie a inducţiei magnetice.

E.135. Într-un contur circular cu raza $r = 1$ m situat într-un cîmp magnetic variabil în timp se induce o t.e.m. $e = k\,t (k = \pi$ V/s). Unghiul dintre normala la suprafaţa conturului şi vectorul inducţiei magnetice este $\frac{\pi}{3}$. Să se determine $B = f(t)$ dacă $B_{t=0} = 0$.

REZOLVARE

Pentru a evita calculul diferenţial şi integral care încă nu s-a învăţat (cls. a X-a), vom recurge la analogia cu fenomene mecanice cunoscute.

Conform legii lui Faraday

$$e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta (BS \cos \alpha)}{\Delta t}$$

Cum S şi α sînt constante

$$e = -S \frac{\Delta B}{\Delta t} \cos \alpha$$

unde, $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ = reprezintă viteza de variaţie a inducţiei magnetice prin suprafaţa închisă de spiră.

Deoarece „e" variază direct proporţional cu timpul, ne amintim că, în mecanică, mai concret, în cinematică am învăţat că pentru mişcarea rectilinie uniform variată fără viteză iniţială, viteza momentană are expresia $v = at$, iar pe de altă parte $v_{mediu} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Ţinînd seama de faptul că viteza variază liniar în funcţie de timp $v_{mediu} = \frac{v + v_0}{2}$ deci $v_{mediu} = \frac{at}{2}$

Înlocuind acum pe v_{mediu} cu $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, obţinem

$$\frac{at}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

Punînd condiţia ca pentru $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ obţinem $\frac{at}{2} = \frac{x}{t}$ şi deci

$$x = \frac{at^2}{2}$$

Am obţinut deci dependenţa $x = f(t)$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru rezolvarea problemei de față nu ne rămîne decît să stabilim mărimile mecanice corespondente lui e și B. Se observă ușor că:

$$e \to v$$

$$B \to x$$

$$e_{mediu} = S\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\alpha$$

$$\frac{kt}{2} = \pi r^2 \frac{B}{t}\cos\alpha$$

$$B = \frac{k}{2\pi r^2 \cos\alpha} t^2$$

$$B = \frac{1}{2r^2 \cos\alpha} t^2$$

La același rezultat ajungem pornind de la relația

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \text{ unde}$$

$$\Phi = BS\cos\alpha. \text{ iar } e = kt$$

$$kt = S\cos\alpha \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

Separînd variabilele

$$kt\,\mathrm{d}t = S\cos\alpha\,\mathrm{d}B$$

și integrînd

$$k\int_0^t t\,\mathrm{d}t = S\cos\alpha\int_0^B \mathrm{d}B$$

obținem

$$\frac{kt^2}{2} = S\cos\alpha\, B$$

$$B = \frac{k}{2S\cos\alpha} t^2$$

$$B = \frac{1}{2r^2\cos\alpha} t^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

E.136. 1. Calcu.aţi intensitatea şi inducţia magnetică a cîmpului produs de un conductor rectiliniu foarte lung, situat în vid şi parcurs de un curent electric cu intensitatea $L_1 = 10^2$A, într-un punct situat la distanţa $d_1 = 0{,}5$ m de conductor.

2. Dacă la distanţa $d_2 = 1$m de primul conductor se aşează un al doilea conductor paralel cu primul şi străbătut de un curent cu intensitatea $I_2 = 200$ A în acelaşi sens, ce valoare vor avea intensitatea cîmpului magnetic şi inducţia magnetică în punctul determinat de d_1.

3. Rezolvaţi punctul 2 şi pentru cazul cînd curenţii sînt de sens contrar.

4. Reprezentaţi grafic variaţia intensităţii cîmpului magnetic în lungul axei OX, perpendiculară pe cele două conductoare, pentru cazurile cînd curenţii au acelaşi sens, şi curenţii au sens contrar.

E.137. Mărimea lui $\overline{B}$ este constantă în lungul unei linii de inducţie dată?

Fig. E.138.

E.138. Un conductor este format dintr-un număr infinit de fire adiacente, infinit de lungi prin care trece curentul i. Arătaţi că liniile lui B sînt cele indicate în fig. E 138.

E.139. Două fire lungi situate la distanţa d unul de altul sînt străbătute de curenţi în sens contrar, egali cu i. Arătaţi că B într-un punct P situat la distanţă egală de fiecare fir este dat de relaţia

$$B = \frac{2\mu id}{(4R^2 + d^2)}$$

E.140. Patru fire lungi de cupru cu diametrul 2,54 mm sînt paralele între ele, secţiunea lor transversală formînd un pătrat cu latura de 20 cm. Prin fiecare fir trece un curent de 20 A în sensul indicat în figura E 140..

1. Care sînt mărimea direcţia şi sensul lui B în centrul pătratului?

2. Care este mărimea, direcţia şi sensul forţei pe unitatea de lungime ce acţionează asupra firului din stînga jos?

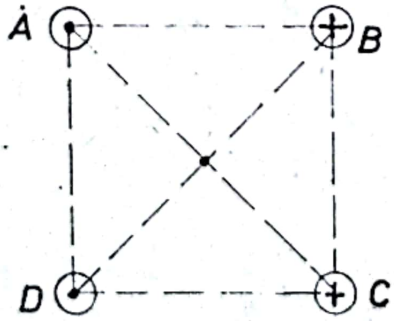


Fig. E.140.

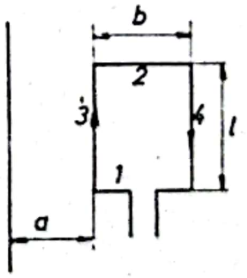


Fig. E.141.

E.141. În figura E 141 este arătat un fir lung prin care trece un curent de 30 A. Spira dreptunghiulară este străbătută de un curent de 20 A.

Scanned with OKEN Scanner

Calculaţi forţa rezultantă ce acţionează asupra spirei. Presupuneţi că $a = 1$ cm, $b = 8$ cm şi $l = 30$ cm.

E.142. Trei conductoare rectilinii, foarte lungi, sînt dispuse paralel şi în acelaşi plan. Intensităţile curenţilor care le străbat sînt egale $I_1 = I_2 = I_3$ dar I_2 are sens contrar celorlalţi curenţi. Să se reprezinte grafic variaţia intensităţii cîmpului magnetic în lungul axei OX perpendiculară pe cele trei conductoare, originea O fiind plasată pe conductorul din mijloc.

E.143. Să se rezolve problema precedentă şi în cazul în care curenţii au acelaşi sens.

E.144. Un conductor rectiliniu foarte lung, parcurs de un curent cu intensitatea $I_1 = 20$ A şi o spiră cu raza $R = 10$ cm., parcursă de un curent cu intensitatea $I_2 = 4$A sînt coplanare. Intensitatea cîmpului magnetic în centrul spirei este nulă. Se cer:

1. Distanţa d între centrul spirei şi conductorul rectiliniu;
2. Intensitatea cîmpului magnetic în centru spirei după inversarea sensului curentului care o parcurge;
3. Spira fiind suspendată de un fir este introdusă într-un cîmp magnetic omogen. Care va fi poziţia de echilibru a spirei în raport cu cîmpul magnetic;
4. Ce valoare are momentul cuplului de forţe ce acţionează asupra spirei în poziţia pentru care normala la planul spirei formează un unghi $\alpha = 30°$ cu direcţia cîmpului magnetic.

E.145. Un atom de hidrogen este format dintr-un proton şi un electron care poate fi considerat (în unele cazuri) că se mişcă pe o traiectorie circulară în jurul protonului de rază $a_0 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$m cu viteza $v = \frac{e^2}{\hbar}$ ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C sarcina electronului; $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 10^{-34}$ J.s; h fiind constanta lui Planck).

1. La ce intensitate a curentului corespunde această sarcină în mişcare?
2. Care este inducţia magnetică creată de mişcarea electronului în apropierea protonului?

E.146. În circuitul unei baterii cu t.e.m. de 4V se găseşte un rezistor cu rezistenţa de 1,4 ohmi în serie cu un solenoid cu rezistenţa de 8 ohmi. Solenoidul are 100 de spire, secţiunea de 25 cm² şi o lungime de 62,8 cm. În paralel cu solenoidul se găseşte montat un voltametru cu sulfat de cupru, avînd rezistenţa 2 ohmi. După închiderea circuitului, pe catodul voltametrului se depun 330 mg cupru în 20 minute şi 50 secunde.

Să se calculeze

1. Intensităţile curenţilor în ramurile circuitului;
2. Intensitatea cîmpului magnetic în interiorul bobinei, fluxul total al liniilor de forţă şi inductanţa proprie a circuitului;
3. Rezistenţa interioară a bateriei.

Echivalentul electrochimic al cuprului este 0,33 mg/C.

E.147. Un circuit este format dintr-un rezistor de 20 ohmi, o bobină cu 10^3 spire şi lungimea de 62,8 cm şi un voltametru cu soluţie de $CuSO_4$

Scanned with OKEN Scanner

avînd electrozii din Cu. Bobina are miez de fier cu $\mu_r = 300$ și secțiunea de 10 cm². Rezistorul se află într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă, care conține 2,16 kg apă la 20°C. Curentul transportă 9.10^{20} ioni de cupru la catod și produce în bobină un flux total de inducție de 8W.

Să se calculeze:

1. Masa de cupru depusă la catod
2. Intensitatea curentului;
3. Timpul cît circulă curentul;
4. Inducția magnetică în miezul bobinei și inductanța bobinei;
5. Temperatura la care se încălzește apa. Se dau masa atomică relativă a cuprului 63,37 și numărul lui Faraday $F = 96\,500$ C.

E.148. O bobină lungă B, orizontală, cilindrică, cu raza secțiunii $r = 10$ cm este împărțită în două părți de o fantă îngustă, plană, perpendiculară pe axa bobinei.

Această bobină are 80 spire pe cm. Fiecare din aceste spire este parcursă de un curent electric de intensitate 10 A. Se va admite că în interiorul bobinei cîmpul magnetic este uniform și nul în exterior.

În fantă se poate deplasa o tijă orizontală PQ. Această tijă este parcursă de un curent de 10 A. Sensurile curenților sînt date în fig. E 148(a).

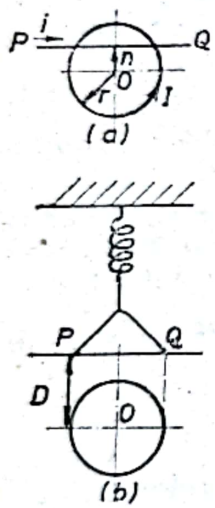


Fig.E. 148. (a, b)

1. Să se determine în funcție de distanța x de la axa bobinei forța electromagnetică F exercitată asupra lui PQ. Să se calculeze F pentru $x = 0$.

2. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea tijei PQ, paralel cu ea însăși în fantă, de la o limită la alta a cîmpului.

3. Tija PQ este susținută, la 20 cm deasupra axei 0, de un resort spiral R (fig. E 148 (b)), a cărei tensiune crește cu 5 m N pentru fiecare centimetru de alungire. Alungindu-se resortul pentru a aduce conductorul PQ în fantă, să se determine pozițiile pentru care tensiunea din resort echilibrează forța electromagnetică F. Să se calculeze valorile corespunzătoare ale lui x.

E.149. Fie două conductoare verticale paralele fixe, presupuse infinit de lungi și străbătute de curenți de intensități i și i'. Distanța între ele este d. Între ele se suspendă un al treilea conductor paralel cu primele. Prin acest conductor circulă un curent I și el se poate deplasa lateral, în planul acestor conductoare. Să se determine poziția sa de echilibru.

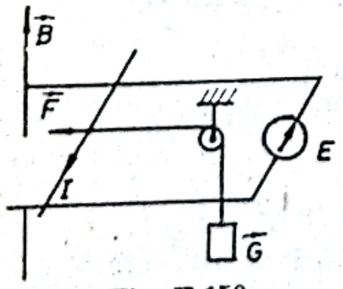


Fig. E.150

E.150. Două șine paralele, perfect conductoare, situate într-un plan orizontal la distanța l una de cealaltă sînt legate la o pilă electrică de t.e.m. E și rezistența interioară neglijabilă. O bară conductoare de rezistență R legată printr-un fir subțire izolant, petrecut după un scripete, de o greutate G (vezi fig. E 150) poate aluneca paralel cu ea însăși, într-o direcție paralelă cu șinele. Știind

Scanned with OKEN Scanner

că planul barelor este intersectat normal de liniile de cîmp ale unui cîmp magnetic omogen și constant în timp, de inducție B, se cere :

1. Viteza barei după ce mișcarea a devenit uniformă ;

2. Să se facă pentru această situație bilanțul puterilor.

E.151. Două bobine circulare B_1 și B_2 avînd respectiv numărul de spire $N_1 = 50$ și $N_2 = 100$ și razele egale $r_1 = r_2$ sînt așezate în două plane verticale, perpendiculare, care se intersectează după un diametru comun. Bobinele au rezistențele $R_1 = 200$ ohmi și $R_2 = 40$ ohmi.
În serie cu bobina B_2 este montată o rezistență R necunoscută. Cele două bobine sînt alimentate, în paralel, de la o sursă cu t.e.m. E. În centrul comun al celor două bobine se găsește un ac de fier moale, de formă paralelipipedică, prins în centrul celor două bobine, astfel încît acul de fier este mobil într-un plan orizontal.
Să se determine relația din care se poate deduce rezistența R, în funcție de unghiul α cu care deviază acul de fier din poziția inițială.

E.152. Un fascicul de protoni cu energia cinetică E este injectat într-o regiune a unui cîmp magnetic uniform $\vec{B}$, plasat sub un unghi de 90° față de direcția fasciculului.

1. Să se găsească expresia pentru raza și perioada mișcării circulare care rezultă în funcție de B.

2. Cum ar fi afectat rezultatul dacă energia protonilor ar fi de patru ori mai mare ?

3. Se modifică energia protonilor sub acțiunea forțelor exercitate de cîmp ? De ce ?

4. Reprezentați grafic în funcție de $\vec{B}$ și $\vec{v}$, direcția și sensul forței cu care cîmpul acționează asupra protonilor.

E.153. Un proton accelerat sub o diferență de potențial $U = 200$ V pătrunde în cîmpul magnetic al unui solenoid, sub un unghi $\alpha = 30°$ față de raza acestuia. Solenoidul are lungimea $l = 50$ cm, raza $R = 5$ cm și $N = 2000$ spire. Să se calculeze intensitatea Ia curentului din spirele solenoidului, astfel, încît traiectoria elicoidală a protonului să rămînă înscrisă în interiorul solenoidului.

Care va fi intervalul de timp în care protonii vor străbate solenoidul ?

Se dau $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C și $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

E.154. Un fascicul electronic accelerat într-un cîmp electrostatic, sub o diferență de potențial de 1 kV, pătrunde într-un cîmp magnetic uniform, perpendicular pe liniile de cîmp, ca în fig. E 154. Lărgimea zonei în care există cîmpul magnetic este $l = 5$ cm, iar la o distanță $L = 25$ cm, de la ieșirea din cîmpul magnetic, fasciculul lovește un ecran fluorescent pe care apare un spot luminos. Inducția cîmpului magnetic este $B = 10^{-3}$ T.
Se cer :

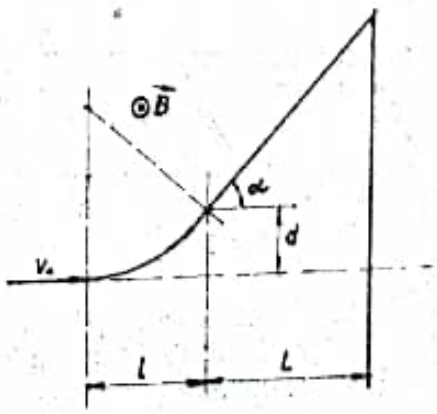


Fig. E.154.

1. Raza traiectoriei descrisă de fascicul în cîmpul magnetic ;

Scanned with OKEN Scanner

2. Abaterea d din planul median și unghiul α pe care îl face fasciculul la ieșirea din cîmpul magnetic față de direcția sa inițială.

3. Distanța D între poziția deplasată a spotului și poziția sa în absența cîmpului magnetic.

Sarcina și masa electronului sînt $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C și $m = 9{,}1 \cdot 10^{-27}$kg.

E.155. Un electron pătrunde într-o regiune în care există un cîmp electric omogen și un cîmp magnetic omogen. Viteza inițială v_0 a electronului, intensitatea E a cîmpului electric și inducția B a cîmpului magnetic sînt perpendiculare între ele.

1. Ce relație trebuie să existe între $\vec{E}$ și $\vec{B}$ pentru ca electronul să se miște rectiliniu sub efectul combinat al celor două cîmpuri;

2. Se modifică energia electronului sub acțiunea celor două cîmpuri?

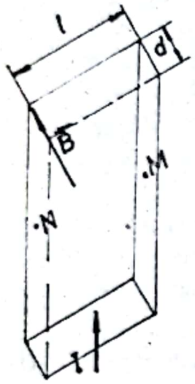


Fig. E.156.

E.156. O bandă metalică avînd $d = 0{,}1$ mm este parcursă de un curent cu intensitatea $I = 20$ A. Banda este plasată într-un cîmp magnetic omogen de inducție $B = 1$ T, orientat ca în fig. E 156. Numărul electronilor din unitatea de volum a metalului din care este constituită banda $n = 10^{+28}\ m^{-3}$. Să se determine tensiunea care apare între punctele M și N. (efectul Hall). Se presupune că electronii se mișcă liber în metal.

E.157. Se consideră în aer o spiră circulară cu diametrul $D_1 = 20$ cm, perpendiculară pe liniile unui cîmp magnetic uniform, cu intensitatea $H = 10^2 \frac{A}{m}$.

Se rotește spira cu 90°.

1. Calculați sarcina electrică indusă în spiră cunoscînd rezistența spirei $R = 2$ ohmi;

2. Comparați această sarcină cu sarcina acumulată pe fiecare placă a unui condensator plan format din două discuri metalice cu diametrul $D_2 = 10$ cm, dielectric $\varepsilon_r = 5$ pentru un cîmp electric între armături $E = 2.10^4 \frac{V}{m}$. Se dau $\mu_r = 4\pi . 10^{-2}$ H/m; $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi 9.10^9} \frac{F}{m}$

E.158. Se dă circuitul electric din fig. E 158 așezat într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}6$ T, perpendicular pe planul circuitului, sensul liniilor de cîmp fiind cel din figură. Conductoarele AB și CD cu rezistențe neglijabile, conductorul MN are rezistența egală cu 0,1 ohmi iar rezistorul $r = 0{,}1$ ohmi. Conductorul MN, de lungime $l = 1$ m, alunecă fără frecare pe cele două conductoare neizolate AB și CD cu viteza uniformă $v = 10$ m/s, ca în figură. Se cer:

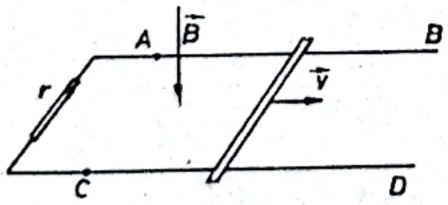


Fig. E.158.

1. t.e.m. indusă în circuit (valoare și sens);

2. intensitatea curentului electric din circuit;

3. forța de reacțiune a cîmpului magnetic care se execută asupra conductorului MN;

4. Puterea mecanică necesară pentru deplasarea conductorului MN;

Scanned with OKEN Scanner

5. Să se arate că puterea mecanică calculată este egală cu puterea disipată în circuitul electric.

E.159. Polul nord al unui magnet se îndepărtează de un inel metalic (fig. E 159). Care este sensul curentului indus în inel?

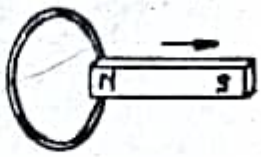


Fig. E.159.

E.160. Considerăm două spire conductoare, față în față, la distanța d între centrele lor. Un observator privește în lungul axei lor comune. Brusc, în spira mare se stabilește un curent i în sensul acelor de ceasornic. Care este sensul curentului indus în spira mică? Care este direcția și sensul forței care acționează asupra spirei mici?

E.161. Un cîmp uniform de inducție $\vec{B}$ este normal pe planul unui inel circular cu diametrul de 10 cm, format din sîrmă de cupru cu diametrul 2,54 mm. Cu ce viteză trebuie să varieze $\vec{B}$ în timp ca în inel să apară un curent indus de 10 A? Indicați sensul curentului în spiră pentru cazul cînd $\Delta B > 0$ și pentru cazul cînd $\Delta B < 0$. $\rho_{Cu} = 17.10^{-3} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$

E.162. Se dă un fir de cupru lung de 50 cm cu diametrul de 1 mm din care se formează o spiră circulară. Spira se introduce normal într-un cîmp magnetic uniform ce crește în timp cu viteza constantă de 0,01 T/s. Care este căldura degajată în spiră în unitatea de timp?

E.163. O bobină dreptunghiulară cu N spire, de lungime a, și lățime b, este rotită cu frecvența ν într-un cîmp magnetic uniform de inducție B ca în fig. E 163.

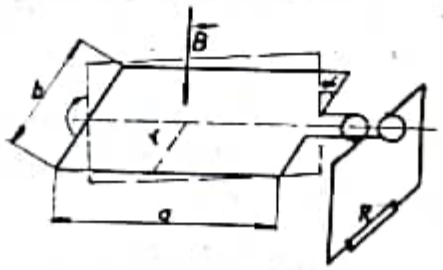


Fig. E.163.

1. Arătați că la extremitățile bobinei se obține o t.e.m. indusă egală cu: $e = 2\pi\nu \cdot N \cdot b \cdot a \cdot B \sin 2\pi\nu t$.

2. Caracterizați t.e.m. e și ridicați diagrama $e = f(t)$

3. Proiectați o bobină care să producă o t.e.m. maximă $e_{max} = 150$ V pentru o frecvență de rotație $\nu = 60$ rot/min într-un cîmp de inducție $B = 0,5$ T.

E.164. O spiră în scurtcircuit, avînd rezistența $r = 0,1$ ohmi, este parcursă de un flux magnetic $\Phi = 10^{-4}$ Wb produs de un electromagnet. Se cere să se calculeze sarcina totală care parcurge spira dacă: se întrerupe alimentarea electromagnetului; se inversează sensul din înfășurarea acestuia.

E.165. Un conductor MON este așezat într-un cîmp uniform de inducție magnetică $B = 1,5$ T, perpendicular pe planul său, avînd sensul liniilor de cîmp de la planul hîrtiei spre observator. Un alt conductor AB situat perpendicular pe bisectoarea OC a unghiului $\alpha = 60°$ făcut de brațele OM și ON ale conductorului MON și sprijinindu-se pe brațele OM

și ON, se mișcă avînd viteza uniformă $v = 5$ m/s de la punctul O spre C. Se cere :

1. Să se calculeze t.e.m. indusă în circuitul OABO și să se indice sensul acestuia ;

2. Să se arate că intensitatea curentului care ia naștere în circuitul OABO nu depinde de lungimea acestui circuit. Să se calculeze intensitatea curentului electric știind că rezistența electrică pe unitatea de lungime a conductorilor este $r = 0{,}1$ ohmi m^{-1} ;

3. Care este forța mecanică necesară ce acționează asupra conductorului AB, în momentul în care au trecut 0,5 secunde de la începutul mișcării conductorului AB de la O spre C?

E.166. O ramă pătrată cu latura $a = 0{,}3$ m se rotește uniform cu viteza unghiulară $\omega = 62{,}8$ rot$\cdot s^{-1}$ într-un cîmp magnetic omogen care variază sinusoidal cu pulsația $W' = 31{,}4$ s^{-1} și este perpendicular pe axa de rotație a ramei. La momentul inițial $B = B_0 = 19^{-3}$ T iar suprafața ramei este paralelă cu $\vec{B}$. Să se afle t.e.m. de inducție în ramă după 100 s de la începutul rotației.

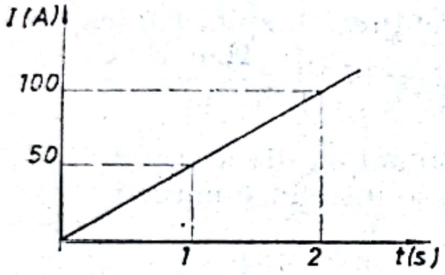


Fig. E.167.

E.167. Intensitatea curentului electric ce trece printr-o bobină variază în timp așa ca în fig. E 167. Între bornele bobinei apare o t.e.m. indusă de 2 V. Se cere :

1. Inductanța solenoidului ;

2. Numărul de spire pe unitatea de lungime a bobinei știind că fiind parcursă de un curent de 100 A, intensitatea cîmpului magnetic în centrul ei este de $6.10^4 \frac{A}{m}$.

E.168. O spiră cu forma de pătrat cu latura l este așezată într-un cîmp magnetic uniform de inducție magnetică B_0, așa fel ca normala la planul spirei formează un unghi α cu direcția liniilor de cîmp. Într-un timp Δt cîmpul scade pînă la valoarea B.

1. Să se calculeze t.e.m. medie indusă în spiră ;

2. Rezistența spirei fiind R să se determine sarcina electrică q, pusă în mișcare prin spiră ;

3. Dacă B variază după o lege sinusoidală $B = B_0 \sin \omega t$, să se determine expresia t.e.m. în funcție de timp.

E.169. Un miez de fier poartă două înfășurări, una din ele cu un număr de N spire, este conectată la o sursă de t.e.m. sinusoidală de E volți. Cea de a doua constă dintr-o singură spiră cu rezistența R.

Punctele A, B și C pe această spiră sînt echidistante (fig. E 169).

1. Ce va indica un galvanometru cu rezistența r conectat la două din aceste puncte?

2. Cum va varia indicația galvanometrului dacă este deplasat în poziția indicată punctat pe figură?

Miezul de fier nu are un cîmp difuz. Inductanța spirei și a conexiunilor poate fi neglijată.

Scanned with OKEN Scanner

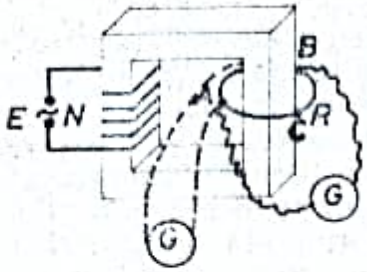


Fig. E.169.

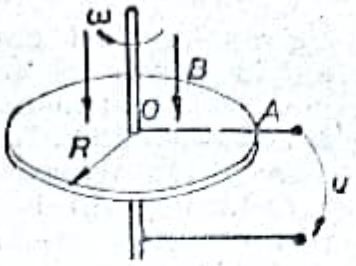


Fig. E.170.

E.170. Un disc conductor avînd raza $R = 6$ cm se rotește cu o viteză unghiulară $\omega = 10$ rot/s într-un cîmp magnetic omogen de inducție $B = 0{,}2$ T orientat paralel cu axul discului (fig. E 170)

Să se calculeze U_{ab} ce apare între două perii în contact cu periferia discului și respectiv cu axul acestuia, realizat, de asemenea, dintr-un material conductor.

E.171. Printr-o bobină de 10 H trece un curent de 2A. Cum putem obține o t.e.m. de inducție de 100 V în această bobină?

E.172. O spiră circulară fixă, de rază „a", este plasată într-un cîmp magnetic uniform a cărui inducție variază după legea $B = B_m \cos\omega t$. Dacă normala la planul spirei face un unghi α constant cu liniile cîmpului magnetic, se cer:

1. Expresia t.e.m. indusă în spiră;
2. Expresia intensității curentului electric care apare în spiră, dacă aceasta are rezistența R;
3. Reprezentați grafic $B = f(t)$, $e = f'(t)$, $i = f''(t)$

IV. CURENT ALTERNATIV

E.173. Un circuit electric este alimentat la borne cu o tensiune variabilă, descrisă de relația:

$$U = 24 \sin\left(200\pi\, t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$ care dă naștere în circuit la un curent, de asemenea, variabil:

$$i = 0{,}5 \sin\left(200\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Se cere:

1. Să se reprezinte grafic funcțiile:
$$u = f(t) \text{ și } i = f'(t)$$

2. Valorile maxime și valorile efective ale tensiunii de alimentare și intensității curentului din circuit, momentele la care u și i trec prin valorile lor maxime;
3. Perioada și frecvența curentului;
4. Valorile mărimilor u și i la momentul $t = \frac{1}{400}$ s;
5. Defazajul dintre tensiune și curent.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

1. Pentru reprezentarea grafică a celor două funcţii este necesar să stabilim, avînd în vedere că acestea variază după o lege sinusoidală, valorile maxime ale acestor mărimi şi momentele în care iau aceste valori, punctele de intersecţie cu axa timpului, adică, momentele în care u şi i sînt nule. Deoarece sinusul este o funcţie periodică, reprezentarea o vom face doar pentru un interval de timp egal cu o perioadă T, care, pentru ambele funcţii are aceiaşi valoare, determinată de coeficientul numeric al lui „t", adică $200\,\pi t = \omega$; ω fiind pulsaţia mişcării care este legată de perioadă prin relaţia :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Deci $T = \frac{1}{100}$ sec.

Pentru familiarizarea dvs. cu problemele de acest tip (studiul unor mărimi fizice care variază după o lege sinusoidală) vă reamintim că, în clasa a X-a, la studiul mişcării oscilatorii armonice, aţi mai întîlnit şi aţi studiat mărimi a căror variaţie în timp au fost descrise de ecuaţii asemănătoare celor pentru u şi i din problema de faţă.

Ex : $y = A \sin(\omega t + \varphi)$; $\quad a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$

Folosesc acest prilej pentru a sublinia ideea că iată, o ecuaţie matematică de forma $x = X \sin(\omega t + \varphi)$ unde X, ω, şi φ sînt constante, poate constitui legea de desfăşurare a unor procese de natură diferită (mecanică, electromagnetică, ş.a.) dacă mărimile implicate au acciaşi evoluţie în timp, că rezolvarea matematică a acestor ecuaţii nu depinde de natura proceselor descrise de acestea, dar va trebui să fim atenţi la interpretarea semnificaţiei fizice a soluţiilor obţinute şi a mărimilor implicate în aceste relaţii.

Revenind la problema noastră, şi amintindu-ne modul în care s-a procedat în cazul studiului mişcării oscilatorii armonice, vom proceda în acelaşi mod pentru determinarea valorilor maxime şi minime pentru tensiune şi intensitate şi a momentelor în care iau aceste valori ori a celor în care se anulează.

Pentru obţinerea valorilor maxime, punem condiţia ca :

$$\sin\left(200\,\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1$$

$$\sin\left(200\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \pm 1$$

şi se obţine $U_{max} = 24$ V; $\quad U_{min} = -24$ V

$I_{max} = 0{,}5$A ; $\quad I_{min} = -0{,}5$A

Din condiţiile :

$$200\,\pi t + \frac{\pi}{4} = (2K + 1)\frac{\pi}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

și

$$200\,\pi + \frac{\pi}{6} = (2K+1)\,\frac{\pi}{2}$$ unde $(2K+1)\,\frac{\pi}{2}$ reprezintă argumentul pentru care funcția sinus are valoarea 1, obținem momentele la care u și i trec prin valorile lor maxime:

$$t = \frac{4K+1}{800} \text{ sec. pentru } u$$

$$t = \frac{3K+1}{600} \text{ sec. pentru } i$$

Momentele la care u și i se anulează se determină din condițiile:

$$200\,\pi t + \frac{\pi}{4} = K\pi \text{ pentru } u$$

$$200\,\pi t + \frac{\pi}{6} = K\pi \text{ pentru } i$$

Deci

$$t = \frac{4K-1}{800} \text{ sec. pentru } u$$

$$t = \frac{6K-1}{1200} \text{ sec. pentru } i$$

Pentru a determina valorile lor la momentul inițial ($t = 0$), în ecuațiile

$$u = 24\,\sin\left(200\,\pi\,t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i = 0{,}5\,\sin\left(200\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

se înlocuiește t cu zero și se obțin:

$$u_0 = 24\,\sin\frac{\pi}{4}\,\text{V} = 24\,\frac{\sqrt{2}}{2}\,\text{V} = 12\,\sqrt{2}\,\text{V}$$

$$i_0 = 0{,}5\,\sin\frac{\pi}{6}\,\text{A} = 0{,}5 \cdot \frac{1}{2}\,\text{A} = 0{,}25\,\text{A}$$

Cu acestea se poate trece la reprezentarea grafică.

Scanned with OKEN Scanner

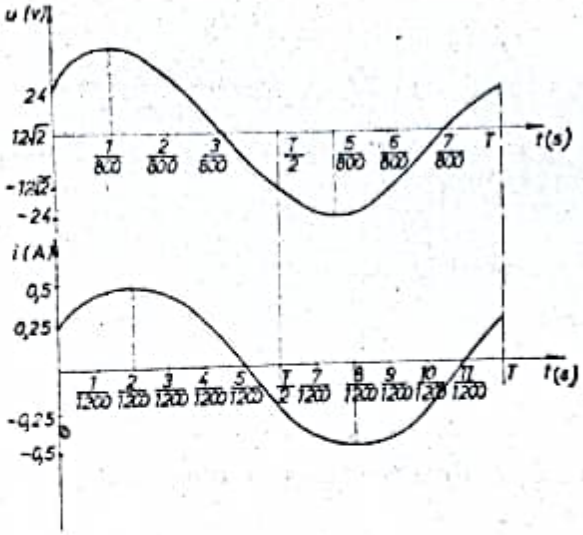


Fig. E.173.R

Se observă din cele două diagrame că cele două mărimi sînt defazate (momentele la care ating valorile maxime ori se anulează, nu coincid).

Frecvența curentului se determină din relația :

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ deci } \nu = 100 \text{ Hz}$$

Înlocuind $t = \frac{1}{400}$ s în cele două ecuații, obținem pentru u și i la acest moment valorile

$$u = 24 \sin\left(200\pi \frac{1}{400} + \frac{\pi}{4}\right) \text{V} = 24 \sin \frac{3\pi}{4} \text{V} = 24 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{V}$$

și

$$i = 0{,}5 \sin\left(200\pi \cdot \frac{1}{400} + \frac{\pi}{6}\right) \text{A} = 0{,}5 \sin \frac{2\pi}{3} \text{A} = 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{A}$$

Defazajul dintre tensiune și curent se obține făcînd diferența celor două faze :

$$\left(200\pi t + \frac{\pi}{4}\right) - \left(200\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$$

După cum se observă și din cele două diagrame, intensitatea curentului este decalată în urma tensiunii cu un interval de timp

$$\Delta t = \frac{1}{600} - \frac{1}{800} = \frac{1}{2400} \text{ sec}$$

E.174. Într-un nod al unei rețele (fig. ER.174 a) curenții au valorile

$$i_1 = 8 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{A} ;$$

$$i_2 = 16 \sin \omega t \text{ A}.$$

Să se calculeze valoarea lui i_3.

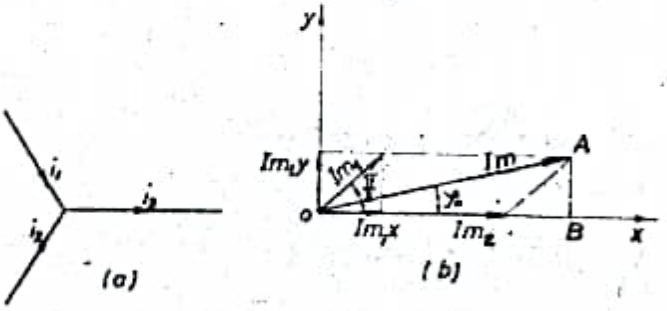


Fig. ER.174. a, b

REZOLVARE

a) Aplicăm metoda utilizată la mișcarea oscilatorie

armonică pentru determinarea ecuației oscilației rezultante în urma compunerii celor două oscilații paralele și de aceiași frecvență :

Pentru calcularea amplitudinii s-a utilizat relația

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$$

iar pentru determinarea fazei inițiale, relația :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}$$

În problema de față $A_1 = 8\text{A}$, $A_2 = 1$ A ; $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$; $\varphi_{02} = 0$

Cu aceasta obținem pentru I_{max}

$$I_{max} = \sqrt{8^2 + 16^2 + 2.8.16 \cos \frac{\pi}{3}}\ \text{A}$$

$I_{max} = 8\sqrt{7}$ A, iar pentru φ_0

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{8 \sin \frac{\pi}{3}}{8 \cos \frac{\pi}{3} + 16} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\varphi_0 = 21°20' = \frac{32\,\pi}{270}\,\text{rad} = \frac{16\,\pi}{135}\,\text{rad}$$

Putem scrie acum ecuația

$$i = 8\sqrt{7} \sin\left(\omega t + \frac{16\,\pi}{135}\right)$$

b) Utilizînd metoda fazorială se reprezintă fazorii $Im_2 = 16\text{A}$ pe axa Ox și $Im_1 = 8\text{A}$ pe o direcție care face unghiul $\alpha = \frac{\pi}{3}$ față de axa Ox (vezi fig. E.R. 174 b).

Se proiectează cei doi fazori pe axa Ox și se obține :

$$I_{mx} = 16 + 8 \cos \frac{\pi}{3} = 20\,\text{A}$$

Se proiectează aceiași fazori pe axa $Oy \perp Ox$

$$I_{mx1} = 8 \sin \frac{\pi}{3} = 8\frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{A} = 4\sqrt{3}\ \text{A}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$I_{my2} = 0$$

$$I_{my2} = 8\frac{\sqrt{3}}{2}\text{A} = 4\sqrt{3}\text{ A}$$

Obținem valoarea I_m aplicînd teorema lui Pitagora

$$I_m = \sqrt{I_{mx}^2 + I_{my}^2}$$

$$I_m = \sqrt{20^2 + 16 \cdot 3} = 8\sqrt{7}\text{ A}$$

Conform figurii ER 174(b) se observă că φ_0(unghiul făcut de I_{max} cu axa Ox) se determină din triunghiul AOB, unde

$$\text{tg}\,\varphi_0 = \frac{I_{m1}\sin\frac{\pi}{3}}{I_{m2} + I_{m1}\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{8\frac{\sqrt{3}}{2}}{16 + 4}$$

$$\text{tg}\,\varphi_0 = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

deci același rezultat. Prin această metodă se rezolvă destul de ușor și cazul mai multor curenți.

E.175. Circuitul serie reprezentat în figură este parcurs de un curent de intensitate $i = \sqrt{2}.10\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A

Să se determine :

1. Tensiunile u_5, u', u'', u ;

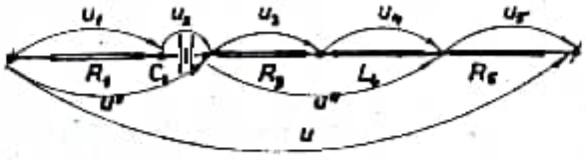


Fig. E.175 (a).

2. Rezistența, reactanța și impedanța circuitului ;
3. Puterea activă, reactivă și aparentă a întregului circuit ;
4. Diagrama fazorială a circuitului ;
5. Factorul de putere al întregului circuit. Se consideră :

$R_1 = 6$ ohmi ; $R_3 = 2$ ohmi ; $R_5 = 2$ ohmi : $X_{L4} = 2$ ohmi ; $X_{C2} = 8$ ohmi.

REZOLVARE :

1. După cum se observă din fig. E.175, u_5 reprezintă căderea de tensiune pe rezistorul R_5, deci trebuie să fie în fază cu i.

$$u_5 = R_5 i \Rightarrow u_5 = 20\sqrt{2}\sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Scanned with OKEN Scanner

Din aceiași figură apare că u' reprezintă suma căderilor de tensiune u_1 pe rezistorul R_1 și u_2 pe condensatorul C_2, deci u_1 va fi în fază cu curentul, iar u_2 va fi defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma curentului respectiv, în urma lui u_1.

$$u_1 = R_1 i \Rightarrow u_1 = 60\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$u_2 = X_{C2} i = 80\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{7\pi}{4}\right)$$

Folosind metoda fazorială obținem pentru

$$I'_{max} = \sqrt{(60\sqrt{2})^2 + (80\sqrt{2})^2} = 100\sqrt{2}\ \text{V},\ \text{iar pentru}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{80\sqrt{2}}{60\sqrt{2}} = \frac{4}{3}$$

Considerînd arc tg $\varphi_1 = 53°$ cărora le corespund $\frac{53.\pi}{180}$ radiani, putem calcula faza inițială φ_1 reprezentînd defazajul în raport cu i a lui u'

$$\varphi_{01} = \frac{53\pi}{180} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{53}{45} - 1\right) = \frac{2\pi}{45}$$

Cu aceasta

$$u' = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi}{45}\right)\text{V}$$

u'' reprezintă suma căderilor de tensiune pe rezistorul R_3 și pe inductanța L_4, deci, $u'' = u_3 + u_4$, unde u_3 este în fază cu curentul „i" și are valoarea : $u_3 = iR_3 = 20\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ V, iar u_4 este defazat față de i cu $\frac{\pi}{2}$, și are valoarea :

$$u_4 = iX_{L4} = 20\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)\text{V}.$$

Apelînd din nou la metoda fazorială, vom obține

$$u''_{max} = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + (20\sqrt{2})^2} = 20\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 40\ \text{V}.$$

și

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

Scanned with OKEN Scanner

deci $u'' = 40 \sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, unde $\frac{\pi}{2}$ corespunde fazei inițiale

$$\varphi_{02} = \varphi_2 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

u reprezintă tensiunea la bornele circuitului și deci suma căderilor de tensiune pe elementele care alcătuiesc circuitul. În consecință:

$$u = u' + u'' + u_5 \text{ sau}$$

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$$

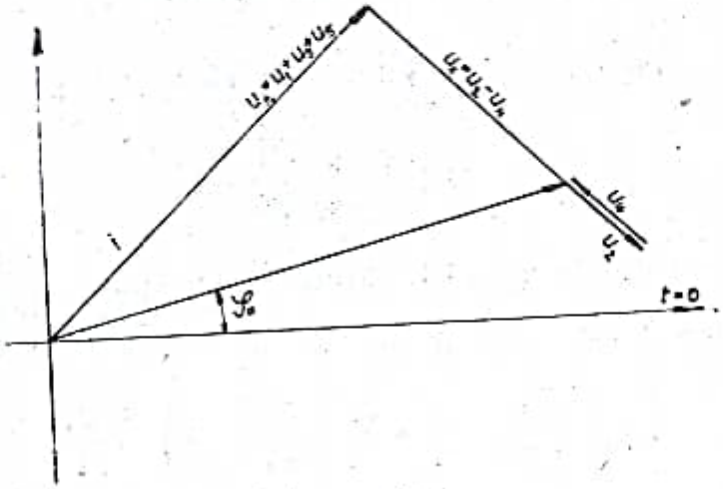


Fig. E.175 (b)

Făcînd din nou apel la metoda fazorială se observă că

$$U_{max} = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}. \text{ Deci } U_{max} = \underset{\max}{IZ} = 116\sqrt{2} \text{ V}$$

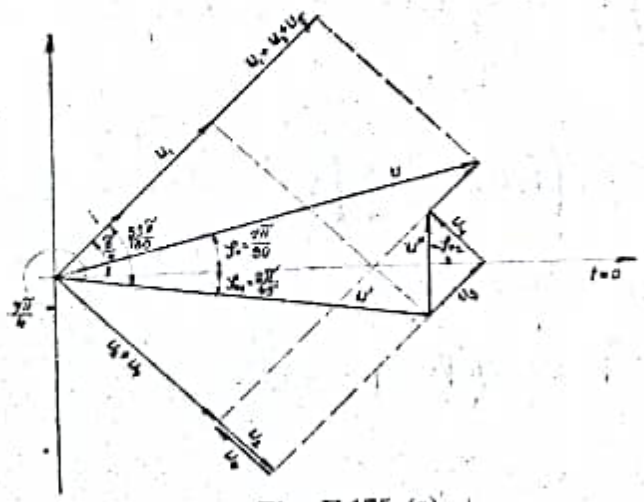


Fig. E.175 (c)

Pentru a determina faza inițială vom calcula

$$\text{tg } \varphi_3 = \frac{X_L - X_C}{R} =$$

$$= \frac{60\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tg } \varphi_3 = 0{,}6\,;$$

$$\varphi_3 = 31^\circ = \frac{31\,\pi}{180} \text{ rad}$$

adică defazajul lui u în raport cu i.

Scanned with OKEN Scanner

Faza inițială va fi $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{31\pi}{180} = \frac{7\pi}{90}$

Cu aceasta ecuația lui u va fi

$$U = 116\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{7\pi}{90}\right) \text{V}$$

2. Fiind circuit serie, rezistența circuitului va fi :

$R = R_1 + R_3 + R_5$, deci

$R = 10$ ohmi, iar rectanța circuitului va fi

$$X = X_{L1} - X_{C2} = -6 \text{ ohmi}$$

Impedanța circuitului serie este

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \text{ deci}$$

$$Z = \sqrt{100 + 36} \approx 11{,}6 \text{ ohmi}$$

3. Pentru calcularea puterilor active și reactive folosim relațiile :

$$Pa = UI\cos\varphi = RI^2; \; Pr = XI^2$$

$$Pa = 10 \cdot 100 = 10^3 \text{W}$$

$$Pr = -6.100 = -600 \text{ Var.}$$

Puterea aparentă va fi : $P = UI = ZI^2$

sau $P = \sqrt{P_a^2 + P_r^2}$

$$P = \sqrt{10^6 + 36 \cdot 10^4} = 10^2\sqrt{136} = 11{,}6 \cdot 10^2 \text{ VA}$$

5. Factorul de putere al circuitului este :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}; \; \cos\varphi = \frac{10}{\sqrt{136}} = 0{,}85$$

E.176. O sursă avînd t.e.m. $e = \sqrt{2}E\sin(\omega t + \gamma)$, rezistența internă r și reactanța internă x, alimentează un receptor care ia o putere activă P și o putere reactivă Q. Se cer :

1. Rezistența R și reactanța X a receptorului ;
2. Valoarea efectivă a intensității curentului debitat de sursă ;
3. Valoarea efectivă a tensiunii la bornele sursei ;
4. Randamentul sursei.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE:

Analizînd datele problemei observăm că prin cunoaşterea puterii active şi a puterii reactive luate de receptor de la sursă, avem posibilitatea să determinăm factorul de putere al circuitului, cos φ, şi deci unghiul de defazaj φ dintre curent şi tensiune la bornele receptorului:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Utilizînd fig. ER.176 a, diagrama fazorială pentru circuitul serie, rezultă că:

$$R = Z \cos \varphi; \qquad X = Z \sin \varphi$$

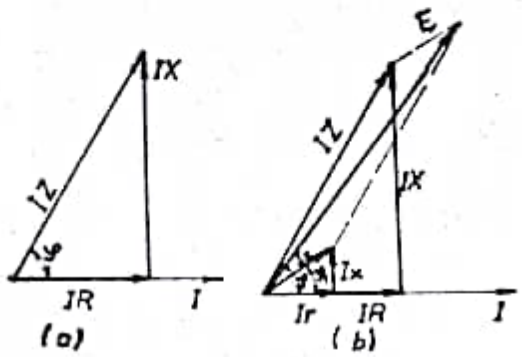


Fig. E.R.176.

fapt ce impune determinarea impedantei Z a receptorului cu ajutorul celorlalte date din problemă.

Pentru o mai bună înţelegere a problemei vom ridica diagrama fazorială a circuitului (fig. E.R. 176 b).

Conform acestei figuri, între t.e.m. E a sursei, Iz căderea interioară de tensiune şi IZ, tensiunea la bornele circuitului, putem scrie relaţia:

$$a)\ E^2 = I^2(z^2 + Z^2 + 2zZ \cos \Delta\varphi)$$

unde:

$z = \sqrt{r^2 + x^2}$ — reprezintă impedanţa sursei, iar $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_1$; reprezintă defazajul, φ_1 fiind dat de relaţia

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{r}{z}$$

Din expresia puterii aparente $S = ZI^2$ obţinem I în funcţie de $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ şi Z.

Introducînd pe I în prima relaţie, obţinem o relaţie în care singura necunoscută este Z.

$$E^2 = \frac{S}{Z}(z^2 + Z^2 + 2zZ \cos \Delta\varphi)$$

Din această relaţie putem obţine pe Z

$$ZE^2 = S(z^2 + Z^2 + 2zZ \cos\Delta\varphi)$$

sau

$$SZ^2 + (2\ Sz\cos\ \Delta\varphi - E^2)Z + Sz^2 = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$Z_{1,2} = \frac{-2zS\cos\Delta\varphi + E^2 \pm \sqrt{(2zS\cos\Delta\varphi - E^2)^2 - S^2z^2}}{2S}$$

care mai poate fi scrisă :

$$Z_{1,2} = z\left(-\cos\Delta\varphi + \frac{E^2}{2zS}\right) \pm \sqrt{\left(\cos\Delta\varphi - \frac{E^2}{2zS}\right)^2 - 1}$$

Valorile rezistenţei şi rectanţei vor fi :

$$R_{1,2} = Z_{1,2}\cos\varphi \quad ; \quad X_{1,2} = Z_{1;2}\sin\varphi$$

2. Valoarea efectivă a intensităţii curentului din circuit se obţine din relaţia $P = I^2 R$, deci :

$I_1 = \sqrt{\frac{P}{R_1}}$; $I_2 = \sqrt{\frac{P}{R_2}}$, ambele valori fiind posibile.

3. Valoarea efectivă a tensiunii la bornele circuitului va fi dată de relaţiile :

$$U_1 = \frac{S}{I_1} \quad ; \quad U_2 = \frac{S}{I_2}$$

4. Randamentul sursei reprezintă raportul dintre puterea debitată în circuitul exterior şi puterea totală a sursei :

$$\eta = \frac{P}{P_c}$$

E.177. Un circuit electric, alimentat cu o tensiune alternativă, cuprinde o bobină M cu miez magnetic, un condensator plan P şi un rezistor K legat în serie. Bobina are lungimea $l = 30$ cm şi este constituită din $N = 100$ spire cu raza $r = 2$ cm. Rezistorul are rezistenţa $R_1 = 10$ ohmi. Tensiunea efectivă la bornele rezistorului R are cea mai mare valoare, egală cu $U_1 = 0{,}6$ V, pentru o frecvenţă $f_1 = 35$ kHz a generatorului care alimentează circuitul şi o distanţă d_1, între armăturile condensatorului.

Pentru aceiaşi distanţă d_1, dar pentru o frecvenţă $f_2 = 50$ kHz, tensiunea efectivă la bornele rezistorului scade la $U_2 = 0{,}002$ V. Dacă în cazul frecvenţei f_2, distanţa dintre armăturile condensatorului se măreşte cu $\Delta d = 1{,}8$ mm, tensiunea la bornele rezistorului atinge din nou valoarea $U_3 = U_1 = 0{,}6$ V. Dielectricul dintre armăturile condensatorului este aerul.

Să se determine :

Scanned with OKEN Scanner

1. Valorile C_1 și C_2 ale capacității condensatorului în cele două poziții ale armăturilor, aria fiecărei armături fiind $A = 400\ cm^2$, iar permitivitatea aerului, fiind

$$\varepsilon_r = \frac{1}{4\pi 9 \cdot 10^9}\ \frac{F}{m}$$

2. Distanța d_1 dintre armăturile condensatorului;
3. Inductanța L a bobinei;
4. Rezistența echivalentă a întregului circuit (inclusiv rezistența activă a bobinei);
5. Permeabilitatea relativă μ_r a miezului magnetic al bobinei, cunoscîndu-se permeabilitatea vidului $\mu_0 = 4\pi\, 10^{-7}\ H/m$

REZOLVARE

Analizînd conținutul problemei, reținem că aceasta se referă la un circuit de curent alternativ, cu elementele legate în serie, că pentru frecvența f_1 și distanța d_1 între armăturile condensatoeului, este îndeplinită condiția de rezonanță a tensiunilor la bornele celor două elemente reactive din circuit, deci, căderea de tensiune pe rezistorul R, va fi $U_1 = I_1 R_1$, $_{max}$

unde I_1, în acest caz este $I_1 = \dfrac{U}{R_1 + R_M}$, deoarece

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2}}$$

unde $X_{L1} = X_{C1}$, adică $X_{L1} = 2\pi f_1 L$ și

$$X_1 = \frac{1}{2\pi f_1 C_1} = \frac{1}{2\pi f_1 \dfrac{\varepsilon_0\, \varepsilon_r\, A}{d_1}};$$

că în cazul modificării frecvenței la f_2 nu mai este îndeplinită condiția de rezonanță, deci $I_2 = \dfrac{U}{\sqrt{(R_1 + R_M)^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2}}$

unde $X_{L2} = 2\pi f_2 L_2$ și $X_{C2} = \dfrac{1}{2\pi f_2 C_1}$, și că

prin modificarea cu Δd a distanței dintre armăturile condensatorului, determinăm, modificarea reactanței capacitive ceea ce implică reinstaurarea regimului de rezonanță, Deci:

$I_3 = I_1 = \dfrac{U_1}{R_1}$ iar $X_{L2} = X'_{C2}$, adică

$$2\pi f_2 L = \frac{1}{2\pi f_2 \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d_1 + \Delta d}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Prin împărțirea relației

$$2\pi f_1 L = \frac{1}{2\pi f_1 \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d_1}}$$

cu relația

$$2\pi f_2 L = \frac{1}{2\pi f_2 \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d_1 + \Delta d}}$$

obținem d_1 necesar la calcularea capacităților C_1 și C_2.

Cu $d_1 = \dfrac{f_1}{f_2^2 - f_1^2}$, Valorile capacităților vor fi

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{\Delta d} \cdot \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2} = 204{,}6 \text{ pF}$$

și $C_2 = \dfrac{f_1^2}{f_2^2}$; $\quad C_2 = 100{,}25$ pF

2. $d_1 = 1{,}73$ mm.

3. $L = \dfrac{1}{(2\pi f_1)^2 C_1}$; $L = 0{,}101$ H

4. Pentru calcularea rezistenței totale a circuitului $R = R_1 + R_M$. Apelăm la relațiile

a) $I_1 = \dfrac{U_1}{R_1} = \dfrac{U}{R_1 + R_M} \Rightarrow U = \dfrac{U_1 R}{R_1}$

b) $I_2 = \dfrac{U_2}{R_1}$

c) $I_2 = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2}}$

Introducînd pe U și pe I_2 în relația (c), obținem

$$\frac{U_2}{R_1} = \frac{U_1 R}{R_1 \sqrt{R^2 + \left(2\pi f_2 L_2 - \dfrac{1}{\pi f_2 C_1}\right)^2}}$$

sau

$$U_2^2 \left[R^2 + \left(2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C_1}\right)^2 \right] = U^2 R$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$R^2(U_1^2 - U_2^2) = U_2^2\left(2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C_1}\right)^2$$

deci

$$R = \frac{U_2\left(2\pi f_2 L - \frac{1}{2\pi f_2 C_1}\right)^2}{\sqrt{U_1^2 - U_2^2}}$$

cu aceasta

$$R = \frac{0{,}002\left(2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 101 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^4 \cdot 204{,}6 \cdot 10^{-12}}\right)}{\sqrt{0{,}6^2 - 0{,}002^2}}$$

$$R \approx 54\Omega$$

5. Permeabilitatea magnetică a miezului de fier al bobinei se determină din relaţia : $L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{l}$

$$\mu_r = \frac{L\,l}{\mu_0 N^2 S}$$

$$\mu_r = \frac{101 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \pi \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 19{,}24\ \frac{H}{m}$$

E.178. Un circuit cuprinzînd un condensator variabil, o bobină de inductanţă $L = 10^{-4}$ H şi un rezistor de rezistenţă $R = 10\ \Omega$, legate în paralel, este alimentat de la un generator de curent alternativ de frecvenţă $f = 10$ kHz, asigurînd o valoare efectivă constantă $I = 20$ mA a intensităţii totale a curentului. Să se deducă :

1. Valoarea maximă P_m a puterii disipate în rezistorul R ;
2. Capacitatea C_0 a condensatorului variabil pentru care puterea disipată în rezistorul R este maximă ;
3. Capacităţile C_1 şi C_2 ale condensatorului variabil pentru care puterea disipată pe rezistorul R este egală cu jumătate din puterea maximă ;
4. Permitivitatea dielectrică a miezului inductanţei în cazul în care aceasta are forma unui solenoid de secţiune $A = 10^{-4}$ m^2, înfăşurarea de $N = 100$ spire fiind efectuată pe o lungime de $l = 0{,}1$ m. Viteza undelor electromagnetice în miezul inductanţei fiind $v = 10^8$ m/s.

REZOLVARE

Sîntem în cazul unui circuit paralel simplu, iar în acest caz, între curenţii din fiecare ramură şi curentul principal există relaţia :

$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2$$

Scanned with OKEN Scanner

În caz de rezonanţă $I_L = I_C$ şi deci $I = I_0 = I_R$, adică întreg curentul debitat de generator va străbate rezistorul R şi deci pe rezistor va fi disipată o putere maximă :

1. $P_m = RI_0^2 = RI^2$

$$P_m = 10 \cdot 400 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-3}\,\text{W}$$

2. Din condiţia de rezonanţă a curenţilor avem

$$2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C_0}, \text{ de unde}$$

$$C_0 = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$$

$$C_0 = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4}} = 2{,}53\,\mu\text{F}$$

3. Puterea desipată pe rezistorul R în afara regimului de rezonanţă este $P = RI_R^2$.

Din condiţia ca $P = \frac{Pm}{2}$, adică

$$RI_R^2 = \frac{Pm}{2};\quad RI_R^2 = \frac{RI^2}{2}, \text{ deci,}$$

$$I_R = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Înlocuind pe I_R cu relaţia $I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$ obţinem $I_L - I_C = \pm\frac{I}{\sqrt{2}} = I_R$, echivalentă cu relaţia : $\left(\frac{1}{\omega_L} - \omega C\right) = \frac{1}{R}$ dar $\frac{1}{\omega L} = C_0\omega$ la rezonanţă, deci $\omega(C_0 - C) = \frac{1}{\omega R}$

$$C = C_0 \pm \frac{1}{\omega R} \begin{cases} C_1 = 0{,}94 \cdot 10^{-6}\,\text{F} \\ C_2 = 4{,}12 \cdot 10^{-6}\,\text{F} \end{cases}$$

4. $\mu_r = \frac{Ll}{\mu_0 N^2 A}$; $\mu_r = 7{,}96$

Se ştie că între viteza undelor electromagnetice ε şi μ există relaţia : $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ de unde $\varepsilon = \frac{1}{\mu v^2}$, dar $\varepsilon = \varepsilon_0\,\varepsilon_r$, deci $\varepsilon_r = \frac{1}{\mu\varepsilon_0 v^2}$

Cu aceasta $\varepsilon_r = 1{,}13$

Scanned with OKEN Scanner

E.179. O bobină dreptunghiulară, executată din $N = 250$ spire, cu suprafaţa $S = 25\ cm^2$, se roteşte cu turaţia constantă $n = 3000$ rot/min. într-un cîmp de inducţie magnetică $B = 0{,}8$ T. Spira se roteşte în jurul unui diametru perpendicular pe liniile cîmpului magnetic.

1. Să se calculeze mărimea t.e.m. indusă în bobină la un moment „t" oarecare şi valoarea maximă a acesteia.

2. Să se calculeze t.e.m. la momentul $t = 0$, cunoscînd că în acest moment planul spirei este paralel cu liniile cîmpului magnetic.

E.180. O bobină formată din 30 spire este parcursă de un flux:

$$\Phi = 0{,}03 \sin 100\,\pi t \text{ Wb}$$

Să se construiască curba de variaţie a fluxului şi a t.e.m. induse, în funcţie de timp.

E.181. Să se reprezinte grafic t.e.m. sinusoidală

$$e = 50 \sin\left(628\,t + \frac{\pi}{3}\right) \text{V}$$

2. Să se determine perioada, frecvenţa, valoarea maximă a t.e.m. valorile instantanee la momentele $t_0 = 0$,

$$t_1 = -\frac{1}{2400}\text{ s};\ t_2 = \frac{1}{1200}\text{ s};\ t_3 = \frac{1}{600}\text{ s};$$

$$t_4 = \frac{1}{300}\text{ s};\ t_5 = \frac{7}{1200}\text{ s}$$ şi decalajul lor faţă de origine.

E.182. Se consideră aceiaşi problemă pentru curentul:

$$i = 10 \sin\left(1256\,t - \frac{\pi}{4}\right) \text{A}.$$

E.183. Să se scrie ecuaţia unui curent care variază sinusoidal în timp cu amplitudinea 15 A, perioada 0,02 s şi care faţă de origine este decalat cu $t = 0{,}00125$ s.

E.184. Să se scrie ecuaţia unui curent sinusoidal cu amplitudinea $I_m = 20$A, frecvenţa de 50 Hz, ştiind că la momentul iniţial ($t = 0$) intensitatea curentului are valoarea $I_0 = 10$ A

E.185. Să se determine valorile efective şi frecvenţele mărimilor sinusoidale:

$$U_1 = 100 \sin 50\pi\,t \text{ (volţi)}$$

$$U_2 = 20\sqrt{3} \sin\left(200\,t + \frac{\pi}{3}\right) \text{(volţi)}$$

$$i = 4 \cos t \text{ A}$$

Scanned with OKEN Scanner

E.186. Prin trei ramuri ale unui nod de rețea curenții au valorile :

$$i_1 = 5\sqrt{2}\sin \omega t \text{ A}$$

$$i_2 = 4\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{A}$$

$$i_3 = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{A}$$

Care va fi valoarea curentului în cea de a patra ramură a aceluiași nod?

E.187. Determinați tensiunea u la bornele circuitelor din fig. E.187 (a) și (b) cu

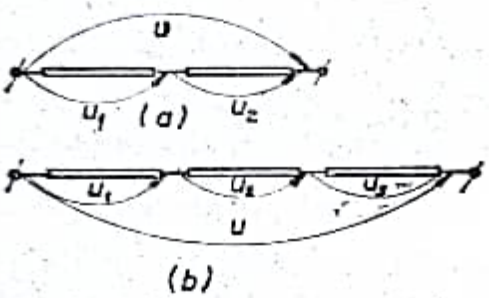


Fig. E.187 (a, b)

$$u_1 = \sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{V}$$

$$u_2 = \sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{V}$$

$$u_3 = 2\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) \text{V}$$

E.188. Într-un circuit dipolar pasiv având tensiunea la borne $u_1 = 20\sqrt{2}\sin\omega t$ volți și intensitatea $i = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$A, să se determine factorul de putere, impedanța, rezistența și reactanța, puterea acestora, reactivă și aparentă.

Să se construiască diagrama vectorială a curentului și a tensiunii.

E.189. Să se rezolve problema E 188 pentru :

$$u = \sin\omega t \text{ V}$$

$$i = -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{A}$$

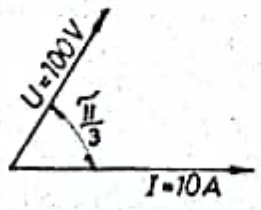


Fig. E.190

E.190. Se dă diagrama fazorială a curentului și a tensiunii la bornele unui circuit dipolar (fig. E 190). Se cer :

1. Rezistența, reactanța și impedanța circuitului ;
2. Puterea activă și reactivă ;
3. Factorul de putere

E.186. Prin trei ramuri ale unui nod de rețea curenții au valorile :

$$i_1 = 5\sqrt{2}\sin \omega t \text{ A}$$

$$i_2 = 4\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{A}$$

$$i_3 = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{A}$$

Care va fi valoarea curentului în cea de a patra ramură a aceluiași nod?

E.187. Determinați tensiunea u la bornele circuitelor din fig. E.187 (a) și (b) cu

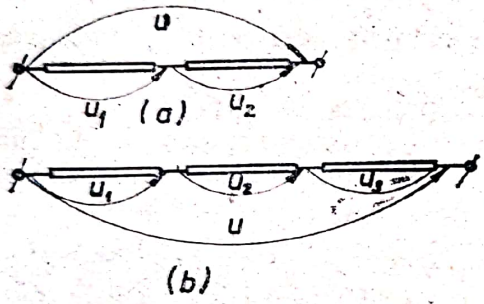


Fig. E.187 (a, b)

$$u_1 = \sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{V}$$

$$u_2 = \sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{V}$$

$$u_3 = 2\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) \text{V}$$

E.188. Într-un circuit dipolar pasiv având tensiunea la borne $u_1 = 20\sqrt{2}\sin\omega t$ volți și intensitatea $i = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$A, să se determine factorul de putere, impedanța, rezistența și reactanța, puterea acestora, reactivă și aparentă.

Să se construiască diagrama vectorială a curentului și a tensiunii.

E.189. Să se rezolve problema E 188 pentru :

$$u = \sin\omega t \text{ V}$$

$$i = -\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{A}$$

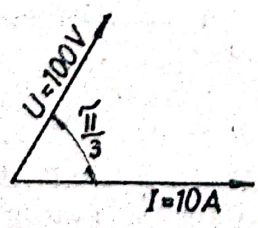


Fig. E.190

E.190. Se dă diagrama fazorială a curentului și a tensiunii la bornele unui circuit dipolar (fig. E 190). Se cer :

1. Rezistența, reactanța și impedanța circuitului ;
2. Puterea activă și reactivă ;
3. Factorul de putere

Scanned with OKEN Scanner

E.191. Într-un nod al unei rețele curenții au valorile

$$i_1 = 6 \sin \omega t \text{ A}, \quad i_2 = 8 \cos \omega t \text{ A}.$$

Să se calculeze valoarea curentului $i_0 = i_1 + i_2$.

E.192. Se consideră aceiași problemă pentru curenții :

$$i_1 = 5 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right) \text{A}; \quad i_2 = 7 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{A}$$

E.193. Care este valoarea maximă a unui curent alternativ sinusoidal, dacă. trecînd printr-o rezistență de 5 ohmi, disipează o putere de 80 W?

E.194. La bornele unui generator avînd tensiunea $u = 200\sqrt{2} \sin 314t$, este legată o rezistență $R = 25$ ohmi.

Să se determine :

1. Expresia valorii curentului care trece prin rezistență și valoarea sa eficace ;
2. Puterea activă și puterea aparentă furnizate de sursă ;
3. Să se construiască diagrama de variație a tensiunii u, a curentului i și a puterii instantanee $p = ui$, în funcție de timp ; să se construiască și diagrama fazorială a tensiunii și curentului.

E.195. La o rețea cu tensiunea eficace $U = 120$ V sînt legate în serie rezistoarele cu rezistențele $R_1 = 9$ ohmi și $R_2 = 6$ ohmi. Să se calculeze valoarea curentului în circuit și a puterii disipate.

E.196. La o rețea cu tensiunea $U = 120$ V și cu frecvența $f = 50$ Hz este legată inductanța $L = 0{,}07643$ H.

Să se calculeze :

1. Valoarea eficace a curentului și ecuația valorii sale instantanee dacă se ia ca origine de fază tensiunea U a rețelei, factorul de putere ;
2. Puterea activă, reactivă și aparentă ;
3. Variația în timp a tensiunii u, a curentului i, și a puterii $p = u.i$, diagrama fazorială.

E.197. La o rețea sînt legate în serie două inductanțe cu valorile $L_1 = 0{,}2$ H și $L_2 = 0{,}15$ H. Frecvența rețelei este 50 Hz și curentul din circuit $I = 2$ A. Să se determine tensiunea rețelei și tensiunea la bornele fiecăreia dintre aceste inductanțe.

E.198. La o rețea cu tensiunea $U = 120$ V și cu frecvența $f = 50$ Hz este legat un condensator cu capacitatea $C = 200$ μF. Să se calculeze.

1. Valoarea eficace a curentului și factorul de putere ;
2. Puterea activă, reactivă și aparentă ;
3. Diagrama fazorială.

E.199. Doi condensatori cu capacitățile $C_1 = 0{,}3$ μF și $C_2 = 0{,}6$ μF. sînt legați în serie la o rețea cu tensiunea $U = 120$ V. Curentul din circuit are intensitatea $I = 15{,}1$ mA. Să se determine frecvența rețelei.

Scanned with OKEN Scanner

E.200. O lampă electrică de 40 W și 100 V trebuie alimentată de la o rețea de 120 V cu frecvența $\nu = 50$ Hz. Pentru alimentarea lămpii cu tensiunea nominală $U_n = 100$ V se montează în serie cu aceasta:

1. O rezistență R; 2. O capacitate C; 3. O inductanță L.

Să se calculeze valorile mărimilor R, L și C, randamentul și factorul de putere în fiecare din cazurile considerate mai sus. Ce concluzie se desprinde?

E.201. O rezistență $R = 8$ ohmi este legată în serie cu o bobină cu reactanța inductivă $X_L = 6$ ohmi. Circuitul este alimentat de la o sursă cu tensiunea $U = 120$ V.

Să se determine:

1. Impedanța circuitului și curentul I din circuit;
2. Tensiunea la bornele rezistenței și tensiunea la bornele bobinei;
3. Factorul de putere;
4. Puterea activă, reactivă și aparentă.

E.202. O bobină de inducție cu rezistența R și inductanța L, alimentată de la sursa de curent continuu cu tensiunea $U_c = 24$ V, este parcursă de curentul $I_c = 4$ A.

Alimentînd aceiași bobină de la o sursă de curent alternativ cu tensiunea $U = 120$ V și cu frecvența $f = 50$ Hz, curentul în circuit devine $I = 12$ A. Să se determine inductanța bobinei.

E.203. La o rețea cu tensiunea $U = 220$ V și cu frecvența $f = 50$ Hz sînt legate în serie o rezistență $R = 14$ ohmi și o capacitate $C = 66{,}35\,\mu$F. Să se determine:

1. Reactanța și impedanța circuitului;
2. Curentul în circuit;
3. Tensiunea la bornele rezistenței și tensiunea la bornele condensatorului;
4. Factorul de putere;
5. Puterea activă, puterea reactivă și puterea aparentă.

E.204. O bobină de inducție cu rezistența $R = 16$ ohmi și reactanța inductivă $X_L = 30$ ohmi este legată în serie cu un condensator a cărui reactanță capacitivă este $X_C = 18$ ohmi. Circuitul este alimentat de la o rețea cu tensiunea $U = 120$ V.

Să se determine:

1. Impedanța circuitului, intensitatea curentului și factorul de putere al circuitului;
2. Tensiunea la bornele bobinei și tensiunea la bornele condensatorului;
3. Puterea activă, reactivă și aparentă în circuit.

E.205. În serie cu o bobină de inducție avînd rezistența $R = 7$ ohmi și reactanta $X_L = 24$ ohmi este montat un condensator. Ce reactanță are condensatorul, dacă tensiunea la bornele bobinei este egală cu tensiunea la bornele condensatorului și care este factorul de putere în acest caz?

E.206. Un receptor cu rezistența $R = 10^3$ ohmi este montat în serie cu o inductanță $L = 0{,}4$ H și cu capacitatea $C = 0{,}2\,\mu$F. La ce va-

Scanned with OKEN Scanner

loare a frecvenței curentul din circuit este decalat cu $\frac{\pi}{4}$ față de tensiunea de alimentare?

E.207. O sursă ideală de tensiune are t.e.m. $e = \sqrt{2} \cdot 220 \sin \omega t$. V și debitează un curent $i = \sqrt{2} \cdot 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$ A. Se cer:

1. Puterea activă și puterea reactivă debitată de sursă;
2. Puterea maximă instantanee dată de sursă.

E.208. O bobină ideală are inductivitatea $L = 1$ H și este parcursă de un curent de intensitate $i = 10 \sin 100\pi t$ A. Să se afle:

1. Reactanța bobinei;
2. Expresia valorii instantanee a tensiunii;
3. Puterea reactivă primită de bobină;
4. Valoarea maximă a energiei înmagazinată în cîmpul magnetic al bobinei.

E.209. Un condensator are capacitatea $C = 100 \mu$F. Să se afle:

1. Valoarea instantanee a tensiunii;
2. Reactanța condensatorului;
3. Reactanța capacitivă;
4. Puterea reactivă primită de condensator;
5. Valoarea maximă a energiei cîmpului electric din condensator, intensitatea curentului din circuit fiind $i = \sqrt{2} \cdot 100 \sin 1000\, t$ mA.

E.210. O bobină cu rezistența R și inductivitatea L are la borne o tensiune $u = 12 \sin 500\, t$ V și este parcursă de curentul $i = 4 \sin\left(500t - \frac{\pi}{3}\right)$ A.

Se cer:

1. Energia consumată de bobină în timp de 5 minute;
2. Valoarea maximă a energiei din cîmpul magnetic al bobinei;
3. Rezistența și inductivitatea bobinei;
4. Valoarea instantanee a intensității curentului din bobină dacă frecvența se reduce la jumătate.

E.211. O bobină de rezistență R și inductivitate L este legată în serie cu un condensator C. Tensiunea sinusoidală la bornele circuitului are valoarea efectivă $U = 100$ V. Tensiunea la bornele condensatorului are o valoare maximă triplă față de valoarea maximă a t.e.m. de autoinducție din bobină. Factorul de putere al circuitului este $\cos \varphi = \frac{4}{5}$.

Se cer:

1. Diagrama fazorială a tensiunilor;
2. Căderile de tensiune rezistivă, inductivă și capacitivă;
3. Tensiunile la bornele bobinei și condensatorului;

Scanned with OKEN Scanner

4. Intensitatea curentului din circuit dacă puterea atcivă este $P = 100$ W;

5. Rezistența, reactanța inductivă și capacitivă;

6. Impedanța circuitului.

E.212. Un circuit de curent alternativ format dintr-o bobină cu rezistență activă și un condensator legate în serie este alimentat la o tensiune de 282 V. Știind că circuitul este parcurs de un curent de 10 A, să se calculeze:

1. Tensiunea la bornele bobinei cunoscîndu-se defazajul dintre curent și tensiunea de alimentare a circuitului $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ și defazajul între curent și tensiunea de la bornele bobinei $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$;

2. Inductanța bobinei;

3. Costul energiei consumate de circuit timp de 30 minute, dacă 1 kWh costă 0,30 lei. Frecvența curentului este $\nu = 50$ Hz.

E.213. Un circuit de curent alternativ alimentat de un generator cu frecvența $f = 5 \cdot 10^3$ Hz și tensiunea $U = 100$ V conține un condensator cu capacitatea $C = \frac{200}{\pi}$ nF și un rezistor cu rezistența $R = 200$ ohmi montate în serie. Se cer:

1. Reactanța capacitivă;
2. Valoarea maximă de alimentare a circuitului;
3. Valoarea efectivă a intensității curentului;
4. Puterea aparentă absorbită de circuit;
5. Inductanța care înlocuind rezistența nu modifică intensitatea curentului;
6. Precizați care sînt mărimile afectate de înlocuirea rezistenței cu o inductanță ideală.

E.214. Un circuit cuprinde, în serie, un generator de tensiune alternativă, un reostat cu rezistența $R_1 = 20$ ohmi și o bobină cu rezistența R și inductanța L necunoscute. Tensiunea la bornele reostatului este $U_1 = 50$ V, la bornele bobinei, $U_2 = 70$ V, la bornele generatorului $U = 87$ V. Să se determine:

1. Intensitatea curentului din circuit;
2. Rezistența R a bobinei;
3. Inductanța L a bobinei;
4. Puterea absorbită de reostat;
5. Puterea absorbită de bobină;
6. Puterea activă a generatorului;
7. Factorul de putere al circuitului

(Frecvența curentului este $f = 50$ Hz).

E.215. Un circuit este compus dintr-o inductanță $L = 0{,}1$ H, un condensator cu capacitatea $C = 1$ μF și un rezistor cu rezistența $R = 10$ ohmi legate în serie.

1. Ce valoare ar trebui să aibă frecvența curentului alternativ ca intensitatea să fie maximă?

Scanned with OKEN Scanner

2. Dacă sistemul este alimentat cu teniunea $U = 120$ V, care este intensitatea curentului pentru această frecvenţă?

3. Care va fi intensitatea curentului dacă valoarea tensiunii de alimentare se menţine aceiaşi dar se dublează frecvenţa?

E.216. Un circuit serie R, L, C, are la borne o tensiune $u = \sqrt{2}\,U \sin \omega t$ V. Să ce calculeze frecvenţa pentru care:

1. Puterea activă a circuitului este maximă;
2. Puterea reactivă totală a circuitului este zero;
3. Puterea reactivă are valori extreme;
4. Valoarea efectivă a căderii de tensiune inductive este maximă;
5. Valoarea efectivă a căderii de tensiune capacitivă este maximă;

Pentru punctele 1 şi 2 se cer şi valorile extreme corespunzătoare.

E.217. Un circuit serie este format dintr-o bobină (R, L) şi un condensator. Se ştie că la rezonanţă, puterea activă a circuitului este $P = 12$ V şi valoarea efectivă a tensiunii la bornele condensatorului este $U_0 = 8$ V, dacă tensiunea la bornele circuitului are valoarea efectivă $U = 6$ V. Se cer:

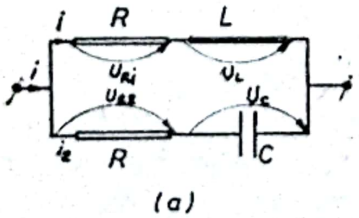
1. Tensiunea la bornele bobinei;
2. Rezistenţa, reactanţa inductivă şi reactanţa capacitivă;
3. Factorul de putere al circuitului:
4. Mărimile de la 1 şi 3 dacă se menţine valoarea efectivă a tensiunii la borne şi se măreşte de patru ori valoarea frecvenţei.

E.218. Se consideră un circuit paralel alcătuit dintr-un rezistor şi un condensator ideal. Valorile efective ale tensiunii şi intenstăţii de alimentare a circuitului fiind $U = 100$ V şi $I = \sqrt{2} \cdot 10^{-1}$ A, puterea activă $P = 10$W. Se cer:

1. Rezistenţa şi reactanţa capacitivă a circuitului;
2. Intensităţile efective ale curenţilor prin cele două derivaţii;
3. Factorul de putere al circuitului;
4. Diagrama fazorială.

E.219. Un rezistor cu rezistenţa $R = 6$ ohmi este parcurs de un curent cu valoarea efectivă $I_R = 6$ A. La bornele acestuia se conectează în paralel, o bobină ideală cu reactanţa inductivă $X_L = 8$ ohmi. Dacă tensiunea de alimentare a circuitului rămîne neschimbată, iar frecvenţa acesteia este $f = 50$ Hz, se cere:

1. Tensiunea de alimentare a circuitului;
2. Intensităţile I_r şi I_L a curenţilor care străbat cele două ramuri ale circuitului;
3. Impedanţa şi inductanţa circuitului;
4. Factorul de putere;
5. Puterile active, reactive absorbite de circuit.



(a)

Fig. E.220.

E.220. Rezistoarele, bobina ideală şi condensatorul din circuitul reprezentat în figura E.220, au parametrii care satisfac relaţia $R = X_L = X_C$. Tensiunea de alimentare este $u = \sqrt{2}\ U \sin(\omega t + \gamma)$ Se cer:

1. I, I_1, I_2;
2. i, i_1, i_2

Scanned with OKEN Scanner

3. Impedanţa echivalentă Z_e, rezistenţa echivalentă R_e şi reactanţa echivalentă X_e a circuitului;
4. Tensiunile U_{R1}, U_{R2}, U_L, U_C;
5. Puterile totale, active şi reactive ale circuitului;

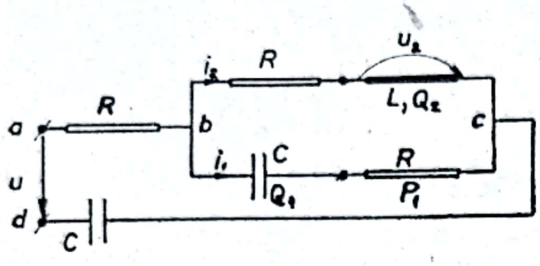


Fig. E.221

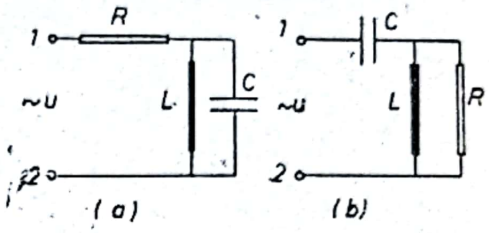


Fig. 222 (a,b)

E.221. Se ştie că circuitul reprezentat în figura E. 221 are în regim sinusoidal $R = 2\Omega$, $P_1 = 2$ W; $Q_1 = -2$ Var; $U_{m2} = 2\sqrt{2}\cdot$V
Se cer:
1. Q_2;
2. U;
3. P, Q;
4. cosφ pentru întregul circuit
5. I

E.222. Se consideră următoarele două circuite (fig. E.222 (a) şi (b)) în care $R = 40\ \Omega$, $L = \frac{300}{\pi}$ mH, $C = \frac{2000}{3\pi}\mu$F, iar tensiunea de alimentare are valoarea $U = 100$ V şi frecvenţa $f = 50$ Hz.
Să se calculeze pentru fiecare circuit:
1. Impedanţele echivalente între bornele 1–2;
2. Valorile eficace ale intensităţilor curenţilor I_R, I_L, I_C;
3. Factorii de putere;
4. Valorile puterilor active, reactive şi aparente.

ELECTRONICA

I. TUBURI ELECTRONICE

EL.1. Curentul emis de un catod cu oxizi la temperatura $T_1 = 1\,000$ K este I_1. Dacă temperatura se mărește de două ori, curentul emis devine I_2. Știindu-se că $\frac{I_2}{I_1} = 4 \cdot 10^6$, să se determine potențialul de ieșire U_0 al materialului.

REZOLVARE

Densitatea curentului de emisie este dată de legea lui Richardson:

$$J = A T^2 e^{-\frac{W_0}{KT}}$$

unde A — este o constantă care depinde de natura materialului emisiv.
T — temperatura absolută a catodului
W_0 — lucrul de ieșire $W_0 = eU_0$
K — constanta lui Boltzmann.
Fie S — suprafața emisivă a catodului

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= J_1 \cdot S = S \cdot A \cdot T_2^2 e^{-\frac{W_0}{KT_1}} \\ I_2 &= J_2 \cdot S = S \cdot A \cdot T_1^2 e^{-\frac{W_0}{KT_2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2} e^{\frac{W_0}{K} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}} \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2}\right) = \frac{W_0}{K} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \Rightarrow \ln 10^6 = \frac{W_0 \cdot 10^3}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 2 \cdot 10^6}$$

$$W_0 = 3{,}813 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

$$W_0 = 2{,}38 \text{ eV}.$$

$$W_0 = e\,U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{W_0}{e} \Rightarrow U_0 = 2{,}38 \text{ V}$$

Valoare ce corespunde oxizilor de Ba.

Scanned with OKEN Scanner

EL.2. Cu ajutorul unui filament de wolfram, se obține un curent de emisie de 100 mA. Filamentul este încălzit cu un curent de 0,8 A, tensiunea de filament fiind de 6,3 V. Să se determine energia cu care electronii părăsesc catodul, știindu-se că 10 % din puterea de încălzire se consumă pentru emisie. Valoarea potențialului de ieșire pentru wolfram este $U_0 = 4{,}52$ V.

REZOLVARE

Puterea absorbită de filament este:

$$P_f = U_f \cdot I_f.$$

Puterea consumată pentru emisie va fi:

$$P_e = 10\%\ P_f = \frac{nW}{t} \quad \text{unde:}$$

n = numărul de electroni emiși în timpul t
W = energia preluată de un electron de la catod

Curentul de emisie $I = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{I \cdot t}{e}$

$$0{,}1\ U_f \cdot I_f = \frac{I \cdot t}{e} \cdot \frac{W}{t}$$

$$W = \frac{0{,}1\ U_f \cdot e \cdot I_f}{I} \Rightarrow W = 8 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$W = 5{,}00\ \text{eV}.$$

Această energie servește pentru învingerea stratului de baraj, restul rămînînd sub formă de energie cinetică a electronului emis.

$$W = W_c - eU_0 \Rightarrow W_c = 0{,}48\ \text{eV}.$$

EL.3. Să se determine coordonatele punctului static de funcționare al diodei din fig. EL.3. Curba caracteristică a diodei este reprezentată în figură.

Se dau: $E = 10$ V; $R = 2$ kΩ

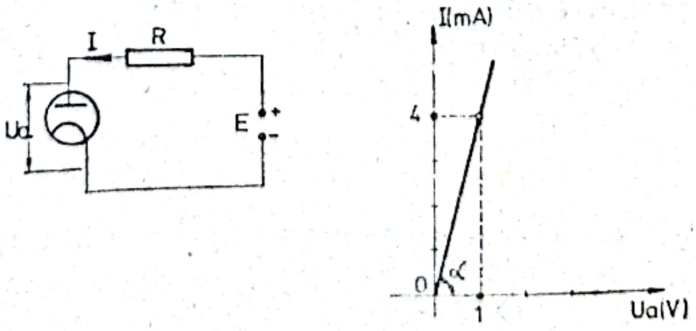


Fig. EL. 3

REZOLVARE

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{I}{U_a} = 4\ \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

deci dreapta caracteristică are ecuaţia:

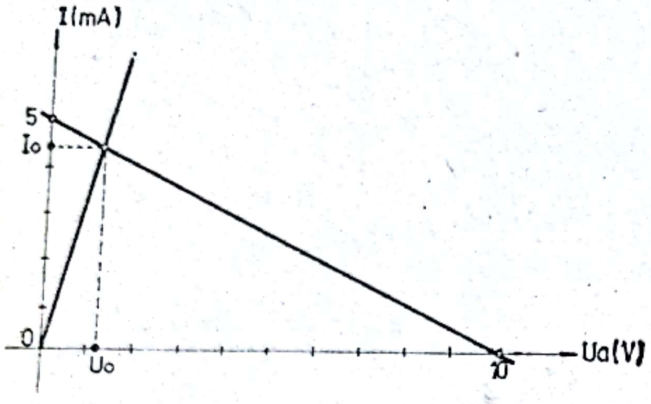


Fig. EL. 3R

$$I = 4\ U_a$$

Conform legii a II-a a lui Kirchhoff

$$E = RI + U_a \Rightarrow I = \frac{E}{R} - \frac{U_a}{R}$$

ecuaţia dreptei de sarcină.

Punctul static de funcţionare se află la intersecţia curbei caracteristice cu dreapta de sarcină.

$$\begin{cases} I = 4\ U_a \\ I = 5 - 0{,}5\ U_a \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} I_0 = 4{,}44\ \text{mA} \\ U_0 = 1{,}11\ \text{V}. \end{matrix}$$

EL.4. O diodă redresoare cu vid admite punctul de funcţionare $U_a = 20$ V şi $I_a = 50$ mA.

Ea se montează ca element redresor în serie cu secundarul unui transformator şi cu rezistenţa $R_s = 5$ kΩ. Transformatorul este alimentat în primar de la reţea de 220 V, are raportul de transformare ridicător $\frac{n_2}{n_1} = 1{,}5$ şi rezistenţa înfăşurării secundare $r_2 = 250\ \Omega$. Aproximînd paracteristica directă a diodei printr-o dreaptă ce trece prin origine şi prin cunctul de funcţionare, se cere:

a. Rezistenţa internă a diodei

b. Valoarea maximă a curentului prin diodă.

c. Valoarea medie a tensiunii şi curentului redresat.

d. Randamentul redresării definit ca raport dintre puterea de curent continuu în rezistenţa de sarcină şi puterea activă în sarcină.

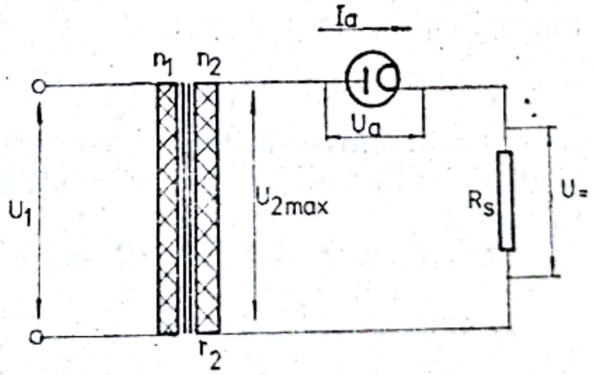


Fig. EL. 4

REZOLVARE

a. Deoarece caracteristica diodei se aproximează printr-o dreaptă, rezistenţa internă a tubului va fi:

$$R_i = \frac{U_a}{I_a} \Rightarrow R_i = 0{,}4\ \text{kΩ}$$

b. Valoarea efectivă a tensiunii în secundar va fi:

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot U_1; \quad U_2 = 330 \text{ V}.$$

Valoarea maximă va fi:

$$U_{2max} = U_2 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow U_{2\,max} = 465{,}3 \text{ V}$$

$$I_{max} = \frac{U_{2max}}{R_i + R_s + r_2}$$

$$I_{max} = 82{,}35 \text{ mA}$$

c. Valoarea maximă a tensiunii la bornele rezistenței de sarcină $U_{max} = R_s \cdot I_{max}$

$$U_{=} = \frac{R_s \cdot I_{max}}{\pi} \Rightarrow U_{=} = 131{,}13 \text{ V}$$

$$I_{=} = \frac{U_{=}}{R_s} \Rightarrow I_{=} = 26{,}22 \text{ mA}$$

d. $\eta = \frac{R_s \cdot I_{=}^2}{R_s \; I^2}$ Deoarece este redresată o singură alternanță valoarea efectivă a intensității curentului va fi:

$$I = \frac{I_{max}}{2} \Rightarrow \eta = \left(\frac{I_{=}}{I}\right)^2 = \left(\frac{\frac{I_{max}}{\pi}}{\frac{I_{max}}{2}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{4}{\pi^2} \Rightarrow \eta = 40{,}56\,\%$$

EL.5. Redresorul bialternanță din fig. EL.5 este echipat cu dubla diodă 6T5S. Știind că sistemul este conectat la rețeaua de 120 V, se cere raportul de transformare al transformatorului de alimentare, pentru ca la bornele rezistenței $R_s = 500\Omega$ componenta continuă a tensiunii să fie $U_{=} = 200$ V. Rezistența înfășurării transformatorului se neglijează, iar rezistența internă a fiecărei secțiuni a diodei este $R_i = 160\ \Omega$.

Să se calculeze randamentul redresării.

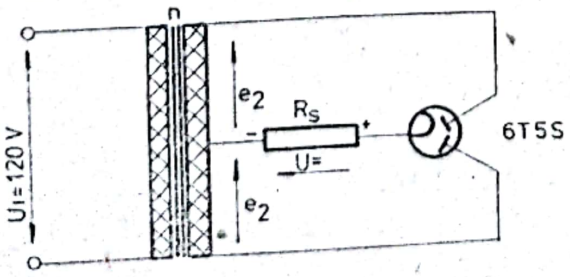


Fig. EL. 5

REZOLVARE

Fie $U_1 = 120$ V valoarea eficace a tensiunii în primar. Valoarea maximă a tensiunii induse în secundar va fi:

$$U_{2m} = n U_1 \sqrt{2}.$$

Fiecare secțiune a dublei diode va fi alimentată la valoarea maximă a tensiunii

$$E_{2m} = \frac{U_{2m}}{2} = \frac{n U_1}{\sqrt{2}}$$

Valoarea maximă a intensității curentului prin R_s va fi:

$$I_m = \frac{E_{2m}}{R_i + R_s}$$

iar valoarea maximă a tensiunii la bornele lui R_s va fi:

$$U_m = R_s \cdot I_m$$

Fiind redresate ambele alternanțe, componenta continuă a tensiunii a bornele lui R_s va fi:

$$U_- = \frac{2U_m}{\pi} = \frac{2R_s \cdot n \cdot U_1}{\pi \sqrt{2}\,(R_i + R_s)}$$

rezultă

$$n = \frac{\pi \sqrt{2}\,(R_i + R_s) U_-}{2 R_s \cdot U_1}$$

$$n = 4{,}87.$$

Randamentul redresării definit ca raportul dintre puterea în curent continuu și puterea activă pe R_s va fi:

$\eta = \dfrac{R_s \cdot I_-^2}{R \cdot I^2}$ fiind redresate ambele alternanțe $I_- = \dfrac{2 I_m}{\pi}$

iar $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{8}{\pi^2} \Rightarrow \eta = 81{,}12\ \%.$$

Se observă că η este dublu față de cazul redresării monoalternanță

Scanned with OKEN Scanner

EL.6. Un redresor dublă alternanță este alimentat printr-un transformator care are aplicată la bornele secundarului tensiunea $u_2 = 400 \sin 100\pi t$ (V).

Capacitatea condensatorului este atît de mare încît curentul care trece prin rezistența $R_s = 4\text{k}\Omega$ poate fi și considerat constant $I = 25$ mA. Să se calculeze intervalul de timp în care, curentul nu trece prin tub, în decursul unei perioade.

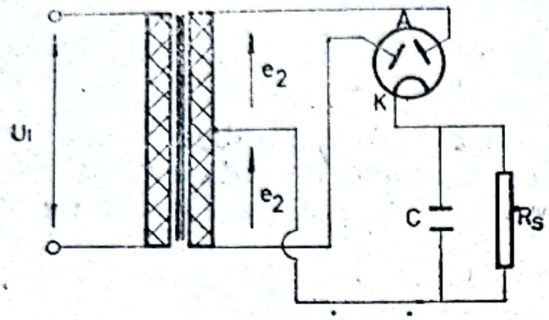


Fig. EL. 6

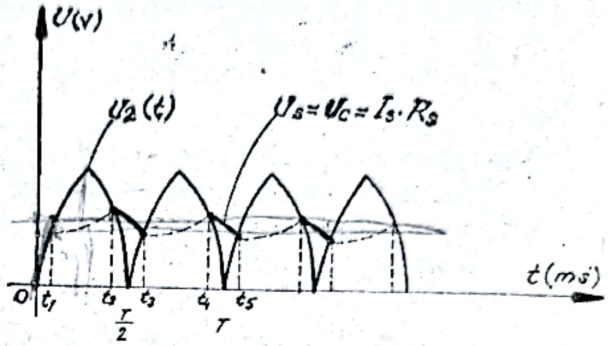


Fig. EL. 6R

REZOLVARE

Tensiunea maximă în secundar $U_{2m} = 400$ V.

Deci tensiunea maximă pe fiecare secțiune a diodei va fi:

$$E_{2m} = \frac{U_{2m}}{2} = 200 \text{ V}.$$

Tensiunea la bornele condensatorului de filtraj, respectiv la bornele lui R_s este:

$$U_s = U_{R_s} = R_c \cdot I = 100 \text{ V}.$$

Diferența de potențial între A și K este comandată de potențialul armăturii condensatorului de filtraj, legată la K.

$$|E_2| = U_c \qquad E_{2m} \sin\omega t = U_c.$$

$$\sin\omega t = \frac{U_c}{E_{2m}} = \frac{1}{2}; \qquad \omega t_1 = \frac{\pi}{6}$$

$t_1 = \dfrac{\pi}{6\omega}$ timpul cît nu circulă curent prin tub într-un sfert de perioadă.

Deci în timp de o perioadă curentul nu va circula un timp $t = 4t_1 = 4\dfrac{\pi}{6\omega}$ s

$$t = 6{,}66 \text{ ms}.$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.7. Să se deducă ecuaţia fundamentală a triodei şi să se reprezinte schema echivalentă cu generator de tensiune constantă precum şi schema echivalentă cu generator de curent constant ale unui etaj de amplificare cu triodă.

REZOLVARE

Intensitatea curentului anodic este comandată de valoarea tensiunii anodice cît şi de valoarea tensiunii de grilă.

$$I_a = f(U_a, U_g).$$

Variaţia curentului anodic ΔI_a, poate fi scrisă ca suma dintre variaţia curentului anodic produsă de modificarea tensiunii de grilă cînd $U_a = \text{const.}$ şi variaţia curentului anodic produsă de modificarea tensiunii anodice cînd $U_g = \text{const.}$

$$\Delta I_a = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}\bigg|_{U_a=ct} \cdot \Delta U_g + \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a}\bigg|_{U_g=ct} \cdot \Delta U_a$$

Din definiţia parametrilor triodei:

$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}\bigg|_{U_a=ct} \text{ şi } R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}\bigg|_{U_g=ct}$$

$$\Rightarrow \Delta I_a = S \cdot \Delta U_g + \frac{1}{R_i} \cdot \Delta U_a \Rightarrow$$

$$R_i \cdot \Delta I_a = R_i \cdot S \cdot \Delta U_g + \Delta U_a$$

dar $\mu = R_i \cdot S \Rightarrow$

$$R_i \cdot \Delta I_a = \mu \cdot \Delta U_g + \Delta U_a.$$

Din legea a II-a a lui Kirchhoff

$$U_a = E_a - R_s \cdot I_a; \quad E_a = \text{ct.}$$

$$\Rightarrow \Delta U_a = -R_s \cdot \Delta I_a \Rightarrow$$

$$R_i \cdot \Delta I_a = \mu \cdot \Delta U_g - R_s \cdot \Delta I_a \Rightarrow$$

$$(R_i + R_s)\,\Delta I_a = \mu \cdot \Delta U_g.$$

Aceasta este ecuaţia fundamentală a triodei.

Această ecuaţie permite calculul amplificării unui etaj amplificator cu triodă, definit ca raportul dintre amplitudinea tensiunii alternative

Scanned with OKEN Scanner

U_{R_s} la bornele rezistorului de sarcină și amplitudinea tensiunii alternative aplicată la bornele circuitului de grilă.

$$A = \frac{U_{R_s}}{U_g} = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g}$$

$$\Delta U_a = R_s \cdot \Delta I_a \Rightarrow \Delta I_a = \frac{\Delta U_a}{R_s}$$

înlocuind în ecuația fundamentală a triodei obținem:

$$\frac{R_i + R_s}{R_s} \cdot \Delta U_a = \mu \cdot \Delta U_g \Rightarrow$$

$$A = \frac{\Delta U_a}{\Delta U_g} = \frac{\mu \cdot R_s}{R_i + R_s}$$

$$A = \frac{\mu}{1 + \frac{R_i}{R_s}}$$

Din ecuația fundamentală a triodei rezultă:

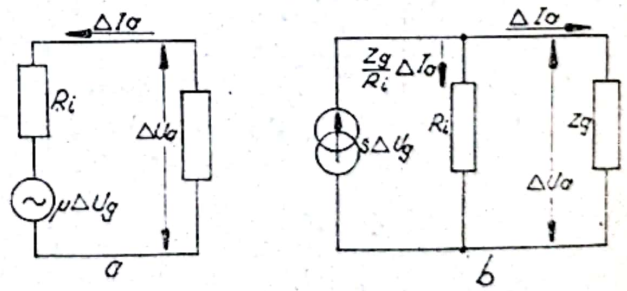
$\Delta I_a = \frac{\mu \cdot \Delta U_g}{R_i + R_s}$ expresie care reprezintă legea lui Ohm într-un circuit de curent continuu alimentat de un generator de tensiune constantă cu t.e.m. $\mu \cdot \Delta U_g$ și parcurs de curentul de intensitate ΔI_a.

Această relație permite reprezentarea schemei echivalente a etajului de amplificare cu generator de tensiune constantă.

Tot din ecuația fundamentală a triodei scrisă sub forma:

$$\Delta J_a = S \cdot \Delta U_g \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s}$$

se observă că ΔI_a reprezintă curentul care trece prin R_s în circuitul din fig. EL.7R unde generatorul introdus este un generator de curent constant cu intensitatea $S \cdot \Delta U_g$.



SCHEMA ECHIVALENTĂ A TRIODEI CA GENERATOR DE:
a. tensiune constantă
b. curent constant

Fig. 7 EL.R

EL.8. O triodă admite în regiunea liniară a caracteristicilor următoarele puncte de funcţionare:

$U_{a1} = 140$ V. $\quad I_{a1} = 10$ mA $\quad U_{g1} = -1$ V.

$U_{a2} = 160$ V. $\quad I_{a2} = 5$ mA $\quad U_{g2} = -2{,}75$ V.

$U_{a3} = 280$ V. $\quad I_{a3} = 18$ mA $\quad U_{g3} = 2{,}5$ V.

Să se determine parametrii triodei.

REZOLVARE

Din studiul curbelor caracteristice, fig. EL 8R rezultă:

$$R_i = \left.\frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}\right|_{U_g = \text{ct}} \Rightarrow R_i = \frac{U_{a2} - U_{a1}}{I_1 - I_{a1}} = \frac{U_{a3} - U_{a2}}{I_3 - I_{a2}} = \frac{U_{a3} - U_{a1}}{I_{a3} - I_2}$$

$$S = \left.\frac{\Delta I_a}{\Delta U_g}\right|_{U_a = \text{ct}} \Rightarrow S = \frac{I_{a1} - I_2}{U_{g1} - U_{g3}} = \frac{I_1 - I_{a2}}{U_{g1} - U_{g2}} = \frac{I_{a3} - I_3}{U_{g3} - U_{g3}}$$

Considerăm sistemul:

$$\begin{cases} \dfrac{U_{a2} - U_{a1}}{I_1 - I_{a1}} = \dfrac{U_{a3} - U_{a1}}{I_{a3} - I_2} \\ \dfrac{I_{a1} - I_2}{U_{g1} - U_{g3}} = \dfrac{I_1 - I_{a2}}{U_{g1} - U_{g2}} \end{cases}$$

Rezolvînd obţinem: $I_1 = 12$ mA; $I_2 = 4$ mA

$$\Rightarrow R_i = \frac{U_{a2} - U_{a1}}{I_1 - I_{a1}} \Rightarrow R_a = 10\,\text{k}\Omega$$

$$\Rightarrow S = \frac{I_{a1} - I_2}{U_{g1} - U_{g3}} \Rightarrow S = 4\ \text{mA/V}$$

$$\mu = R_i \cdot S \Rightarrow \mu = 40$$

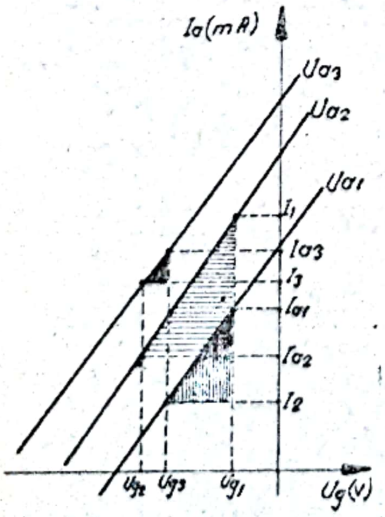


Fig. EL. 8R

Problema poate fi rezolvată mai simplu aplicînd ecuaţia fundamentală a triodei sub forma:

$$R_i \cdot \Delta I_a = \mu\, \Delta U_g + \Delta U_a \Rightarrow$$

$$\begin{cases} R_i(I_{a1} - I_{a2}) = \mu\,(U_{g1} - U_{g2}) + (U_{a1} - U_{a2}) \\ R_i(I_{a1} - I_{a3}) = \mu\,(U_{g1} - U_{g3}) + (U_{a1} - U_{a3}) \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind și rezolvînd sistemul obținem aceleași valori pentru parametrii triodei.

EL.9. Trioda EBC90 are parametrii $S = 1{,}2$ mA/V; $\mu = 70$ și admite punctul de funcționare $U_a = 300$ V; $I_a = 2$ mA; $U_g' = -3$V.

În circuitul anodic se conectează o rezistență de sarcină $R_s = 30\text{k}\Omega$ în serie cu o sursă $E = 300$ V.

În acest caz în punctul static de funcționare avem

$$I_{a0} = 1{,}7 \text{ mA} \quad \text{și} \quad U_{g0} = -2 \text{ V}.$$

Să se calculeze dacă în această situație se depășește puterea disipată maximă admisibilă pe anod, aceasta fiind de 0,5 W. Să se determine de asemenea puterea absorbită de la sursă, precum și puterea disipată în rezistența de sarcină.

REZOLVARE

Din studiul curbelor caracteristice (fig. EL 9R)

$$S = \frac{I_a - I_{a0}}{U_g' - U_{g0}} \qquad U_g' = -\frac{7}{4} \text{ V}.$$

$$\mu = \frac{U_a - U_{a0}}{U_g' - U_g} \qquad U_{a0} = \frac{850}{4} \text{ V}$$

$$\Rightarrow P_{dA} = U_{a0} \cdot I_{a0} \Rightarrow P_{dA} = 361{,}25 \text{ mW}$$

$$\Rightarrow P_{dA} < P_{max}$$

$$P_{dRs} = R_s \cdot I_{a0}^2 \Rightarrow P_{dRs} = 86{,}7 \text{ mW}.$$

Puterea absorbită de la sursă:

$$P_E = E \cdot I_{a0} \qquad P_E = 510 \text{ mW}.$$

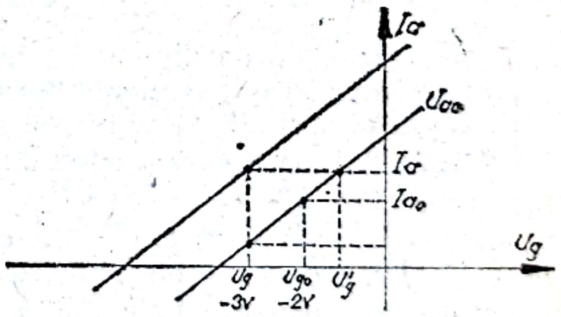


Fig. EL.9R

Diferența $P_E - (P_{dA} + P_{dRs})$ reprezintă puterea disipată pe rezistența de negativare a grilei, pe conductoarele de legătură și pe rezistența interioară a sursei.

EL.10. Un etaj de amplificare trebuie realizat cu una din triodele tubului dublu ECC81 care are parametrii:

$$\mu = 60; \quad R_i = 12{,}5 \text{ k}\Omega$$

Să se calculeze valoarea necesară pentru rezistența R_s astfel încît amplificarea etajului să fie $A = 40$. Dacă pe grilă se aplică o tensiune alter-

Scanned with OKEN Scanner

nativă cu amplitudinea $\Delta U_g = 0{,}5$ V, care este amplitudinea componentei alternative a curentului anodic?

REZOLVARE

$$A = \frac{\mu R_i}{R_i + R_s}; \quad R_s = \frac{A}{\mu - A} \cdot R_i$$

$$\Rightarrow R_s = 25\ \text{k}\Omega$$

$$\Delta I_a = \mu \cdot \Delta U_g \cdot \frac{1}{R_i + R_s} \Rightarrow \Delta I_a = 0{,}8\ \text{mA}.$$

EL.11. Să se calculeze viteza medie de agitație termică a electronilor dintr-un filament de wolfram încălzit la 1 000 K. Se poate considera energia cinetică medie a unui electron ca fiind egală cu $K \cdot T$, unde K este constanta Boltzmann.

EL.12. Să se calculeze viteza minimă a unui electron pentru a putea fi emis dintr-un filament de wolfram.

La ce temperatură ar trebui încălzit acest filament pentru ca energia medie de agitație termică a electronilor să fie egală cu lucrul mecanic de extracție?. Potențialul de ieșire al wolframului este $U_0 = 4{,}52$ V.

EL.13. Să se calculeze variația relativă a curentului emis de un filament de wolfram încălzit la 1000 K, dacă temperatura acestuia variază cu un grad.

Densitatea curentului de emisie este dată de legea lui Richardson. Potențialul de ieșire al wolframului este $U_0 = 4{,}52$ V.

EL.14. Printr-un conductor de cupru cu secțiunea $S = 1\ \text{mm}^2$ trece un curent $I = 1\text{A}$.

Să se determine viteza medie de translație a electronilor în mișcarea ordonată sub influența cîmpului electric. Densitatea electronilor liberi din cupru este $n = 8{,}5 \cdot 10^{22}\ \text{cm}^{-3}$.

EL.15. O diodă are un curent de saturație de 30 mA. Să se calculeze numărul de electroni extrași din filament pe secundă.

EL.16. Intensitatea curentului anodic al unei diode este dată de legea lui Langmuir. Pentru tensiunea anodică $U = 4\text{V}$, intensitatea curentului anodic este $I = 0{,}8$ mA. Să se calculeze perveanța tubului și să se traseze curba caracteristică a tubului pentru tensiuni anodice cuprinse între 0 și 16 V.

EL.17. Dioda UY21 a cărei caracteristică este dată în fig. EL.17, este legată în serie cu o rezistență de 100 Ω.

Scanned with OKEN Scanner

Să se găsească tensiunea electromotoare E_A a sursei de alimentare, dacă curentul prin diodă este de 110 mA. Să se calculeze puterea cedată de sursă și puterile disipate în rezistență și în diodă.

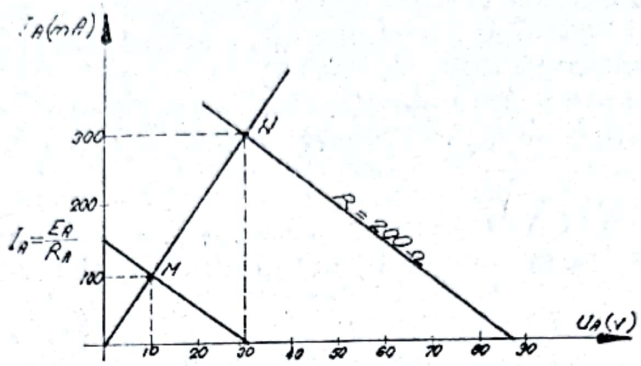


Fig. EL. 17

EL.18. Se aproximează caracteristica unei diode printr-o dreaptă pe care se consideră punctele: $P_1(U_{a1} = 25$ V, $I_{a1} = 40$ mA) și $P_2(U_{a2} = 30$ V, $I_{a2} = 50$ mA). Să se determine rezistența internă și panta tubului.

EL.19. O diodă are conectată în circuitul anodic, rezistența $R_s = 500\ \Omega$, tensiunea electromotoare a sursei de alimentare fiind $E_A = 100$ V. Să se determine tensiunea anodică și intensitatea curentului anodic, știind că puterea disipată pe anod este de 5 W.

EL.20. Caracteristica statică a unei diode se aproximează printr-o dreaptă care intersectează axa tensiunilor în punctul de coordonată 5V. Să se determine rezistența internă a tubului pentru punctul de funcționare $I_a = 60$ mA; $U_a = 50$ V.

EL.21. Caracteristica statică a unei diode se aproximează printr-o dreaptă care admite punctul de funcționare $I_a = 60$ mA, $U_a = 40$ V și intersectează axa tensiunilor în punctul de coordonată 2V. În paralel cu dioda, se conectează o rezistență $R = 500\ \Omega$ și grupul astfel obținut se alimentează de la o sursă cu $E = 200$ V și rezistența internă $r = 100\ \Omega$. Să se calculeze I_R, I_D, U_D.

EL.22. Să se calculeze intensitatea curentului ce trece prin circuitul din figura, dacă $R_a = 200\ \Omega$ și $E_A = 30$ V. Care este tensiunea maximă pe

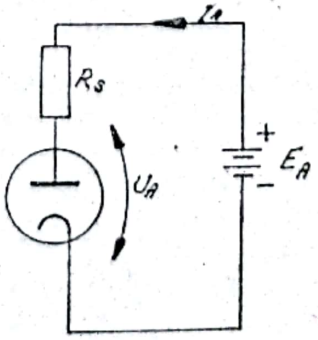


Fig. EL. 22

care o poate avea sursa de alimentare, dacă valoarea maximă admisă a curentului anodic al diodei este $I_{Amax} = 500$ mA?. Pe porțiunea liniară a curbei caracteristice rezistența internă a tubului este $R_i = 100\ \Omega$.

EL.23. Să se urmărească variația punctului de funcționare al diodei din problema EL.22, cînd rezistența R_s variază, iar tensiunea sursei de alimentare rămîne constantă $E_A = 30$ V.

Care este curentul anodic maxim care poate trece prin diodă?. Curba caracteristică se aproximează printr-o dreaptă care trece prin origine.

EL.24. Dioda UY21 avînd rezistența internă $R_i = 80\ \Omega$ este utilizată în etajul redresor monoalternanță din fig. EL.24. Să se calculeze

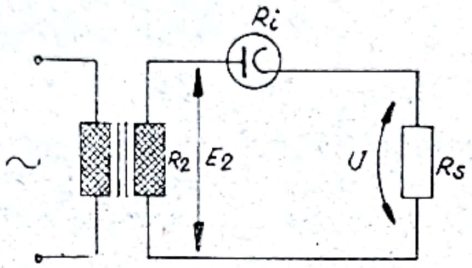


Fig. EL. 24

tensiunea continuă la bornele rezistenței de sarcină $R_s = 1\ \text{k}\Omega$, dacă tensiunea electromotoare indusă în secundarul transformatorului are valoarea eficace $E_2 = 250$ V, iar rezistența secundarului este $R_2 = 120\ \Omega$.

EL.25. O triodă admite în regiunea liniară a caracteristicilor următoarele puncte de funcționare:

$$U_{g1} = -2\text{ V}; \qquad U_{a1} = 150\text{ V}; \qquad I_{a1} = 10\text{ mA}.$$

$$U_{g2} = -3\text{ V}; \qquad U_{a2} = 200\text{ V}; \qquad I_{a2} = 14\text{ mA}$$

Știind că factorul de amplificare al tubului este $\mu = 20$, să se calculeze parametrii tubului.

EL.26. Dacă tensiunea anodică a unei triode se mărește cu 20 V, se obține aceiași creștere a curentului anodic ca și în cazul cînd tensiunea de grilă variază cu 1 V. Știindu-se că această creștere a curentului este de 3 mA, să se determine parametrii tubului.

EL.27. În regiunea liniară a caracteristicilor o triodă admite următoarele puncte de funcționare:

$$U_{a1} = 104\text{ V}; \qquad I_{a1} = 10\text{ mA}; \qquad U_{g1} = -1\text{ V}$$
$$U_{a2} = 160\text{ V}; \qquad I_{a2} = 12\text{ mA}; \qquad U_{g2} = -3\text{ V}$$
$$U_{a3} = 146\text{ V}; \qquad I_{a3} = 7\text{ mA}; \qquad U_{g3} = -4\text{ V}$$

Să se determine parametrii triodei.

Scanned with OKEN Scanner

EL.28. Trioda 6S5 are conectată în circuitul anodic o rezistenţă de 30 kΩ şi se alimentează de la o sursă de 300 V. Căderea de tensiune pe tub, corespunzătoare unei tensiuni de negativare de —4 V este de 145 V. Să se determine valoarea şi puterea disipată necesară pentru rezistenţa catodică care asigură negativarea amintită.

EL.29. Trioda 6S5 are conectată în circuitul anodic o rezistenţă de 30 kΩ, iar tensiunea sursei anodice este de 300 V. Tensiunea anodică corespunzătoare unei negativări de —6V este de 170 V. Să se determine valoarea curentului anodic. Considerîndu-se punctul de funcţionare într-o regiune, liniară, să se afle valoarea tensiunii de negativare pentru care curentul creşte cu 20%, dacă tubul are $R_i = 10\,k\Omega$ şi $S = 2mA/V$.

EL.30. O triodă avînd conectată în circuitul anodic o rezistenţă, are în punctul static de funcţionare tensiunea $U_a = 100$ V. Ştiind că se absoarbe o putere de 5 W de la o sursă de alimentare $E_a = 200$ V, să se determine valoarea rezistenţei de sarcină din circuitul anodic.

EL.31. În circuitul anodic al unei triode este montată bobina unui releu cu rezistenţa $R_s = 0{,}5\,k\Omega$ şi care anclanşază la un curent minim de 100 mA. Negativarea tubului este corespunzătoare punctului de tăiere, iar tubul are parametrii $\mu = 40$; $R_i = 20\,k\Omega$. Să se determine variaţia minimă a tensiunii de grilă pentru care releul este acţionat.

EL.32. Se consideră etajul de amplificare reprezentat în fig. EL.32. Cunoscînd $R_a = 25\,k\Omega$, $R_c = 500\,\Omega$ şi parametrii triodei $\mu = 60$, $R_i =$

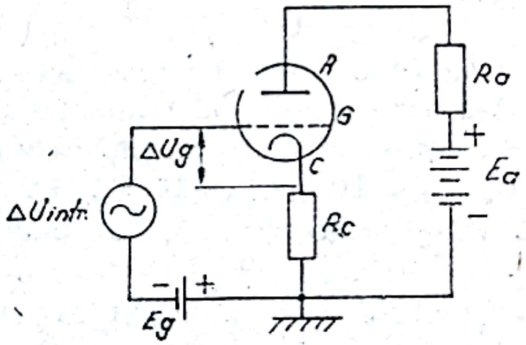


Fig. EL. 32

$= 12{,}5\,k\Omega$ să se deseneze schema echivalentă a etajului şi să se calculeze amplificarea obţinută.

EL.33. O triodă are la $U_A = 200$ V şi $U_G = -1$ V un curent anodic de 2 mA. Menţinînd tensiunea de grilă constantă şi micşorînd cea anodică la 150 V, curntul anodic devine 1 mA.

Familia de caracteristici de grilă, reprezentată într-un sistem de axe cu factori de scară 1 mA/5 mm respectiv 1 V/10 mm se poate aproxima prin segmente de dreaptă paralele cu prima bisectoare (echidistante).

a) Să se determine parametrii triodei;

b) Care va fi intensitatea curentului anodic pentru:

$$U_A = 200\text{ V};\quad U_A = 100\text{ V};\quad U_A = 100\text{ V}.$$
$$U_G = -1{,}5\text{ V};\quad U_G = -1\text{ V};\quad U_G = -1{,}5\text{ V}$$

Scanned with OKEN Scanner

c) În circuitul anodic se montează o rezistență de sarcină $R = 59$ kΩ în serie cu o sursă de tensiune continuă cu t.e.m. E_A și rezistența internă neglijabilă. Știind că tensiunea de polarizare a grilei este $U_G = -1$ V iar curentul anodic de repaus $I_A = 2$ mA, să se determine tensiunea anodică și t.e.m. a sursei E_A.

d) Menținînd în circuitul anodic aceleași elemente ca la punctul (c) și conectînd în circuitul de grilă, în serie cu sursa de polarizare, o sursă de tensiune alternativă cu amplitudinea de 1 V, să se determine amplitudinea semnalului util pe R_s.

EL.34. Să se calculeze elementele montajului amplificator reprezentat în fig EL.34. Trioda lucrează în punctul de funcționare $U_A = 250$ V, $I_A = 0{,}8$ mA, $U_g = -2$ V. Sursa de alimentare anodică are t.e.m. $E_A = 350$ V iar $R_G = 1$ MΩ.

Condensatoarele se aleg astfel ca reactanța lor să fie neglijabilă față de rezistențele cu care sînt în paralel sau în serie $\left(X_c \leqslant \frac{R}{10}\right)$. Frecvența minimă de lucru este 1000 Hz.

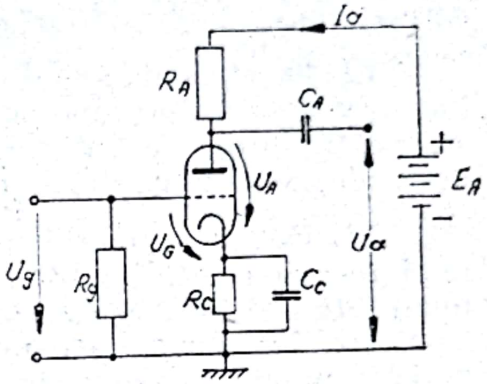


Fig. EL. 34

Să se calculeze factorul de amplificare al montajului dacă tubul are $R_i = 91$ kΩ și $\mu = 100$.

EL.35. Considerînd că o triodă cu rezistența interioară $R_i = 8$ kΩ și panta $S = 2{,}5$ mA/V este folosită în domeniul în care caracteristicile de grilă sînt liniare și cunoscînd unul din punctele de funcționare pentru care $U_{a1} = 250$ V; $U_{g1} = -4$ V; $I_{a1} = 10^{-2}$ A, să se calculeze:

a) Valoarea tensiunii anodice U_{a2} în punctul $U_{g2} = -6$ V; $I_{a2} = 15$ mA;

b) Valoarea tensiunii de grilă corespunzătoare lui U_{a2} pentru care $I_a = 0$.

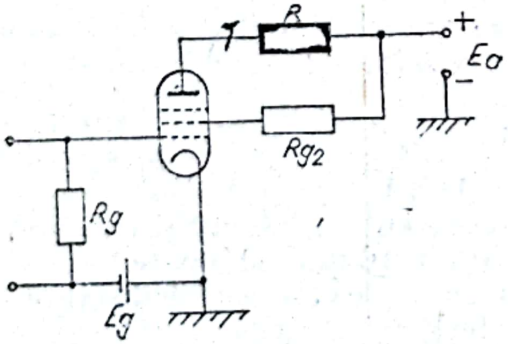


Fig. EL. 36

EL.36. Se consideră montajul prezentat în fig. EL 36.

Știindu-se că:

$E_A = 300$ V; $R_s = 4$ kΩ;

$R_{G2} = 0{,}5$ MΩ;

$E_G = -3$ V; $U_A = 200$ V;

$U_{G2} = 170$ V;

Să se determine valorile curenților I_A; I_{G2}.

Scanned with OKEN Scanner

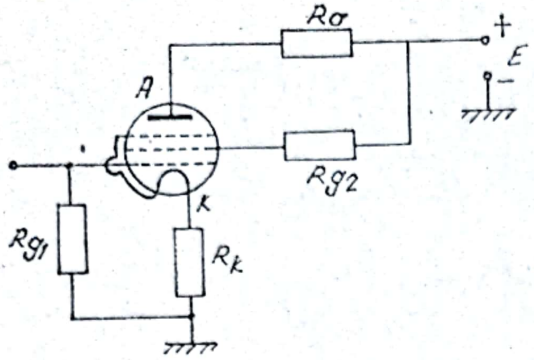


Fig. EL.37

EL.37. Se realizează montajul de alimentare din fig. EL.37 pentru pentoda EL 84. Tubul funcţionează în punctul static caracterizat prin:

$$U_A = 250\ \text{V};\quad U_{G2} = 210\ \text{V};$$
$$U_{G1} = -6\ \text{V}$$

$$I_A = 22\ \text{mA};\quad I_{G2} = 4\ \text{mA}.$$

Tensiunea sursei de alimentare $E = 300$ V.

Să se calculeze valorile rezistenţelor R_A; R_{G2}; R_k.

II. DIODA SEMICONDUCTOARE

EL.38. Să se calculeze tensiunea la bornele condensatorului C_2 din figura EL.38, după n comutări a comutatorului K de pe poziţia a pe b şi înapoi.

Se consideră cunoscute capacităţile condensatoarelor şi tensiunea electromotoare a sursei. Diodele sînt presupuse ideale. (în polarizarea directă rezistenţa este nulă, iar în polarizare inversă rezistenţa este infinită).

REZOLVARE

Din fig. EL.38:

$$E = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_1}{C_2} = Q_1 \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \Rightarrow$$

$$Q_1 = E \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow U_2 = E \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Trecînd comutatorul K pe poziţia b, condensatorul C_1, se descarcă prin dioda D_1, iar condensatorul C_2 rămîne încărcat cu aceiaşi sarcină electrică Q_1, deoarece dioda D_2 este polarizată invers. Deci după prima comutare, tensiunea la bornele condensatorului C_2 va fi:

$$U_2^{(1)} = U_2 = E \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

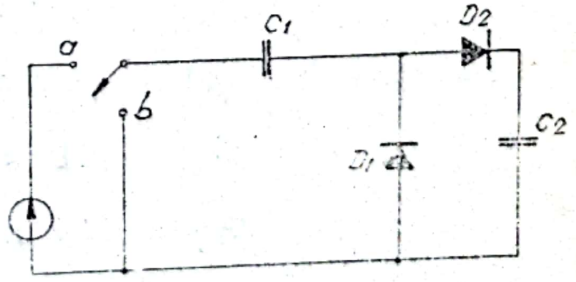


Fig. EL. 38

Trecem comutatorul din nou pe poziţia a. Condensatorul C_1 se încarcă cu sarcina Q_2 iar con-

densatorul C_2 cu sarcina $Q_1 + Q_2$ astfel încît:

$$E = \frac{Q_2}{C_1} + \frac{Q_1 + Q_2}{C_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{EC_1C_2\left(1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)}{C_1 + C_2}$$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 = \frac{E \cdot C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}\left(2 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)$$

Tensiunea la bornele condensatorului C_2 devine:

$$U_2^{(2)} = \frac{E \cdot C_1}{C_1 + C_2}\left(2 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) \Rightarrow$$

$$U_2^{(n)} = E\left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2\right]$$

În mod asemănător, după n comutări, tensiunea la bornele lui C_2 devine:

$$U_2^{(n)} = E\left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^n\right]$$

EL.39. Să se deducă relaţia $U_e = f(U_i)$ dintre tensiunea de ieşire şi cea de intrare pentru circuitul din fig. EL 39 care funcţionează în gol. Dioda se consideră ideală.

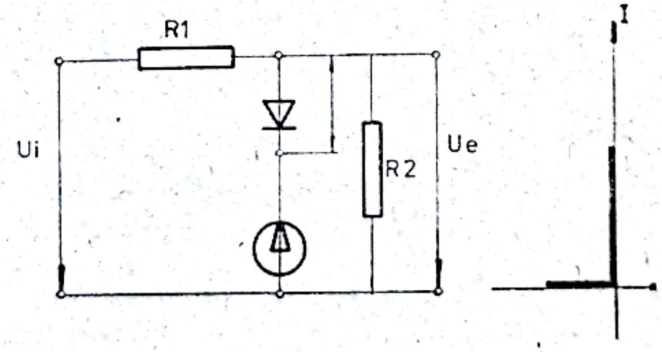


Fig. EL. 39

REZOLVARE

Conform fig. EL 39R(a), dacă dioda conduce ⇒

$$U_D = 0$$

$$E = R_2 \cdot I_2 \Rightarrow E = U_{\text{ieşire}} = U_e$$

$$U_i - E = R_1 \cdot I_1 \Rightarrow U_i = E + R_1 \cdot I_1$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă dioda nu conduce $\Rightarrow I_D = 0$

$$U_i = (R_1 + R_2)\, I \Rightarrow I = \frac{U_i}{R_1 + R_2}$$

$$U_e = R_2 \cdot I \Rightarrow U_e = U_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$ deci U_e variază liniar cu U_i.

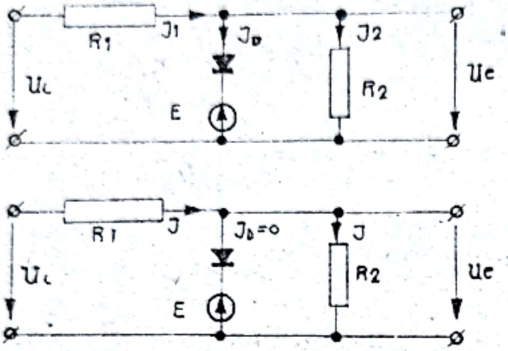


Fig. EL.39(a)

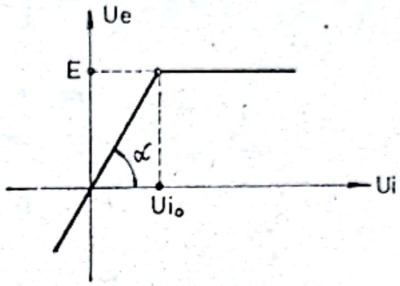


Fig.EL. 39(b)

Calculăm valoarea lui U_i pentru care se face trecerea între cele două stări ale diodei :

$$U_e = E \Rightarrow U_{i0} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = E \Rightarrow$$

$$U_{i0} = E \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Panta dreptei este $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E}{U_{i0}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

Se observă că pentru :
$U_i > U_{i0} \Rightarrow U_e = E = \text{ct.}$ deci avem un circuit de limitare superioară.

EL.40. Să se deducă relaţia dintre tensiunea de ieşire U_e şi cea de intrare U_i la funcţionarea în gol a montajului din ig. EL.40.

Diodele sînt presupuse ideale.

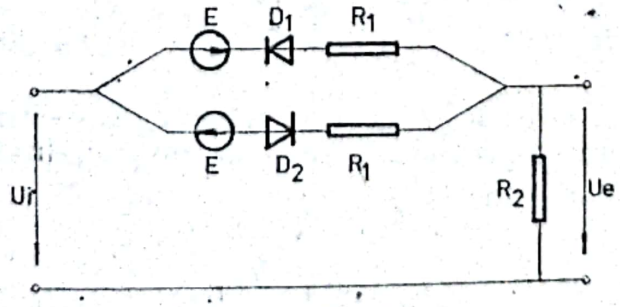


Fig. EL. 40

$$U_i > 0 \Rightarrow D_1 \text{ nu conduce.}$$

$$0 < U_i < E \Rightarrow D_2 \text{ nu conduce} \Rightarrow U_e = 0.$$

$$U_i > E \Rightarrow D_2 \text{ conduce} \Rightarrow$$

$$U_i - E = (R_1 + R_2) \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_i - E}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_e = R_2 \cdot I \Rightarrow U_e = (U_i - E) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_i < 0 \Rightarrow D_2 \text{ nu conduce.}$$

$$-U_i - E < 0 \Rightarrow U_i > -E \Rightarrow D_1 \text{ nu conduce} \Rightarrow U_e = 0.$$

Dacă $-U_i - E > 0 \Rightarrow U_i < -E \Rightarrow$

$$D_1 \text{ conduce} \Rightarrow -U_i - E = (R_1 + R_2) \cdot I$$

$$\Rightarrow I = -\frac{U_i + E}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_e = -R_2 \cdot I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_e = (U_i + E) \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Reunind rezultatele obținem:

$$U_e = \begin{cases} (U_i + E)\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}; & U_i < -E \\ 0 \qquad\qquad ; & -E < U_i < E \\ (U_i - E)\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}; & U_i > E \end{cases}$$

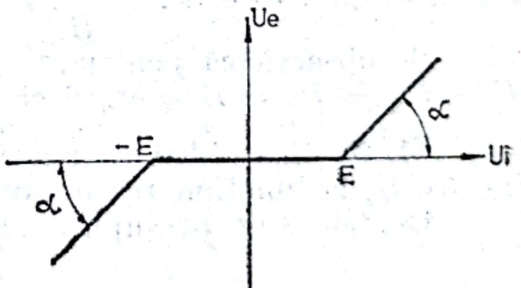


Fig. EL. 40R

Din graficul reprezentat în fig. EL.40R se observă că pentru $-E < U_i < E$ circuitul prezintă o zonă de insensibilitate.

Panta dreptelor este:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Scanned with OKEN Scanner

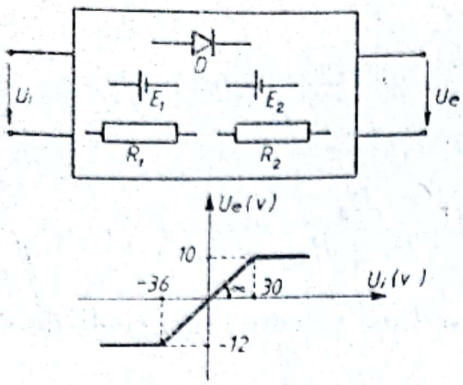


Fig. EL41

EL.41. Cutia închisă din fig. EL41 conține diode ideale, surse de tensiuni continue E_1; E_2 având rezistența interioară neglijabilă, rezistori de rezistență R_1; R_2.

Circuitul de ieșire este în gol. Curba de variație a tensiunii de ieșire U_e, funcție de tensiune de intrare U_i, este reprezentată în figură. Să se construiască schema rețelei din cutie compatibilă cu curba $U_e = f(U_i)$; să se determine t.e.m. E_1 și E_2 precum și relația între R_1 și R_2.

REZOLVARE

Schema echivalentă a rețelei din cutie este reprezentată în fig. EL41R.

Cazul I. $U_i > 0 \Rightarrow D_2$ nu conduce

D_1 poate conduce, atunci:

$$E_1 = R_2 \cdot I_{R2} = U_e = \text{ct.}$$

D_1 poate să nu conducă, atunci:

$$U_i = I\,(R_1 + R_2) \Rightarrow I = \frac{U_i}{R_1 + R_2}$$

$$U_e = I \cdot R_2 = U_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Calculăm valoarea lui U_i pentru care se face trecerea între cele două stări ale diodei D_1.

$$U_e = E_1 \Rightarrow U_{i1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = E_1 \Rightarrow$$

$$U_{i1} = E_1 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

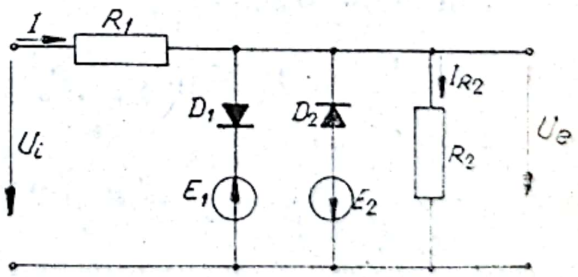


Fig. EL 41R

Cazul II. $U_i < 0 \Rightarrow D_1$ nu conduce

D_2 poate conduce, atunci:

$$E_2 = R_2 \cdot I_{R2} \Rightarrow I_{R2} = \frac{E_2}{R_2}$$

$$U_e = -R_2 \cdot I_{R2} \Rightarrow U_e = -E_2 = \text{ct.}$$

Scanned with OKEN Scanner

D_2 poate să nu conducă, atunci:

$$-U_i = I\,(R_1 + R_2) \Rightarrow I = -\frac{U_i}{R_1 + R_2}$$

$$U_e = -\,I \cdot R_2 \Rightarrow U_e = U_i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Calculăm valoarea lui U_i pentru care se face trecerea între cele două stări ale diodei D_2

$$U_e = -\,E_2 \Rightarrow U_{i2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -\,E_2$$

$$\Rightarrow U_{i2} = -\,\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot E_2$$

Combinînd cele două cazuri avem:

$$U_e = \begin{cases} -E_2 & \text{pentru} \quad U_i < -\dfrac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot E_2 \\ U_i \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} & \text{pentru} \quad -\dfrac{R_1 + R_2}{R_2} E_2 < U_i < \dfrac{R_1 + R_2}{R_2} E_2 \\ E_1 & \text{pentru} \quad U_i > \dfrac{R_1 + R_2}{R_2} E_1 \end{cases}$$

Din grafic rezultă:

$$E_1 = 10\ \text{V}; \quad E_2 = 12\ \text{V}; \quad \text{tg}\alpha = \frac{1}{3}$$

dar $\text{tg}\alpha = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow R_1 = 2R_2$.

EL.42. Pentru a putea funcționa cu o tensiune inversă de 198 V, este necesară conectarea a două diode redresoare DR302 în serie, întrucît o astfel de diodă admite o tensiune inversă maximă de 100 V. Cunoscînd că valorile curenților inverși prin cele două diode diferă și anume:

$I_{a1} = 80\ \mu\text{A}$; $I_{a2} = 100\ \mu\text{A}$ rezultă că repartiția tensiunilor va fi și ea diferită, respectiv pe dioda avînd curentul invers mai mic (D_1) tensiunea va fi mai mare.

Să se determine rezistențele R care se conectează în paralel pe diode pentru a evita supraîncărcarea lor.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

Din fig. EL 42R rezultă:

$$I = I_{a1} + \frac{U_{a1}}{R} = I_{a2} + \frac{U_{a2}}{R}$$

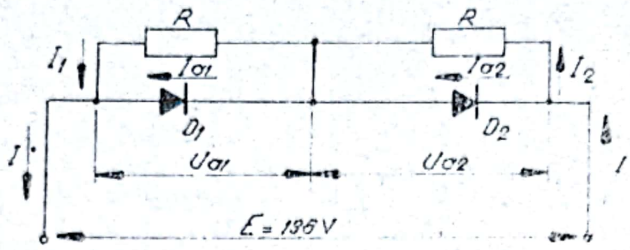


Fig. EL 42R

Dar $E = U_{a1} + U_{a2} \Rightarrow U_{a2} = E - U_{a1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{R}(U_{a1} - U_{a2}) = I_{a2} - I_{a1} \Rightarrow$$

$$R = \frac{U_{a1} - U_{a2}}{I_{a2} - I_{a1}} = \frac{2U_{a1} - E}{I_{a2} - I_{a1}}$$

Condiția ca pe dioda cea mai încărcată D_1 să rezulte o tensiune inversă mai mică decît tensiunea inversă maximă este:

$$U_{a1} < U_{\text{inv.max.}} \Rightarrow$$

$$R < \frac{2U_{\text{invmax.}} - E}{I_{a2} - I_{a1}} \Rightarrow R < 100 \text{ k}\Omega$$

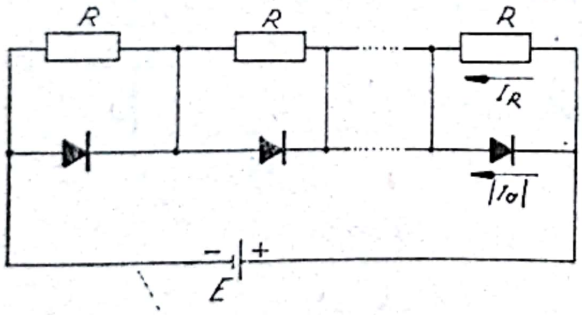


Fig. EL .43

EL.43. Ce valoare trebuie să aibă rezistențele șunt care se pun în paralel cu „n" diode semiconductoare înseriate și alimentate cu o tensiune inversă E (fig. EL 43), astfel încît, fiind cunoscută dispersia curentului rezidual I_0 între limitele I_{0m} și I_{0M}, tensiunea inversă pe oricare diodă să nu depășească valoarea maximă admisibilă U_{iM}?

REZOLVARE

Cazul cel mai defavorabil pentru o diodă este acela în care ea are valoarea minimă a lui I_0 iar toate celelalte au valoarea maximă a lui I_0.

Fie:

$$I_{a1} \leftarrow I_{0m};\ I_{a2} = I_{a3} = \ldots = I_{an} = I_{0M}$$

Conform legii a I-a a lui Kirchhoff.

$$I = I_{a1} + \frac{U_{a1}}{R} = \ldots = I_{an} + \frac{U_{an}}{R}$$

$$E = U_{a1} + U_{a2} + \ldots + U_{an} \Rightarrow$$

$$E = U_{a1} + (n-1)\, U_{a2} \Rightarrow$$

$$I_{0m} + \frac{U_{a1}}{R} = I_{0M} + \frac{E - U_{a1}}{(n-1)R}$$

$$U_{a1} = \frac{E}{n} + \frac{n-1}{n} \cdot R(I_{0M} - I_{0m})$$

Punînd condiția $U_{a1} < U_{iM} \Rightarrow$

$$R < \frac{nU_{iM} - E}{(n-1)\cdot(I_{0M} - I_{0m})}$$

EL.44. Se consideră montajul de stabilizare din fig. EL.44, utilizînd o diodă Zener, caracterizată prin rezistența dinamică R_z. Dacă în circuitul de intrare apare o variație ΔU_i a tensiunii de intrare, variația ΔU_z a tensiunii de ieșire este mult mai mică.

Să se calculeze raportul $\frac{\Delta U_i}{\Delta U_z}$ numit „coeficient de stabilizare" al montajului.

Ce devine acest raport în cazul în care R_s este foarte mare?

REZOLVARE

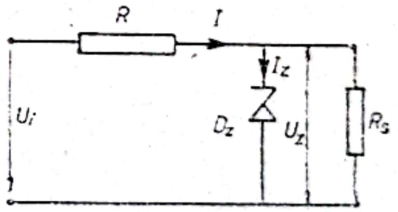


Fig. EL. 44

Conform legii a I-a a lui Kirchhoff

$$I = I_z + I_s \Rightarrow \Delta I = \Delta I_z + \Delta I_s$$

Conform legii a II-a a lui Kirchhoff

$$U_i = R \cdot I + U_z \Rightarrow \Delta U_i = R \cdot \Delta I + \Delta U_z$$

$$\Rightarrow \Delta U_i = R\,(\Delta I_z + \Delta I_s) + \Delta U_z.$$

Dar

$$U_z = R_s \cdot I_s \Rightarrow \Delta U_z = R_s \cdot \Delta I_s$$

$$\Delta I_s = \frac{\Delta U_z}{R_s}$$

$$R_z = \frac{\Delta U_z}{\Delta I_z} \Rightarrow \Delta I_z = \frac{\Delta U_z}{R_z}$$

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind obținem:

$$\Delta U_i = \frac{R}{R_z} \cdot \Delta U_z + \frac{R}{R_s} \cdot \Delta U_z + \Delta U_z$$

Coeficientul de stabilizare:

$$\frac{\Delta U_i}{\Delta U_z} = \frac{R + R_z}{R_z} + \frac{R}{R_s}$$

Dacă $R_s \to \infty \Rightarrow \frac{1}{E_3} \to 0$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U_i}{\Delta U_z} = \frac{R + R_z}{R_z}.$$

EL.45. Să se exprime în funcție de timp și să se reprezinte grafic tensiunea la bornele rezistorului cu rezistența $R = 100\ \Omega$ din fig. EL.45. Caracteristica curent-tensiune a diodei redresoare este dată în figură. Tensiunea aplicată la intrare este $u = 220 \sin \omega t$ (V).

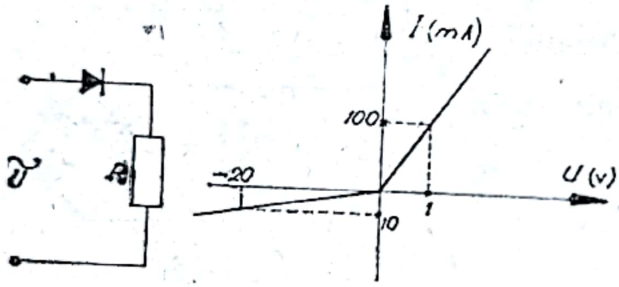


Fig. EL 45

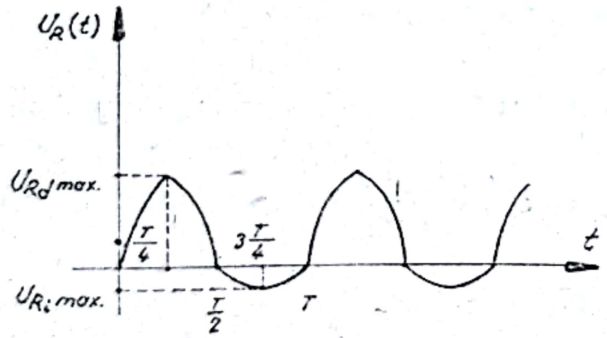


Fig. EL 45R

REZOLVARE

Din curba caracteristică a diodei se obține rezistența în polarizare directă $R_d = \frac{U}{I_d} \Rightarrow R_d = 10\ \Omega$ și în polarizarea inversă

$$R_i = \frac{U}{I_i} \Rightarrow R_i = 2\,000\ \Omega$$

În polarizare directă

$$I_{d\,max} = \frac{U}{R_d + R} \Rightarrow U_{Rd\,max} = R \cdot I_{d\,max}$$

$$\Rightarrow u_R(t) = \frac{R \cdot U}{R_d + R} \sin \omega t$$

$$u_R(t) = 200 \sin \omega t \cdot (\mathrm{V}) \text{ pentru}$$

$$t \in \left[nT ; (2n+1)\frac{T}{2} \right] \text{ cu } n \in \mathrm{N}.$$

În polarizare inversă

$$I_{i\,max} = \frac{U}{R_i + R} \Rightarrow U_{Ri\,max} = \frac{UR}{R_i + R}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$u_R(t) = \frac{UR}{R_i + R} \sin \omega t \Rightarrow$$

$u_R(t) = 10{,}47 \sin \omega t$ (V) pentru

$$t \in \left[(2n-1)\frac{T}{2};\ nT\right] \text{ cu } n \in N$$

Variația în timp a tensiunii $u_R(t)$ este reprezentată în fig. EL.45R.

Se observă că una dintre alternanțe este mult atenuată în raport cu cealaltă.

EL.46. Se realizează cu ajutorul unor diode ideale montajele de redresare din fig. EL.46.

Cunoscînd rezistența de sarcină $R_s = 1\text{k}\Omega$ și t.e.m. indusă în secundarul fiecărei secțiuni de transformator $E_2 = 40$ V, să se calculeze:

1. Componenta continuă a tensiunii la bornele rezistenței de sarcină;
2. Valoarea maximă a curentului prin diode;
3. Tensiunea inversă maximă aplicată diodelor.

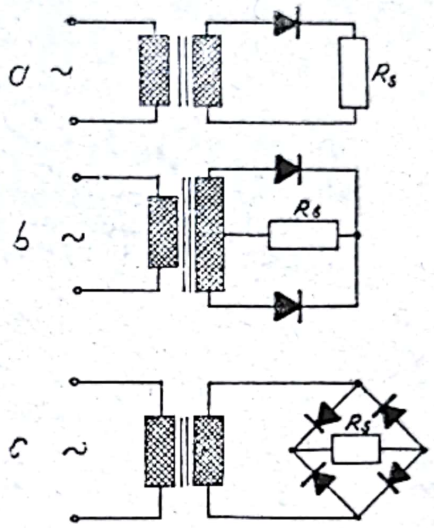


Fig. EL 46

REZOLVARE

a) $$I_{max} = \frac{E_{2max}}{R_s} = \frac{E_2\sqrt{2}}{R_s} \Rightarrow$$

$$I_{max} = 56{,}4 \text{ mA}.$$

$$U_{Rmax} = R_s \cdot I_{max} \Rightarrow U_{=} = \frac{R_s \cdot I_{max}}{\pi}$$

$$\Rightarrow U_{=} = 17{,}96 \text{ V}.$$

$$U_{inv.max} = E_{2max} = 56{,}4 \text{ V}.$$

b) $$I_{max} = \frac{E_2\sqrt{2}}{R_s} \Rightarrow I_{max} = 56{,}4 \text{ mA}.$$

$$U_{=} = \frac{2R_s \cdot I_{max}}{\pi} \Rightarrow U_{=} = 35{,}92 \text{ V}.$$

$$U_{inv.max} = 2E_{2max} \Rightarrow U_{invmax} = 112{,}8 \text{ V}.$$

Scanned with OKEN Scanner

c) $$I_{max} = \frac{E_2 \cdot \sqrt{2}}{R_s} \Rightarrow I_{max} = 56{,}4 \text{ mA}.$$

$$U_{-} = \frac{2R_s \cdot I_{max}}{\pi} \Rightarrow U_{-} = 35{,}92 \text{ V}.$$

$$U_{inv.max} = E_{2max} \Rightarrow U_{inv.max} = 56{,}4 \text{ V}.$$

EL.47. Să se deducă relaţia dintre tensiunea de ieşire şi cea de

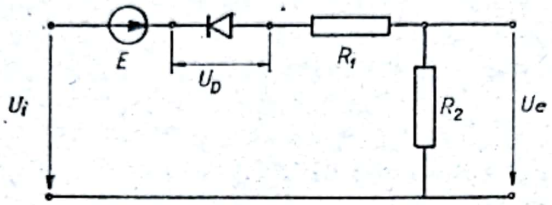


Fig. EL 47

intrare pentru circuitul din figl EL 47 care funcţionează în gol. Dioda este presupusă ideală.

EL.48. Să se deducă relaţia dintre tensiunea de ieşire U_e şi cea de

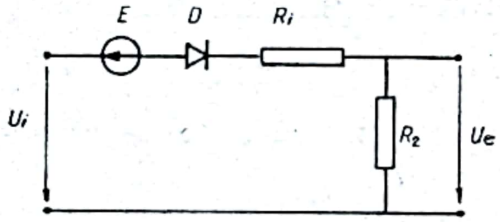


Fig. EL 48

intrare U_i pentru circuitul din fig. EL 48 care funcţionează în gol. Dioda este presupusă ideală.

EL.49. Să se deducă relaţia dintre tensiunea de ieşire U_e şi cea de intrare

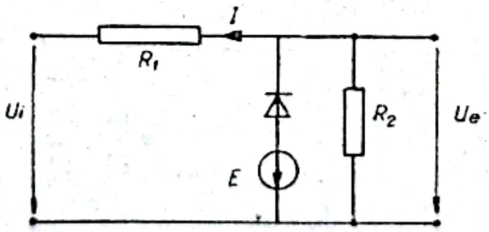


Fig. EL 49

U_i pentru circuitul din fig. EL 49 care funcţionează în gol. Dioda este presupusă, ideală.

EL.50. Circuitul de stabilizare a tensiunii din fig. EL 50 realizat cu o diodă Zener cu tensiunea de stabilizare $U_z = 20$ V, are un domeniu de

Scanned with OKEN Scanner

curent de lucru între 5 și 300 mA. Tensiunea furnizată de redresor este $E = 40$ V. Presupunînd rezistența de sarcină variabilă, să se determine valoarea maximă a curentului prin sarcină $I_{s\max}$. Să se calculeze rezistența

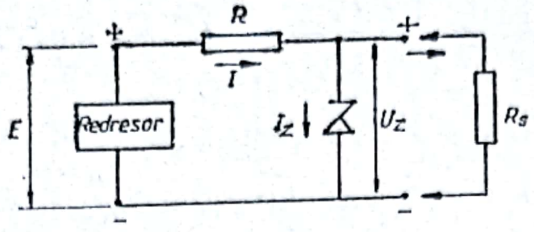


Fig. EL 50

R, astfel încît tensiunea U_z să fie stabilă cînd prin sarcină curentul variază de la $I_s = 0$ la $I_s = I_{s\max}$.

EL.51. Se consideră schema unui stabilizator simplu cu diodă Zener, prezentată în fig. EL 51.

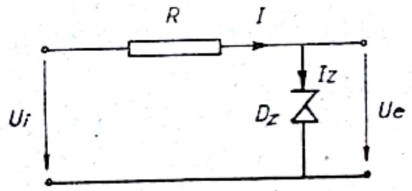


Fig. EL 51

Să se determine valoarea coeficientului de stabilizare

$$K_0 = \frac{\Delta U_i}{\Delta U_e}\bigg|_{R_s=\text{ct.}}$$, știind că $R = 600\Omega$ iar $R_s = 10\ \Omega$

pentru cazul cînd stabilizatorul debitează pe o sarcină foarte mare.

EL.52. Se consideră redresorul monoalternanță din fig. EL 52. Transformatorul este alimentat la tensiunea $u_1 = 200 \sin 100\,\pi t$(V), avînd $n_1 = 1\,000$ spire în primar, respectiv $n_2 = 200$ spire în circuitul secundarului, a cărui rezistență este $r_2 = 500\Omega$. Curba caracteristică a diodei este o dreaptă care trece prin origine de pantă $S = 1$ mA/V.

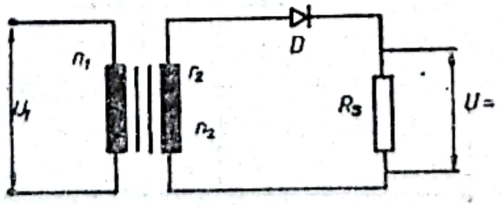


Fig. EL 52

Rezistența de sarcină are valoarea $R_s = 2{,}5$ kΩ.

Să se calculeze:

a) valoarea maximă respectiv eficace a curentului în circuit

b) valoarea componentei continue a curentului și a tensiunii la bornele rezistenței de sarcină.

c) valoarea factorului de ondulație γ

d) randamentul de redresare definit, prin raportul dintre puterea de curent continuu în sarcină și puterea activă în sarcină.

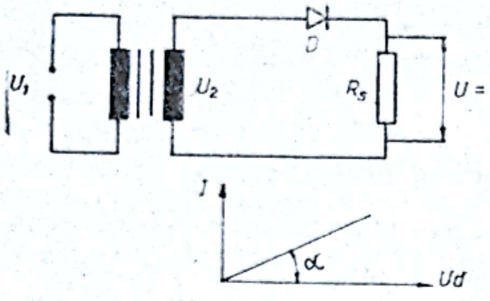


Fig. EL 53

EL.53. Caracteristica statică a unei diode semiconductoare care se utilizează într-un montaj de redresare monoalternanță se poate aproxima printr-o dreaptă care trece prin origine, având panta $S = 2$ mA/V. Știindu-se că rezistența de sarcină a redresorului fără filtru este 3 kΩ, raportul de transformare al transformatorului ridicător de tensiune este 2, rezistența înfășurării secundarului este $r = 25\ \Omega$ și că alimentarea se face de la o rețea de curent alternativ de 220 V și $\nu = 50$ Hz să se determine:

a) valoarea tensiunii continue la bornele rezistenței de sarcină.

b) valoarea curentului maxim prin diodă.

EL.54. În circuitul de redresare prezentat în fig. EL 54 se cunosc: $e = 325\sin 628\,t$(V), rezistența internă a sursei $r = 250\ \Omega$, rezistența de sarcină $R_s = 1{,}5$ kΩ și rezistența elementului redresor $R_i = 350\ \Omega$. Să se determine:

a) tensiunea redresată U_- în sarcină;

b) valoarea maximă a curentului în circuit;

c) tensiunea inversă maximă;

d) valoarea factorului de ondulație;

e) randamentul redresării.

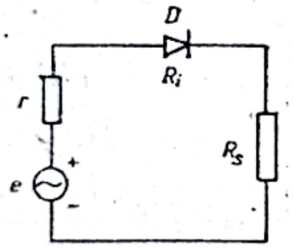


Fig. EL 54

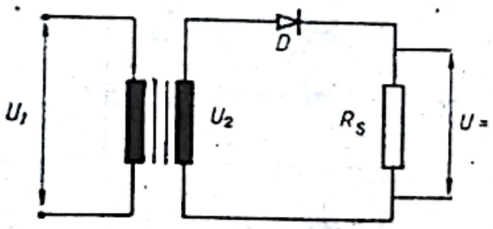


Fig. EL 55

EL.55. Se consideră un redresor monoalternanță având o rezistență de sarcină de 3 kΩ, iar elementul redresor prezentând în perioada conducției o rezistență de 200 Ω. Un voltmetru electronic de valoare eficace, indică la bornele rezistenței de sarcină o tensiune de 10 V.

Să se determine raportul de transformare necesar pentru transformatorul de alimentare, dacă alimentarea se face de la o rețea de curent alternativ cu $E_1 = 78$ V.

Se vor neglija rezistențele înfășurărilor.

Scanned with OKEN Scanner

EL.56. Se consideră diodele D_1, D_2 din fig. EL.56 avînd fiecare conectate în paralel cîte o rezistenţă de 100 kΩ. Cunoscînd că valorile

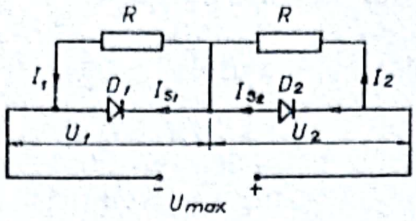


Fig. EL 56

curenţiior inverşi prin cele două diode diferă şi anume:

$I_{s1} = 50\ \mu A$; $I_{s2} = 40\ \mu A$; să se determine tensiunea inversă maximă la care poate fi alimentat montajul, cunoscînd că fiecare diodă admite o tensiune inversă de 80 V.

EL.57. Pentru a putea trece printr-un element redresor un curent mai mare decît curentul maxim admisibil al unei diode, se leagă n diode în paralel, după ce fiecare se înseriază cu cîte o rezistenţă (fig. EL 57).

În regiunea curenţilor mari, la care se utilizează aceste diode, caracteristicile lor se pot aproxima printr-o linie dreaptă, $u_A = U_0 + R_i i_A$. Considerînd cunoscută dispersia parametrilor U_0 şi R_i între limitele U_{0m} şi U_{0M}, respectiv R_{im} şi R_{iM}, să se determine:

a) numărul n de diode care trebuie legate în paralel pentru trecerea unui curent I dat prin elementul redresor compus, în cazul $R = 0$; se consideră dat curentul maxim admisibil al unei diode I_M.

b) valoarea rezistenţelor R care trebuie înseriate cu fiecare din cele n diode ale unui element redresor compus prin care trebuie să treacă un curent I, la un număr n de diode dat.

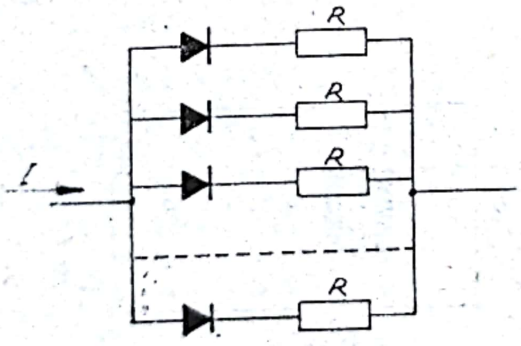


Fig. EL 57

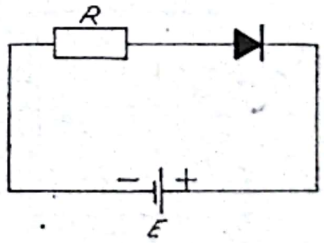


Fig. EL 58

EL.58. Dioda semiconductoare din circuitul reprezentat în fig. EL 58, are tensiunea de străpungere $U_s = -100$ V şi curentul rezidual $I_0 = 10\mu A$. Să se determine curentul prin diodă şi tensiunea la bornele ei, presupunînd că în regiunea de multiplicare în avalanşă, curentul respectă legea:

$$I_A = -\frac{1}{1-\left(\frac{U_A}{U_s}\right)^3} \cdot I_0$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.59. Se consideră o diodă semiconductoare polarizată invers, lucrînd în regiunea de multiplicare în avalanșă. Să se arate că între rezistența internă dinamică R_i și rezistența de curent continuu R_c există relația $R_c = n(M-1)R_i$ unde M este factorul de amplificare, iar n este exponentul din relație empirică

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_A}{U_s}\right)^n}$$

EL.60. Se consideră schema de stabilizator de tensiune din fig. EL60, în care se folosește o diodă Zener, cu tensiunea la lucru $U_z = 9$ V și cu rezistența internă $R_z = 10\,\Omega$. Știind că tensiunea de la intrare poate varia în jurul valorii nominale U_1 cu $+5\%$ și -10%, iar curentul prin sarcină poate varia între 0 și 20 mA, să se calculeze valorile rezistenței R și ale tensiunii nominale U_1, pentru ca curentul prin diodă să nu scadă sub valoarea $I_{zm}=5$ mA (cînd rezistența internă crește datorită ieșirii din regiunea de multiplicare în avalanșă) și puterea disipată de dioda Zener să nu depășească valoarea $P_{dz}= 0{,}3$ W.

Care este variația maximă a tensiunii la ieșirea stabilizatorului?

EL.61. În fig. EL 61 este prezentată schema unui dublor de tensiune. Diodele prezintă în timpul conducției o rezistență constantă de 100 Ω, transformatorul de alimentare are $n = 2$; $r_2 = 8\,\Omega$ iar alimentarea se face de la o rețea de curent alternativ avînd $e_1 = 110 \sin 100 \cdot \pi \cdot t$ (V).

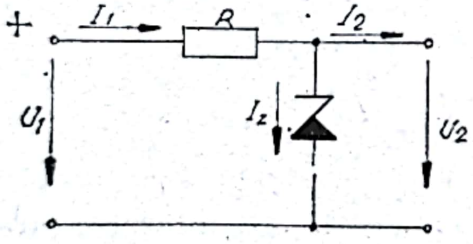


Fig. EL 60

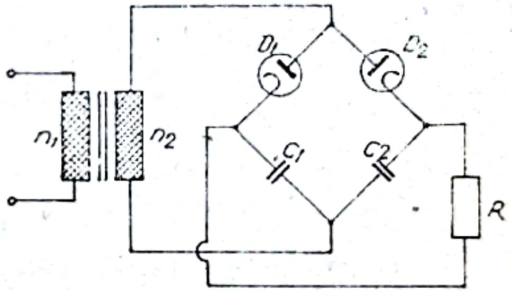


Fig. EL 61

Dacă $C_1 = C_2 = 25\mu$F și $R = 10\,$kΩ, să se determine:

a) curentul și tensiunea redresată;

b) tensiunea inversă maximă.

III. TRANZISTORUL

EL.62. Ecuațiile fundamentale ale tranzistorului.

REZOLVARE

Din exterior, nu se pot măsura componentele de curent definite la studiul tranzistorului, ci numai curenți totali prin firele de conexiune ale emitorului, bazei și colectorului (I_E; I_B; I_C). Acești curenți se pot exprima ușor în funcție de componentele de curent așa cum rezultă din fig. EL 62.

Scanned with OKEN Scanner

Curentul de emitor format din curenţii de purtători majoritari care difuzează prin joncţiunea emitorului.

$$I_E = I_{pe} + I_n.$$

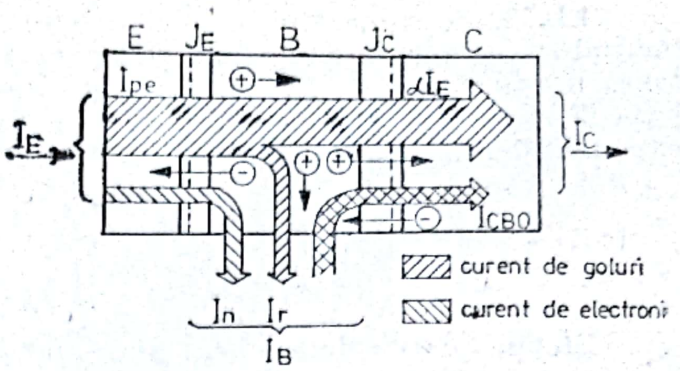


Fig. EL 62

Curentul de bază este format din 3 componente: curentul de recombinare, curentul de electroni majoritari prin joncţiunea emitorului şi curentul de saturaţie al joncţiunii colectorului

$$I_B = I_r + I_n - I_{CBO}.$$

Curentul de colector este format din curentul de goluri injectate în bază care străbat joncţiunea colectorului şi din curentul de saturaţie al acestei joncţiuni

$$I_C = I_{pc} + I_{CBO}$$

Bilanţul golurilor injectate din emitor în bază conduce la următoarea relaţie:

$$I_{pe} = I_{pc} + I_r$$

Făcînd suma ecuaţiilor obţinem:

$$I_B = I_r + I_n - I_{CBO}$$

$$\boxed{I_E = I_B + I_C}$$

$$I_C = I_{pc} + I_{CBO}$$

Aceasta este una din ecuaţiile fundamentale ale tranzistorului care exprimă condiţia de conservare a sarcinilor electrice în tranzistor. Această ecuaţie are o formă asemănătoare cu legea I-a a lui Kirchhoff dacă considerăm tranzistorul ca un nod al reţelei electrice. Curentul de goluri I_{pc} este inferior curentului de emitor dar proporţional cu acesta

$$I_{pc} < I_E \text{ dar } I_{pc} = \alpha I_E$$

atunci vom avea:

$$\boxed{I_C = \alpha \cdot I_E + I_{CBO}}$$

Aceasta este a doua ecuaţie fundamentală a tranzistorului. Coeficientul α are următoarea semnificaţie:

$$\alpha = \frac{\text{compon. curentului de colector datorate emitorului}}{\text{curentul de emitor}}$$

α = factorul de amplificare în curent între emitor şi colector.

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece $I_{pc} < I_E \Rightarrow \alpha < 1$

dar $0{,}95 \leqslant \alpha \leqslant 0{,}98$ în funcție de tipul tranzistorului și de tehnologia de fabricație.

În multe calcule se poate considera $\alpha \approx 1$.

Din explicația fenomenelor fizice care au loc într-un tranzistor în montajul cu baza comună, rezultă că intensitatea curentului de emitor I_E comandă curentul de colector I_C. De aceea, în acest montaj emitorul este borna de intrare și colectorul borna de ieșire. În acest montaj nu are loc o amplificare a curentului ($\alpha \approx 1$). În schimb tranzistorul realizează o amplificare în putere între emitor și colector. Deoarece joncțiunea emitorului este polarizată direct, ea are o rezistență internă mică (zeci de ohmi) iar joncțiunea colectorului o rezistență internă mare (ordinul MΩ)

$$P_i = R_{EB} \cdot I_E^2 \text{ și } P_e = R_{BC} \cdot I_c^2$$

dar $$\alpha \approx 1 \Rightarrow I_C \approx \alpha \cdot I_E \Rightarrow I_C \approx I_E$$

Atunci :

$$A = \frac{P_e}{P_i} = \frac{R_{CB} \cdot I_E^2}{R_{BE} \cdot I_C^2} \approx \frac{R_{CB}}{R_{EB}} \gg 1.$$

Această amplificare se realizează și pentru alte montaje. Există un alt mod de conexiune al tranzistorului în care baza este borna de intrare iar colectorul borna de ieșire.

În acest caz relația între I_B și I_C se obține din cele două ecuații fundamentale anterioare

$$\begin{cases} I_E = I_B + I_C \\ I_C = \alpha I_E + I_{CBO} \end{cases} \Rightarrow I_C = \frac{\alpha}{1-\alpha} I_B + \frac{1}{1-\alpha} \cdot I_{CBO}$$

dacă notăm $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$ atunci

$$\boxed{I_C = \beta I_B + \frac{1}{1-\alpha} \cdot I_{CBO}}$$

Cînd tranzistorul este comandat pe baza β = factor de amplificare în curent între bază și colector ; este o mărime statică ca și α.

Din relația $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$ se vede că dacă $\alpha \approx 1$, atunci $\beta \gg 1$. Coeficientul β variază între 20 și 600, în funcție de tipul tranzistorului.

Curentul I_{CBO} se numește rezidual de colector cu emitorul în gol deoarece cînd $I_E = 0$ avem $I_C = I_{CBO}$. Fiind curent de saturație al unei joncțiuni polarizate invers, el are la temperatura camerei valori de ordinul μA pentru tranzistor cu germaniu și de ordinul mA pentru cei cu siliciu.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul tranzistorului comandat pe bază rezultă că analogul lui

$$I_{CBO} \text{ este } I_{CEO} = \frac{1}{1-\alpha} \cdot I_{CBO}$$

numit curent rezidual cu baza în gol.

$$I_C = I_{CEO} \text{ cînd } I_B = 0$$

Deoarece $\alpha \approx 1 \Rightarrow \frac{1}{1-\alpha} \approx \frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta.$

deci $I_{CEO} \approx I_{CBO}$.

Deci curentul rezidual de colector este mult mai mare cînd tranzistorul este comandat pe bază decît cînd este comandat pe emitor. În majoritatea cazurilor I_C este cel puţin de ordinul mA aşa încît curenţii reziduali pot fi neglijaţi. Dacă considerăm $\alpha \approx 1$ atunci ecuaţiile fundamentale se pot scrie cu aproximaţie în următoarea formă simplificată:

$$I_C \approx I_E$$

$$I_C \approx \beta \cdot I_B$$

Aceste relaţii sînt foarte utile în practică pentru calculul preliminar al circuitelor cu tranzistoare. Factorii de amplificare în curent α şi β depind de punctul de funcţionare al tranzistorului. Dependenţa cea mai pronunţată o prezintă β. În funcţie de I_C, β creşte la început, atinge o valoare maximă şi apoi scade mai lent. Ecuaţiile de mai sus sînt valabile atît pentru tranzistori de tip n p n cît şi pentru cei de tip p n p.

EL.63. Un tranzistor este alimentat într-un montaj cu baza comună ca în fig. EL.63. Elementele schemei sînt $R_e = 1{,}5\ \text{k}\Omega$; $R_c = 5\ \text{k}\Omega$; $E_e = 2$ V. Tranzistorul caracterizîndu-se prin $\alpha = 0{,}98$; $I_{CBO} = 10\ \mu\text{A}$ şi $U_{EB} = 0{,}2$ V.

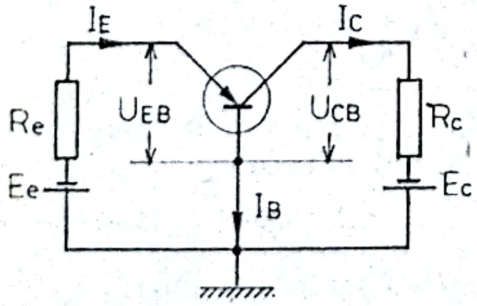


Fig. EL 63

Să se determine valoarea minimă a tensiunii bateriei E_c pentru menţinerea punctului static de funcţionare în regiunea activă normală de lucru.

REZOLVARE

Din legea a II-a a lui Kirchhoff rezultă:

$$E_e = R_e I_E + U_{EB} \Rightarrow I_e = \frac{E_e - U_{EB}}{R_e}$$

$$I_E = \frac{2 - 0{,}2}{1{,}5} = \frac{1{,}8}{1{,}5} = 1{,}2\ \text{mA}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Curentul de colector are valoarea :

$$I_C = \alpha I_E + I_{CBO} \Rightarrow I_C = 0{,}98 \cdot 1{,}2 + 0{,}01$$

$$I_C = 1{,}186 \text{ mA}.$$

Aplicînd legea a II-a a lui Kirchhoff în ochiul al doilea (circuitul colectorului) obţinem :

$$E_C = U_{CB} + R_C \cdot I_C$$

Pentru a exista

$$U_{CB} \neq 0 \Rightarrow E_C > R_C I_C$$

$$\Rightarrow E_C > 5 \cdot 1{,}186 \Rightarrow E_C > 5{,}93 \text{ V}.$$

EL.64. Un etaj de amplificare cu baza comună avînd schema din fig. EL.64 este realizat cu un tranzistor cu Ge cu $\alpha = 0{,}985$. Dioda Zener din schemă are o tensiune de stabilizare de 5 V. La Ge avem $U_{BE} = -0{,}3$V.

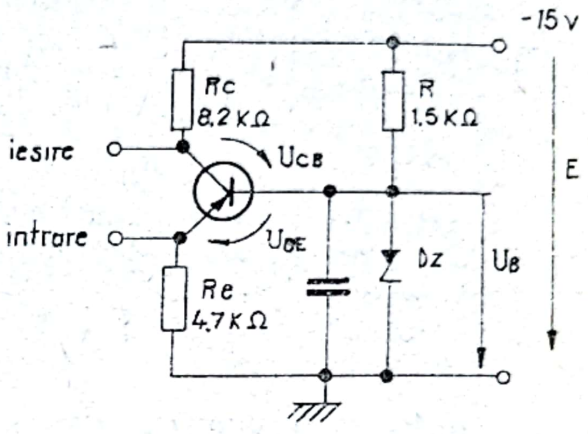


Fig. EL64

Să se calculeze aproximativ punctul de funcţionare al tranzistorului (I_E; I_C; U_{CB}).

REZOLVARE

Potenţialul bazei U_B este determinat de tensiunea aplicată diodei Zener (−5V)

$$U_B = U_{BE} - I_E \cdot R_E \Rightarrow I_E = \frac{U_{BE} - U_B}{R_E}$$

$$\Rightarrow I_E = \frac{-0{,}3 - (-5)}{4{,}7 \cdot 10^3} = 1 \text{ mA}$$

$$I_C \approx \alpha \cdot I_E \Rightarrow I_C = 0{,}985 \text{ mA}$$

Pentru potenţialul colectorului avem :

$$U_C - I_C \cdot R_C = E \Rightarrow U_C = E + I_C \cdot R_C$$

$$U_C = -15 + 8{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}985 \cdot 10^{-3} = -15 + 8{,}1 = -6{,}9 \text{ V}$$

$$U_C = -6{,}9 \text{ V}$$

atunci $U_{CB} = U_C - U_B = -6{,}9 - (-5) = -1{,}9$ V

deci $U_{CB} = -1{,}9$ V.

Scanned with OKEN Scanner

EL.65. Un etaj de amplificare cu schema din fig. EL.65 este realizat cu un tranzistor AF 135. Se cunosc :

$$R_C = 2\text{k}\Omega\,;\; E_C = 20\text{ V}\,;\; I_B = 100\ \mu\text{A}\,;\; U_{CE} = -5\text{ V}.\,;$$

$$\alpha = 0{,}98\,;\; U_{BE} = 0{,}4\text{ V}.$$

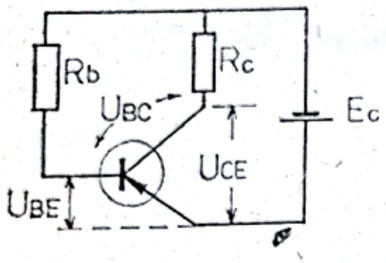


Fig. EL 65

Să se determine :
a) curentul de colector I_C;
b) curentul de emitor I_E;
c) curentul rezidual I_{CBO};
d) $R_b = ?$
e)puterile disipate pe joncţiuni $P_{dE} = ?$, $P_{dC} = ?$

f) Dacă baza este comandată de un curent sinusoidal cu amplitudinea $\Delta I_B = 20\ \mu\text{A}$, să se determine amplitudinea curentului sinusoidal din colector ΔI_C.

REZOLVARE

Din figură rezultă :

$$E_C = I_C \cdot R_C + |U_{CE}| \Rightarrow I_C = \frac{E_C - |U_{CE}|}{R} \Rightarrow I_C = 7{,}5\text{ mA}$$

$$I_E = I_C + I_B \Rightarrow I_E = 7{,}6\text{ mA}$$

$$I_C = \alpha \cdot I_E + I_{CBO} \Rightarrow I_{CBO} = I_C - \alpha \cdot I_E \Rightarrow I_{CBO} = 52\ \mu\text{A}.$$

Din figură rezultă :

$$E_C = U_{BE} + I_B \cdot R_B \Rightarrow R_b = \frac{E_C - U_{BE}}{I_B} \Rightarrow R_B = 196\text{ k}\Omega$$

$$P_{dE} = U_{BE} \cdot I_E \Rightarrow P_{dE} = 3{,}04\text{ mW}$$

$$P_{dC} = U_{BC} \cdot I_C \text{ dar } R_B \cdot I_B - U_{CB} - R_C I_C = 0$$

$$U_{BC} = 4.6\text{ V}.$$

atunci $P_{dC} = U_{BC} \cdot I_C = 34{,}5\text{ mW}$

din $I_C = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} \cdot I_B + \dfrac{1}{1-\alpha} I_{CBO}$

$$\Delta I_C = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \Delta I_B \text{ pentru ca } I_{CBO} = \text{constant}$$

Scanned with OKEN Scanner

atunci $\Delta I_C = 980\ \mu A$

$\Delta I_C = 0{,}98\ mA.$

EL.66. În montajul din fig. EL.66, tranzistorul este alimentat de o singură sursă $E_C = 12$ V iar $R_b = 400$ kΩ și $R_c = 3$ kΩ. Știind că pentru tranzistor $\beta = 50$; $I_{CBO} = 10\ \mu A$ și $U_{BE} = 0{,}2$ V, să se determine tensiunea colector-emitor U_{CE}.

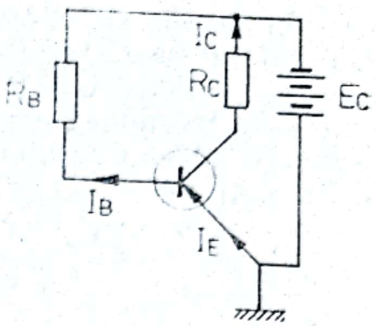


Fig. EL 66

REZOLVARE

Aplicînd legea a II-a a lui Kirchhoff obținem:

$$\begin{cases} E_C = U_{CE} + R_C \cdot I_C \\ E_C = U_{BE} + R_b \cdot I_b \\ I_C = \beta I_B + (1+\beta) I_{CBO} \end{cases} \qquad \begin{cases} 12 = U_{CE} + 3 I_C \\ 12 = 0{,}2 + 400 I_B \\ I_C = 50 I_B + 51 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

$$I_B = \frac{11{,}8}{400}\ mA;\ I_B = 0{,}0295\ mA;\ I_C = 1{,}98\ mA.$$

$$U_{CE} = 12 - 3 \cdot 1{,}98 \Rightarrow U_{CE} = 6{,}06\ V.$$

EL.67. Să se determine valoarea factorului de multiplicare în avalanșă M al unui tranzistor cu $\alpha = 0{,}99$ în condițiile în care curentul de colector devine egal cu cel de emitor. Dacă $U_{CB} = 20$ V să se determine valoarea tensiunii de străpungere U_{CBS}.

REZOLVARE

$$I_C^* = M I_C = M\,(\alpha \cdot I_E + I_{CBO})$$

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CE}}{U_{CBS}}\right)^n}$$

În condițiile problemei $I_C^* = I_E$.

$$\Rightarrow M = \frac{I_C^*}{I_C} = \frac{I_E}{I_C} \approx \frac{1}{\alpha} \Rightarrow M = 1{,}01$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CB}}{U_{CBS}}\right)^n} \Rightarrow \sqrt[n]{1-\alpha} = \frac{U_{CB}}{U_{CBS}}$$

$$\Rightarrow U_{CBS} = \frac{U_{CB}}{\sqrt[n]{1-\alpha}} \Rightarrow U_{CBS} = 92{,}83\ V$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.68. La două tranzistoare cu germaniu cu aceiași rezistivitate a materialului bazei (deci cu aceiași tensiune de străpungere prin multiplicare în avalanșă U_{CBS}), având $\alpha_{01} = 0{,}96$ și $\alpha_{02} = 0{,}98$, se măsoară tensiunile de străpungere în conexiune EC la $I_B = 0$, obținîndu-se, 49 V și respectiv 39 V. Considerînd pentru factorul de multiplicare M valabilă relația empirică :

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CB}}{U_{CBS}}\right)^n}$$

să se determine exponentul n și tensiunea de străpungere U_{CBS} care caracterizează materialul considerat.

REZOLVARE

Străpungerea tranzistorului cu baza în gol ($I_B = 0$) are loc pentru $M\ \alpha_0 = 1$ adică la tensiunea U_{CB} dată de relația :

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CB}}{U_{CBS}}\right)^n} = \frac{1}{\alpha_0}$$

dar $U_{CES} = U_{CB} - U_{EB} \approx U_{CB}$
rezultă

$$\left(\frac{U_{CES}}{U_{CBS}}\right)^n = 1 - \alpha_0$$

prin logaritmare avem :

$$n \lg U_{CES} - n \lg U_{CBS} = \lg (1 - \alpha_0).$$

Scriind această relație pentru cele două tranzistoare rezultă prin scădere :

$$n = \frac{\lg (1 - \alpha_{01}) - \lg (1 - \alpha_{02})}{\lg |(U_{CES1}| - \lg |U_{CES2}|} = \frac{\lg \frac{1 - \alpha_{01}}{1 - \alpha_{02}}}{\lg \frac{U_{CES1}}{U_{CES2}}} = 3.$$

$$\lg |U_{CBS}| = \frac{n \lg |U_{CES1}| - \lg (1 - \alpha_{01})}{n} = 2{,}156.$$

$$U_{CBS} = - |U_{CBS}| = - 143{,}5 \text{ V}.$$

EL.69. La schema din fig. EL.69. se măsoară $I_C = 0{,}25$ mA cu comutatorul K deschis și $I_C = 5{,}25$ mA, $I_B = 100$ μA cu comutatorul K închis.

Scanned with OKEN Scanner

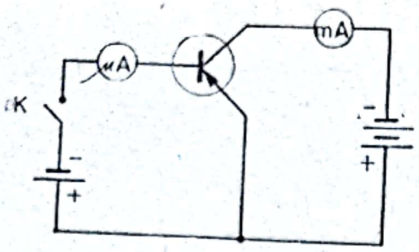


Fig. EL 69

Ce factor de amplificare în curent β_0 are tranzistorul din montaj?

REZOLVARE

Din relația $I_C = \beta_0 I_B + I_{CEO}$

$$\Rightarrow \beta_0 = \frac{I_C - I_{CEO}}{I_B}$$

În cazul măsurării cu K deschis, $I_B = 0$ deci se măsoară

$$I_{CEO} = 0{,}25 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow \beta_0 = \frac{5{,}25 - 0{,}25}{0{,}1} = 50$$

EL.70. Pentru un tranzistor EFT 323 se cunoaște $\beta = 50$ și $I_{CEO} = 200\ \mu A$.
Care este valoarea curentului de colector la $I_B = 200\ \mu A$?
Dar la $I_E = 5$ mA?

REZOLVARE

Se pot scrie ecuațiile:

$$\begin{cases} I_C = \alpha I_E + I_{CBO} \\ I_E = I_C + I_B \end{cases}$$

$$I_C = \beta \cdot I_E + (1 + \beta) I_{CBO} = \beta I_B + I_{CEO}$$

Pentru datele problemei se obțin rezultatele:

$$I_C = \beta I_B + I_{CEO} = 50 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} + 0{,}2 \cdot 10^{-3} = 10{,}2 \cdot 10^{-3} \text{A}$$

$$I_C = \frac{\beta}{1+\beta} \cdot I_E + \frac{1}{1+\beta} I_{CEO} = \frac{50}{51} \cdot 5 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{51} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}$$

$$I_C = 4{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ A}.$$

EL.71. Pentru montajul cu emitor comun din fig. EL.71 să se determine R_b și R_c pentru ca tranzistorul având parametrii $\beta = 50$; $I_{CBO} = 5\mu A$ să lucreze în punctul static de funcționare.

$I_C = 2$ mA; $U_{CE} = -5$V; $U_{BE} = 0{,}2$ V.

Bateria fiind de 9 V; $E_c = 9$ V.

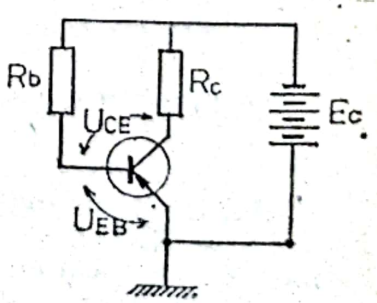


Fig. EL. 71

REZOLVARE

Din ecuațiile corespunzătoare circuitului bazei, respectiv colectorului se obțin:

$$R_b = \frac{E_C - U_{EB}}{I_B} \text{ și } R_c = \frac{E_C - |U_{CE}|}{I_C}$$

Pe de altă parte avem:

$$I_B = \frac{1}{\beta} \cdot I_C - \frac{1}{\beta}(1+\beta) \cdot I_{CBO}$$

$$R_C = \frac{E_C - |U_{CE}|}{I_C} = 2 \cdot 10^3\ \Omega$$

$$R_b = \beta \cdot \frac{E_C - U_{BE}}{I_C - (1+\beta) I_{CBO}} = 251 \cdot 10^3\ \Omega.$$

EL.72. Se consideră un tranzistor EFT 323 pentru care se cunoaște: $\alpha = 0{,}98$; $I_{CBO} = 4\ \mu A$ și montajul din care face parte conform fig. EL.72.

Cunoscîndu-se t.e.m. ale surselor de alimentare $E_i = 4$ V și $E_C = 10$ V, să se determine valorile rezistențelor R_e și R_c astfel încît tranzistorul să lucreze în punctul static de funcționare: $U_{EB} = 0{,}4$ V; $I_C = 2$ mA; $U_{CB} = -6$ V.

REZOLVARE

Conform legii a II-a a lui Kirchhoff:

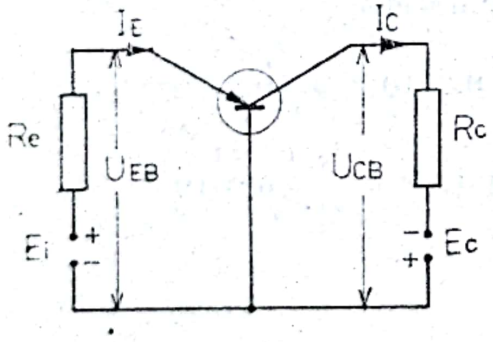


Fig. EL 72

$$E_C = |U_{CB}| + R_C \cdot I_C \Rightarrow R_C = \frac{E_C - |U_{CE}|}{I_C}$$

$$R_C = 2\ \text{k}\Omega.$$

$$E_i = R_e \cdot I_e + U_{EB} \Rightarrow R_e = \frac{E_i - U_{EB}}{I_e}$$

dar $I_C = \alpha I_e + I_{CBO} \Rightarrow \alpha I_e = I_C - I_{CBO}$

$$I_e = 2{,}036\ \text{mA}.$$

Înlocuind în expresia lui R_e

$$R_e = 1{,}768\ \text{k}\Omega.$$

EL.73. Să se determine pentru montajul din fig. EL.73 la care $E_c = 8$ V și $E_e = 2$ V, valorile necesare pentru rezistențele R_e și R_c, astfel încît tranzistorul cu parametrii $\alpha_0 = 0{,}98$ și $I_{CBO} = 1\ \mu A$ să lucreze în punctul static de funcționare $U_{EB} = 0{,}2$ V; $I_C = 1$ mA; $U_{CB} = -3$ V.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

Din figură rezultă

$$|U_{CB}| + I_C R_C = E_C \Rightarrow R_c = \frac{E_C - |U_{CB}|}{I_C} = 8\ \text{k}\Omega.$$

$$I_C = \beta \cdot I_B + (\beta + 1) I_{CBO} \Rightarrow I_B = \frac{I_C - (\beta + 1) I_{CBO}}{\beta}$$

$$I_B = \frac{1 - \frac{1}{1-\alpha} \cdot I_{CBO}}{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{1 - \frac{1}{0{,}02} \cdot 10^{-3}}{\frac{0{,}98}{0{,}02}} = \frac{0{,}95}{49}$$

$$\Rightarrow I_B = 0{,}0193\ \text{mA}$$

$$I_E = I_B + I_C = 0{,}0193 + 1$$

$$\Rightarrow I_E = 1{,}0193\ \text{mA}.$$

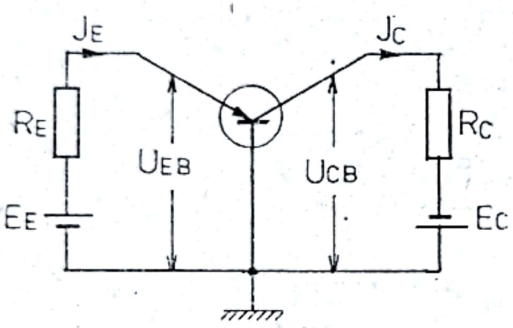


Fig. EL 73

Din figură rezultă:

$$R_E \cdot I_E + U_{EB} = E_e$$

$$R_E = \frac{E_E - U_{EB}}{I_E} \Rightarrow R_E = 1{,}84\ \text{k}\Omega.$$

EL.74. În figura EL.74 este prezentată schema echivalentă de curent continuu a unui amplificator cu tranzistor, avînd un transformator în colector (rezistența primarului neglijabilă).

Cunoscînd $E = 9\ \text{V}$; $\beta = 50$; $I_{CBO} = 5\ \mu\text{A}$; $U_{EB} = 0{,}2\ \text{V}$ să se determine rezistența R pentru ca $I_C = 2\ \text{mA}$.

Ce valoarea are U_{CB}?

REZOLVARE

$$\begin{cases} E = U_{BE} + R \cdot I_B \\ I_C = = \beta I_B + (1 + \beta) I_{CBO} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9 = 0{,}2 + R \cdot I_B \\ 2 = 50 I_B + 51 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

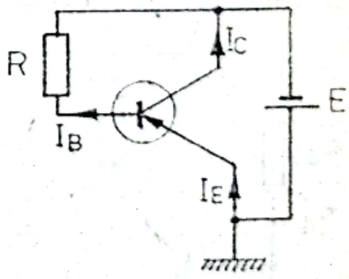


Fig. EL 74

$$I_B = \frac{2 - 0{,}225}{50} = \frac{1{,}745}{50} \Rightarrow I_B = 0{,}0349\ \text{mA}$$

$$R = \frac{8{,}8}{0{,}0349} \Rightarrow R = 252\ \text{k}\Omega$$

$$U_{CB} = R \cdot I_B \Rightarrow U_{CB} = 8{,}8\ \text{V}.$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.75. Să se determine pentru montajul din figura EL.75 la care $E_e = 2$ V și $E_c = 6$ V valorile necesare pentru rezistențele R_e și R_c astfel încît tranzistorul cu parametrii $\alpha_0 = 0{,}98$; $I_{CEO} = 50$ μA să lucreze în punctul static de funcționare $U_{EB} = 0{,}2$ V; $I_C = 1$ mA și $U_{CB} = -3$ V.

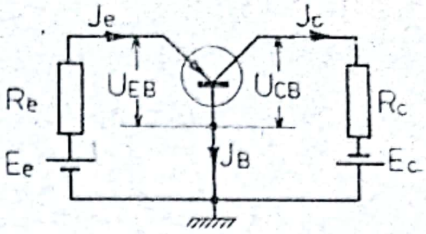


Fig. EL 75

REZOLVARE

Aplicînd legea a II-a a lui Kirchhoff obținem' :

$$|U_{CB}| + R_C I_C = E_C; \quad R_C = \frac{E_C - |U_{CB}|}{I_C}.$$

$$R_C = 3 \text{ k}\Omega$$

$$E_e = R_e \cdot I_c + U_{EB}$$

$$I_C = \beta I_B + I_{CEO} \Rightarrow I_C = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} \cdot I_B + I_{CEO}$$

$$1 = \frac{0{,}98}{0{,}02} \cdot I_B + 50 \cdot 10^{-3} \Rightarrow I_B = \frac{1 - 0{,}05}{49}$$

$$I_B = 0{,}0193 \text{ mA}$$

din $I_e = I_B + I_C \Rightarrow I_e = 1{,}0193$ mA

$$R'_{Ve} = \frac{E_e - U_{EB}}{I_e} = \frac{2 - 0{,}2}{1{,}0193} = 1{,}84 \text{ k}\Omega$$

EL.76. Să se determine pentru montajul din figura EL.76 expresiile factorului de stabilizare.

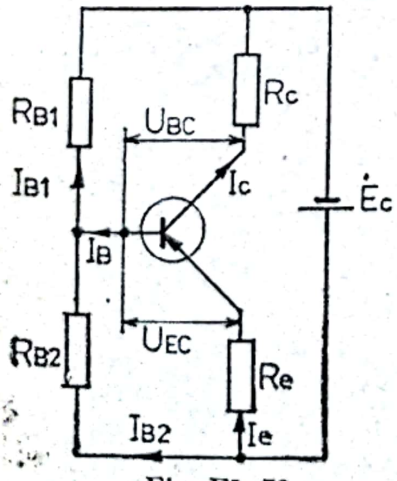


Fig. EL 76

$$S = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}}$$

REZOLVARE

$$\begin{cases} I_{B1} = I_B + I_{B2} \\ E_C = R_e (I_B + I_C) + U_{CE} + R_C \cdot I_C \\ E_C = R_{B2} \cdot I_{B2} + R_{B1} \cdot I_{B2} \\ I_e = I_C + I_B \\ U_{CE} = U_{CB} + U_{EB} \\ R_e \cdot I_e = R_{B2} \cdot I_{B2} - U_{BE} \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$I_{B2} = \frac{R_e \cdot I_e}{R_{B2}} \Rightarrow I_{B1} = I_B + \frac{R_e \cdot I_e + U_{BE}}{R_{B2}}$$

$$E_C = R_{B2} \frac{R_e \cdot I_e + U_{BE}}{R_{B2}} + R_{B1} \left(I_B + \frac{I_e \cdot R_e + U_{BE}}{R_{B2}} \right)$$

$$E_C = R_e(I_B + I_C) + U_{BE} + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} [I_B \cdot R_{B2} + R_e(I_B + I_C) + U_{BE}]$$

$$I_B \left[R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e + R_{B2}) \right] =$$

$$= E_C - I_C \left[R_e \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right) \right] - U_{BE} \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right)$$

$$I_B = \frac{E_C - I_C \cdot R_e \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right) - U_{EB} \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e + R_{B2})}$$

$$I_C \left[1 + \frac{R_e \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right) \frac{\alpha}{1 - \alpha}}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e - R_{B2})} \right] =$$

$$= \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \frac{E_C - U_{BE} \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e + R_{B1})} + \frac{1}{1 - \alpha} \cdot I_{CBO}$$

$$1 + \frac{R_e \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e + R_{B2})} \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \Delta I_C = \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \Delta I_{CBO}$$

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}} = \frac{1}{(1 - \alpha) + \frac{\alpha R_e \left(1 + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \right)}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}} (R_e + R_{B2})}}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}} = \frac{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}}(R_e + R_{B2})}{R_e + \frac{R_{B1}}{R_{B2}}(R_e + R_{B2}) - \alpha R_e - \alpha \frac{R_{B1}}{R_{B2}} \cdot R_e}$$

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}} = \frac{R_e(R_{B1} + R_{B2}) + R_{B1} \cdot R_{B2}}{R_e(R_{B1} + R_{B2}) + R_{B1} \cdot R_{B2}(1 - \alpha)}$$

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta I_{CBO}} = \frac{R_e + R_B}{R_e + R_B(1 - \alpha)}$$

unde $R_B = \dfrac{R_{B1} \cdot R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}$

EL.77. Să se găsească relația de calcul a factorilor de amplificare în curent α_0 și β_0 cînd se cunosc curentul rezidual de colector I_{CO} și curenții de colector și de bază I_C și I_B măsurați într-un punct de funcționare.

REZOLVARE

Pornind de la relațiile:

$$I_C = \alpha I_E + I_{CO}$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{I_C - I_{CO}}{I_E} = \frac{I_C - I_{CO}}{I_C + I_B}$$

$$I_E = I_C + I_B$$

și $\beta_0 = \dfrac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} = \dfrac{I_C - I_{CO}}{I_B + I_{CO}}$

EL.78. La un tranzistor EFT 352 avînd $U_{CB} = -6$ V se măsoară $I_C = 0{,}99$ mA la $I_E = 1$ mA și $I_C = 0{,}745$ mA la $I_E = 0{,}75$ mA. Să se determine parametrii α_0 și I_{CO} corespunzători tensiunii de colector date, considerîndu-l pe α_0 independent de curentul de colector.

EL.79. Un tranzistor EFT 352 are la tensiunea $U_{CE} = -6$ V, $\alpha_0 = 0{,}98$ și $I_{CO} = 10$ μA.

Să se determine curentul de emitor la care $I_E = I_C$ la $U_{CB} = -6$V.

EL.80. Se consideră montajul cu baza comună, cu două surse, din figura El.80.

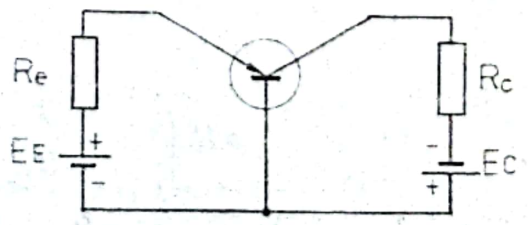


Fig. EL 80

Scanned with OKEN Scanner

Să se scrie expresia curentului de colector și a tensiunii de colector în funcție de elementele E_E; E_C; R_e și R_c ale schemei și de parametrii α_0; I_{CO}; U_{EB} ai tranzistorului. Se va presupune că tranzistorul lucrează în regiunea activă normală a caracteristicilor și se va găsi condiția pe care trebuie să o îndeplinească elementele montajului pentru ca această presupunere să fie adevărată.

Aplicație: $E_E = 2$ V; $E_C = 12$ V; $R = 2$ kΩ; $R_C = 6$ Ω

$$\alpha_0 = 0{,}98;\ I_{CO} = 5\ \mu A;\ U_{EB} = 0{,}2\ V.$$

EL.81. Să se calculeze rezistențele R_e și R_c pentru montajul cu baza comună, cu două surse ca în figura EL.80 astfel ca tranzistorul avînd $\beta = 50$; $I_{CEO} = 0{,}1$ mA; $U_{EB} = 0{,}2$ V să lucreze în punctul static de $I_C = 1$ mA; $U_{CB} = -6$ V atunci cînd este alimentat cu $E_E = 2$ V și $E_C = 12$ V.

EL.82. Se consideră montajul cu emitor comun, cu o singură sursă, nestabilizat din figura EL.82. Să se scrie expresia curentului de colector și a tensiunii de colector în funcție de elementele E_c; R_b; R_c ale schemei și de parametrii β_0; I_{CO}; U_{BE} ai tranzistorului.

Se va presupune că tranzistorul lucrează în regiunea activă normală a caracteristicilor și se va găsi condiția pe care trebuie să o îndeplinească rezistența R_b la E_c și R_c date pentru ca această presupunere să fie adevărată.

Aplicație: $E_c = 24$ V; $R_b = 1$ MΩ; $R_c = 10$ kΩ

$$\beta_0 = 50;\ I_{CO} = 5\ \mu A;\ U_{EB} = 0{,}2\ V.$$

EL.83. Să se calculeze rezistențele R_b și R_c pentru montajul din figura EL.82, astfel ca tranzistorul avînd $\beta_0 = 50$; $I_{CEO} = 0{,}1$ mA; $U_{EB} = 0{,}2$ V să lucreze în punctul static $I_C = 1$ mA; $U_{CE} = -6$ V atunci cînd este alimentat cu $E_c = 12$ V.

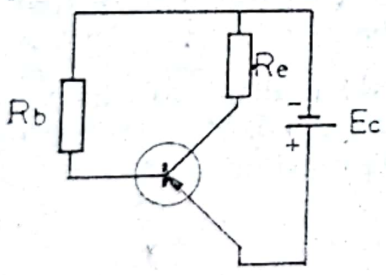


Fig. EL 82

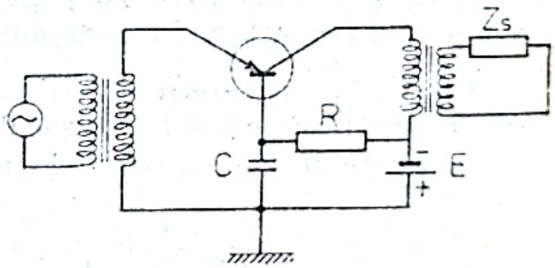


Fig. EL 85

EL.84. Montajul din figura EL.82 este echipat cu un tranzistor cu $\beta_0 = 50$. Cunoscînd $R_b = 0{,}5$ MΩ să se calculeze cu cît crește curentul de colector cînd tensiunea de alimentare crește cu 2 V dacă se presupun constanți parametrii β_0; I_{CO}; U_{EB}.

EL.85. În figura EL.85 este reprezentată schema unui amplificator cu tranzistor în conexiunea cu bază comună, cu o singură sursă de alimentare.

Să se determine valorile elementelor R și E astfel ca tranzistorul avînd $\beta_0 = 50$; $I_{CEO} = 250\ \mu A$; $U_{EB} = 0{,}1$ V să lucreze în punctul static

$I_c = 1$ mA; $U_{CB} = -6$ V. Rezistențele înfășurărilor transformatoarelor sînt neglijabile.

EL.86. Se consideră montajul din figura EL.86 în care $R = 10$ kΩ. Să se determine rezistența R_b și tensiunea E_c astfel încît tranzistorul avînd $\alpha_0 = 0{,}95$; $I_{CO} = 5$ μA și $U_{BB} = 0{,}2$ V. să lucreze în punctul static de funcționare $I_E = 1$ mA; $U_{CE} = -10$ V.

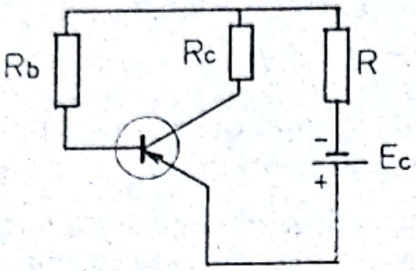


Fig. EL.86

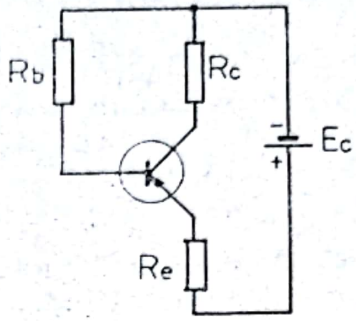


Fig. EL 87

EL.87. În figura EL.87 se folosește un tranzistor cu $\beta_0 = 50$; $I_{CEO} = 0{,}1$ mA; $U_{EB} = 0{,}15$ V. Să se determine rezistențele R_b și R_c astfel ca tranzistorul să lucreze în punctul static $I_c = 1$ mA; $U_{CE} = -6$ V atunci cînd montajul, avînd rezistența de stabilizare $R_c = 2$ kΩ este alimentat cu $E_C = 12$ V. Ce valoare rezultă pentru factorul de stabilizare $S = \dfrac{\Delta I_c}{\Delta I_{C0}}$?.

EL.88. Să se determine valoarea factorului de multiplicare în avalanșă M al unui tranzistor pentru care curentul de emitor devine egal cu cel de colector.

Dacă $U_{CBS} = -100$ V și n = 3, care este valoarea corespunzătoare tensiunii bază-colector U_{CB}. Se cunoaște $\alpha_0 = 0{,}98$.

EL.89. Să se determine valoarea factorului de multiplicare în avalanșă M, pentru care tranzistoarele din circuitele din fig. EL.89 se străpung.

Se poate atinge această valoare prin creșterea tensiunii E_c?

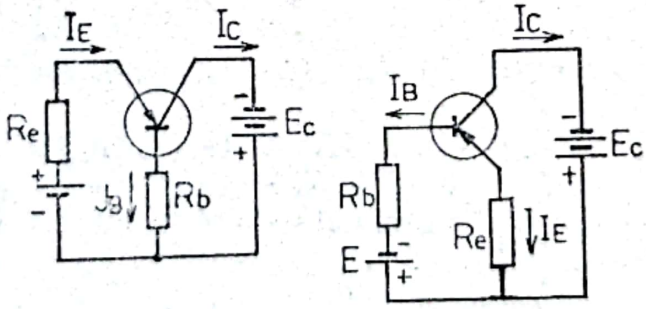


Fig. EL 89

EL.90. Se consideră un tranzistor în conexiune BC, alimentat cu un generator de curent constant, I_E, la intrare, și avînd multiplicare în

Scanned with OKEN Scanner

avalanșă la joncțiunea colectorului. La ce valoare a factorului de multiplicare în avalanșă M curentul de bază se schimbă de semn?.

Se cunosc parametrii α_0; I_{CO}.

EL.91. Să se găsească ecuația caracteristicii $I_C = f(U_{CE})$ a unui tranzistor la $I_B = 0$, ținînd seama de multiplicarea în avalanșă la joncțiunea colectorului. Se va determina tensiunea de străpungere U_{CES} cunoscînd $U_{CBS} = -100$ V; $\beta_0 = 50$; $n = 3$ unde n este exponentul din relația empirică a factorului de multiplicare în avalanșă.

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CB}}{U_{CBS}}\right)^n}$$

EL.92. La ce tensiune de colector, factorul de amplificare în curent $\alpha_0 = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$ al unui tranzistor devine egal cu unitatea datorită multiplicării în avalanșă la joncțiunea colectorului? Se cunosc următorii parametrii ai tranzistorului: $U_{CBS} = -100$ V; $\alpha_0 = 0{,}98$; $n = 3$, unde n este exponentul din relația empirică

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U_{CB}}{U_{CBS}}\right)^n}$$

IV. FIZICA SOLIDULUI

EL.93. Să se calculeze rezistivitatea unui monocristal de Ge intrinsec și a unui monocristal de Si intrinsec la $T = 300$ K. Se cunosc concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = p_i = 2{,}5 \cdot 10^{19}$ m^{-3} iar la Si, $n_i = p_i = 2 \cdot 10^{16}$ m^{-3} și mobilitatea purtătorilor de sarcină la această temperatură

$$\text{Ge} \Rightarrow \mu_n = 0{,}36 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}; \quad \mu_p = 0{,}17 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

$$\text{Si} \Rightarrow \mu_n = 0{,}12 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}; \quad \mu_p = 0{,}05 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

REZOLVARE

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(n\mu_n + p\mu_p)}$$

$$n = p \Rightarrow \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{en(\mu_n + \mu_p)}$$

$$\Rightarrow \rho_{Ge} = 0{,}472\ \Omega\text{m}$$

$$\Rightarrow \rho_{Si} = 1840\ \Omega\text{m}$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.94. Să se calculeze cu cîte grade trebuie încălzită o bară de Ge intrinsec aflată la temperatura $T = 300$ K pentru a-și reduce la jumătate rezistența, neglijînd variația mobilităților cu temperatura.

Se cunoaște lărgimea benzii interzise pentru Ge;

$$E_g = 0{,}72 \text{ eV}.$$

REZOLVARE

$$R = \rho \frac{l}{S}; \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{e(\mu_n + \mu_p) n_i}$$

Concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină este dată de relația:

$$n_i = C_i e^{-\frac{E_g}{2KT}}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sigma_1} = \frac{1}{2\sigma} \Rightarrow \sigma_1 = 2\sigma$$

$$\Rightarrow e(\mu_n + \mu_p) n_{1i} = 2e(\mu_n + \mu_p) n_i \Rightarrow$$

$$n_{1i} = 2n_i \Rightarrow c_i e^{-\frac{E_g}{2KT_1}} = 2C_i e^{-\frac{E_g}{2KT}}$$

$$\Rightarrow -\frac{E_g}{2KT_1} = \ln 2 - \frac{E_g}{2KT} \Rightarrow \frac{E_g}{2K}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_1}\right) = \ln 2.$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T \cdot E_g}{E_g - 2KT \ln 2} \Rightarrow$$

$$\Delta T = T_1 - T = \frac{2KT^2 \ln 2}{E_g - 2KT \ln 2}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 14{,}9°\text{C}.$$

EL.95. Unui semiconductor intrinsec de Si i se adaugă impurități donoare astfel încît concentrația purtătorilor majoritari crește de 1,02 ori față de concentrația semiconductorului intrinsec la $T = 300$ K. Să se determine concentrația purtătorilor de sarcină minoritari în cazul semiconductorului extrinsec. Se cunoaște concentrația intrinsecă la Si la $T = 300$ K; $n_i = p_i = 2 \cdot 10^{16}$ m^{-3}.

REZOLVARE

Concentrația purtătorilor majoritari este $n = n_i + N_d$ unde N_d = concentrația atomilor donori.

Concentrația purtătorilor minoritari

$$p = p_i$$

$$\Rightarrow np = (n_i + N_a)p_i \Rightarrow n\,p \approx n_i p_i$$

$$\Rightarrow np \approx n_i^2$$

dar $n = 1{,}02 n_i$ din enunț

$$\Rightarrow p \approx \frac{n_i}{1{,}02} \Rightarrow p \approx 2 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m}^{-3}$$

EL.96. Să se determine creșterea tensiunii directe aplicate unei joncțiuni p n dacă valoarea curentului a crescut de două ori la $T = 300$ K.

REZOLVARE

$$I = I_s(e^{\frac{eU}{KT}} - 1) \Rightarrow I \approx I_s \cdot e^{\frac{eU}{KT}}$$

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= I_s \cdot e^{\frac{eU_1}{KT}} \\ I_2 &= I_s \cdot e^{\frac{eU_2}{KT}} \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = e^{\frac{e}{KT}(U_2 - U_1)}$$

$$\ln \frac{I_2}{I_1} = \frac{e}{KT} \cdot \Delta u \Rightarrow \Delta u = \frac{KT}{e} \ln \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \Delta u = 5{,}95\ \mathrm{mV}$$

EL.97. Să se determine valorile limită ale lungimilor de undă λ_p asociate radiațiilor necesare pentru crearea de perechi electron-gol în Ge; Si; GaAs.

REZOLVARE

În prezența iluminării, condiția limită necesară pentru crearea de perechi electron-gol în semiconductoare este dată de relația:

$$h\,\nu_p = E_g$$

dar $\nu_p = \frac{c}{\lambda_p} \Rightarrow \lambda_p = \frac{hc}{E_g}$.

Cunoscînd pentru Ge — $E_g = 0{,}67$ eV

Si — $E_g = 1{,}11$ eV

GaAs — $E_g = 1{,}40$ eV

vom obține:

$$\lambda_p = 1{,}85 \text{ μm pentru Ge}$$
$$\lambda_p = 1{,}12 \text{ μm pentru Si}$$
$$\lambda_p = 0{,}89 \text{ μm pentru GaAs}$$

EL.98. O probă de siliciu de tip n prezintă la întuneric rezistivitatea $\rho_0 = 10\ \Omega \cdot \text{cm}$.

Să se calculeze rezistivitatea probei în condițiile iluminării, presupunînd o viteză de generare a perechilor electron-gol $g_L = 10^{22}\ \text{cm}^{-3}\,\text{s}^{-1}$ și un timp de viață al purtătorilor în exces $\tau_n = \tau_p = 1\ \mu\text{s}$. Se consideră mobilitățile $\mu_n = 1{,}3 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$; $\mu_p = 450 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ că nu depind de iluminare.

Se cunosc $n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}\ \text{cm}^{-3}$; $T = 300\ \text{K}$

REZOLVARE

Concentrațiile de electroni și goluri la echilibru termic în întuneric se determină astfel:

$$\sigma = e(n_0\mu_n + p_0\,\mu_p).$$

în cazul semiconductorului extrinsec de tip n avem $n_0 \gg p_0$ atunci putem scrie

$$\sigma = e\,n_0\mu_n$$

$$n_0 = \frac{\sigma}{e\mu_n} = \frac{1}{e\mu_n\rho_0} \Rightarrow$$

$$n_0 = 4{,}81 \cdot 10^{14}\ \text{cm}^{-3}$$

Pentru p_0 considerăm următoarele:

$$n_0p_0 = (n_i + N_d)p_i \Rightarrow n_0p_0 \approx n_i\,p_i$$
$$\Rightarrow n_0p_0 \approx n_i^2 \Rightarrow p_0 \approx \frac{n_i^2}{n_0}$$
$$p_0 = 4{,}68 \cdot 10^5\ \text{cm}^{-3}$$

În cazul iluminării uniforme concentrațiile purtătorilor devin:

$$n = n_0 + \tau_n g_L \approx 1{,}05 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$$
$$p = p_0 + \tau_p g_L \approx 1 \cdot 10^{16}\ \text{cm}^{-3}$$

Atunci rezistivitatea materialului este:

$$\rho = \frac{1}{e(n\mu_n + p\mu_p)} \Rightarrow \rho = 0{,}34\ \Omega\text{cm}.$$

Scanned with OKEN Scanner

EL.99. Să se arate că rezistența R a unei fotorezistențe de tip n depinde liniar de fluxul luminos Φ (monocromatic) numai la nivele mici de injecție. Se consideră că lumina este absorbită uniform, conform fig. EL.99.

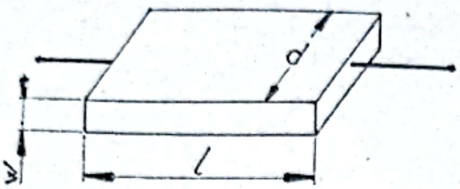


Fig. EL 99

REZOLVARE

Rezistența fotorezistenței este

$$R = \rho \frac{l}{s} = \rho \frac{l}{Wd} = \frac{1}{e(n\mu_n + p\,\mu_p)} \cdot \frac{l}{Wd}.$$

Concentrațiile de electroni și de goluri în regim staționar sînt:

$$n = n_0 + \tau_n g_L$$

$$p = p_0 + \tau_p g_L$$

unde n_0 și p_0 sînt concentrațiile de purtători la echilibru termic, iar g_L — viteza de generare a perechilor electron-gol. În condițiile de nivel mic de injecție

$$n \approx n_0$$

$$p = p_0 + \tau_p g_L \ll n_0$$

Creșterea purtătorilor minoritari p este mult mai sensibilă decît creșterea purtătorilor majoritari.

Rezistența probei devine:

$$R \approx \frac{1}{e(n_0\mu_n + p_0\mu_p + \tau_p g_L \mu_p)} \cdot \frac{l}{Wd} =$$

$$= \frac{R_0}{1 + \dfrac{\tau_p g_L \mu_p}{n_0\mu_n + p_0\mu_p}} \approx R_0 \left[1 - \frac{\tau_p g_L \mu_p}{n_0\,\mu_n + p_0\mu_p}\right]$$

dar

$$e\,(n_0\mu_n + p_0\,\mu_p) = \rho_0$$

$$R = R_0\,(1 - e\,\rho_0\,\mu_p \tau_p g_L).$$

Viteza de generare g este proporțională cu fluxul luminos Φ.

$$g_L = a\,\Phi \text{ unde } a = \text{const.}$$

deci $R = R_0\,[1 - e\,\rho_0 \mu_p \tau_p a \Phi]$.

EL.100. Să se calculeze rezistivitatea germaniului intrinsec la 300 K. Dacă se adaugă impurităţi donoare cu concentraţia 1 atom la 10^8 atomi de Ge, să se arate că rezistivitatea scade la 3,7 Ω cm

Se cunosc mobilităţile

$$\mu_n = 0{,}36 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

$$\mu_p = 0{,}17 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$$

şi $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{19}\ \text{m}^{-3} = p_i$

REZOLVARE

$$\sigma_i = e\,(n_n \mu_p + p\,\mu_p) = e\,n_i(\mu_n + \mu_p)$$

$$\Rightarrow \sigma_i = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{16} \cdot (0{,}36 + 0{,}17) = 2{,}12\ \Omega^{-1}\,\text{m}^{-1}$$

$$\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = 0{,}471\ \Omega\text{m} = 47{,}1\ \Omega\text{cm}$$

Utilizînd numărul lui Avogadro se găseşte:

$$n_{Ge} = 4{,}41 \cdot 10^{22} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$$

Concentraţia donorilor este:

$$N_d = \frac{n_{Ge}}{10^8} = 4{,}41 \cdot 10^{14}\ \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3}$$

deci

$$n = N_d = 4{,}41 \cdot 10^{14}\ \frac{\text{electroni}}{\text{cm}^3}$$

şi $p = \dfrac{n_i^2}{N_d} = 1{,}42 \cdot 10^{12} \dfrac{\text{goluri}}{\text{cm}^3}$

Rezultă $\sigma_e = e\,(n\,\mu_n + p\,\mu_p) \cdot \Rightarrow$

$$\sigma_e = (4{,}41 \cdot 10^{14} \cdot 3600 + 1{,}42 \cdot 10^{12} \cdot 1700)\, 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$\sigma_e = \frac{1}{\rho_e};\quad \rho_e = \frac{1}{\sigma_e} = 3{,}72\ \Omega\,\text{cm}.$$

EL.101. Să se găsească rezistivitatea siliciului intrinsec la 300 K. Dacă se adaugă impurităţi donoare cu concentraţia 1 atom la 10^8 atomi de

siliciu, să se găsească rezistivitatea. Se cunosc mobilitățile siliciului

$$\mu_n = 0{,}12\ \frac{m^2}{Vs};\quad \mu_p = 0{,}05\ \frac{m^2}{Vs}$$

și $n_i = 1{,}5 \cdot 10^{16}\ m^{-3}$

REZOLVARE

Analog problemei EL.100 avem :

$$\rho_i = 231\ \Omega cm;\quad \rho_e = 0{,}6\ \Omega\ cm.$$

EL.102. a) Să se determine concentrația golurilor și a electronilor în germaniul de tip p la 300 K dacă $\sigma = 100\ (\Omega\ cm)^{-1}$

b) Să se repete punctul a) pentru siliciu de tip n dacă

$$\sigma = 0{,}1\ (\Omega\ cm)^{-1}$$

REZOLVARE

a) deoarece $n_p \ll p_p$ rezultă $\sigma = p_p\, e\, \mu_p$.

adică $$p_p = \frac{\sigma}{e\mu_p} = \frac{100}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 1800} = 3{,}467 \cdot 10^{17}\ \frac{goluri}{cm^3}$$

De asemeni :

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} = \frac{(2{,}5 \cdot 10^{13})^2}{3{,}467 \cdot 10^{17}} = 1{,}802 \cdot 10^{9}\ \frac{electroni}{cm^3}$$

b) deoarece $n_n \gg p \Rightarrow n_n = \frac{\sigma}{e\,\mu_n} = \frac{0{,}1}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 1300}$

$$\Rightarrow n_n = 4{,}801 \cdot 10^{20}\ \frac{electroni}{m^3}$$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} = \frac{(1{,}5 \cdot 10^{10})^2}{4{,}801 \cdot 10^{14}} = 4{,}686 \cdot 10^{11}\ \frac{goluri}{m^3}$$

EL.103. O probă de germaniu este dopată în exces cu 10^{14} atomi donori pe cm^3 și cu $7 \cdot 10^{13}$ atomi acceptori pe cm^3. La temperatura probei rezistivitatea germaniului intrinsec (pur) este de 60 Ωcm. Dacă cîmpul aplicat este de 2 V/cm să se afle densitatea curentului total de conducție prin probă dacă

$$\mu_n = 3800\ \frac{cm^2}{Vs}$$

$$\mu_p = 1800\ \frac{cm^2}{Vs}$$

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE:

Pentru a afla n și p vom calcula întîi pe n_i.

$$n_i = \frac{\sigma_i}{e(\mu_n + \mu_p)} = \frac{1}{60 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}(3800 + 1800)} = 1{,}85 \cdot 10^{13} \frac{\text{electroni}}{\text{cm}^3}$$

Dar $p \cdot n = n_i^2 \Rightarrow p \cdot n = (1{,}85 \cdot 10^{13})^2 \left(\frac{\text{electroni}}{\text{cm}^3}\right)^2$

și $p - n = N_a - N_d = 7 \cdot 10^{13} - 10^{14} = -3 \cdot 10^{13} \frac{\text{part.}}{\text{cm}^3}$

$$\Rightarrow n = 3{,}881 \cdot 10^{13} \frac{\text{partic.}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow p = 0{,}881 \cdot 10^{13} \frac{\text{partic}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow j = e E (n\mu_n + p\mu_p)$$

$$\Rightarrow j = 52{,}332 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} = 52{,}332 \frac{\text{mA}}{\text{cm}^3}$$

EL.104. O suprafață semiconductoare fotosensibilă are o sensibilitate spectrală de 6 mA/W pentru o radiație incidentă cu lungimea de undă de 2537 Å.

Cîți electroni vor fi emiși pe cale fotoelectrică cu ajutorul unui impuls de radiație constînd din 10 000 fotoni cu această lungime de undă.

REZOLVARE

Considerăm relația

$$h\nu = W_2 - W_1 \quad \text{și} \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \Delta W_0 \Rightarrow \lambda = \frac{ch}{\Delta W_0}$$

Dacă λ_c = lungimea de undă critică (în μm.)
ΔW_0 = energia unui foton (eV)

Rezultă

$$\lambda_c = \frac{1{,}239}{\Delta W_0}$$

$$\Delta W_0 = \frac{1{,}239}{\lambda_c} = \frac{1{,}239}{0{,}2537} = 4{,}883 \frac{\text{e V}}{\text{electron}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Energia totală a impulsului de radiație este:

$$4{,}883 \cdot 10^4 \text{ eV} = 4{,}883 \cdot 10^4 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ W.s}$$

Numărul de electroni emiși va fi:

$$n_e = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{W}} \cdot 4{,}883 \cdot 10^4 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ W.s} \cdot \frac{1}{\text{e}}$$

$$n_e = 293 \text{ electroni.}$$

EL.105. Se consideră o joncțiune pn a cărei temperatură este menținută la valoarea $T = 300$ K.

La ce tensiune directă aplicată acestei joncțiuni curentul este de 100 ori mai mare decît curentul rezidual?

REZOLVARE

Din ecuația curent-tensiune

$I_A = I_0 [e^{\frac{eU}{KT}} - 1]$ a joncțiunii se obține

U_A dacă scriem că $I_A = 100\, I_0$

Deci

$$U_A = \frac{KT}{e} \ln \left(1 + \frac{I_A}{I_0}\right) = \frac{KT}{e} \ln 101$$

$$U_A = 12 \text{ V.}$$

EL.106. Se consideră o diodă cu germaniu inclusă în circuitul din fig. EL 106.

Să se determine curentul care trece prin diodă și tensiunea la bornele ei. Se va presupune că dioda avînd o caracteristică ideală, cu $I_0 = 10$ μA lucrează la $T = 300$ K.

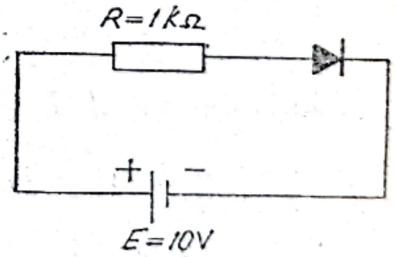


Fig. EL 106

REZOLVARE

Tensiunea la bornele unei diode cu germaniu în stare de conducție fiind de ordinul 0,1 ..., 0,2 V, rezultă:

$$I_A = \frac{E - U_A}{R} \approx \frac{E}{R} = \frac{10}{1} = 10 \text{ mA.}$$

La această valoare a curentului, caracteristica diodei este practic exponențială.

$$I_A = I_0 [e^{\frac{eU_A}{KT}} - 1] \approx I_0 e^{\frac{eU_A}{KT}}$$

Scanned with OKEN Scanner

astfel că :

$$U_A = \frac{KT}{e} \ln \cdot \frac{I_A}{I_0} \Rightarrow U_A = 0{,}18 \text{ V}.$$

EL.107. O celulă solară are un curent invers de întuneric $I_s = 1\ \mu A$, iar la iluminare produce un curent de scurtcircuit $I_{sc} = -100$ mA. Cunoscînd temperatura $T = 290$ K, se cere :

1) Rezistența internă a celulei cînd iluminarea tinde spre zero;

2) Tensiunea la circuit deschis pe celula solară în condițiile de iluminare din problemă;

3) Tensiunea pe rezistorul de sarcină cu $R_m = 2{,}5\ \Omega$ care corespunde regimului de putere maximă;

4) Randamentul de conversie a energiei luminoase în energia electrică, dacă puterea radiației incidente pe celula solară este $P_i = 172{,}5$ mW.

Se dau constantele $K = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ JK^{-1}; $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

În calcule se va considera $\ln 10 = 2{,}3$.

REZOLVARE

1) Tensiunea la circuit deschis ($I = 0$) la bornele celulei este :

$$U = \frac{KT}{e} \ln \left(1 + \frac{I + I_L}{I_S}\right) \text{ cu } I = 0$$

deci $U = \frac{KT}{e} \ln \left(1 + \frac{I_L}{I_S}\right)$

unde I_L = fotocurentul cauzat de lumina incidentă

I_S = curentul determinat de fluxul purtătorilor minoritari sau de fluxul purtătorilor majoritari la echilibru termic și în absența polarizării.

Dar

$$\frac{dU}{dI} = R; \quad R = \frac{KT}{e} \cdot \frac{1}{I + L_L + I_S}$$

În absența iluminării $I = I_L = 0$

$$\Rightarrow R_0 = \frac{KT}{e \cdot I_s} \Rightarrow R_0 \approx 2{,}5 \cdot 10^4\ \Omega$$

2) $U = \frac{KT}{e} \ln \left(1 + \frac{I_L}{I_S}\right)$. Dar în condițiile de scurt-circuit $I_{sc} = -I_L$

deci $U = \frac{KT}{e} \ln \left(1 - \frac{I_{sc}}{I_S}\right) \Rightarrow$

$$U = \frac{KT}{e} \ln (1 + 10^5) \Rightarrow U = \frac{KT}{e} \cdot 5 \cdot \ln 10$$

$$\Rightarrow U \approx 287{,}6 \text{ mV}$$

Scanned with OKEN Scanner

3) Rezistența de sarcină R_m este egală cu rezistența internă a celulei solare la iluminare.

Din relația $U = \frac{KT}{e} \ln\left(1 + \frac{I + I_L}{I_S}\right)$

rezultă $U = \frac{KT}{e} \ln \frac{R_0}{R}$ deci $U_m = \frac{KT}{e} \ln \frac{R_0}{R_m}$

pentru că $I_s = \frac{KT}{eR_0}$ și $I + I_S + I_L = \frac{KT}{R \cdot e}$

atunci $1 + \frac{I + I_L}{I_S} = \frac{R_0}{R}$

Rezultă $U_m = \frac{KT}{e} \ln \frac{R_0}{R_m} = \frac{KT}{e} \ln \cdot \frac{2{,}5 \cdot 10^4}{2{,}5}$

$$U_m = \frac{KT}{e} \cdot 4 \cdot 1\text{n } 10 \Rightarrow U_m \approx 0{,}23 \text{ V}.$$

4) $P_m = \frac{U_m^2}{R_m} \approx 21 \text{ mW}$; $\eta = \frac{P_m}{P_t} \Rightarrow \eta = 12\ \%$

V. OSCILAȚII ȘI UNDE ELECTROMAGNETICE

EL.108. Un circuit oscilant având rezistența neglijabilă, este format dintr-un condensator cu capacitatea $C = 25 \cdot 10^{-9}$ F și o bobină cu inductanța $L = 1{,}015$ H. Condensatorul este încărcat cu sarcina electrică $q_0 = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ C.

a) Scrieți legile de variație în timp ale tensiunii la bornele condensatorului, intensității curentului din circuit, energiei înmagazinate în cîmpul electric și a energiei cîmpului magnetic.

b) Determinați valorile acestor mărimi la momentele $\frac{T}{8}$; $\frac{T}{4}$ și $\frac{T}{2}$.

REZOLVARE

a) La momentul $t = 0$ tensiunea la bornele condensatorului are valoarea maximă $U_0 = \frac{q_0}{C} \Rightarrow U_0 = 100$ V.

Deoarece $R = 0$, în circuit apar oscilații electromagnetice neamortizate. Valoarea instantanee a tensiunii va fi:
$u = U_0 \cos \omega t$ unde ω reprezintă pulsația oscilațiilor proprii din circuit:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};\ T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow \omega = 2000\,\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow u = U_0 \cos 2000\pi t \text{ (V)}$$

Scanned with OKEN Scanner

Sarcina electrică de pe armături, variază în timp după legea

$$q = C\,u \Rightarrow$$

$$q = C\,U_0 \cos\omega t.$$

Intensitatea curentului din circuit va avea valoarea instantanee

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow$$

$$i = -\,C\,U_0\omega \sin \omega t \Rightarrow i = CU_0\omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Valoarea maximă a intensităţii curentului va fi

$$I_0 = C\,U_0\omega \Rightarrow I_0 = 15{,}7\ 10^{-3}\ \text{A}$$

$$\Rightarrow i = 15{,}7 \cdot 10^{-3} \cos\left(2000\ \pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{A})$$

Energia înmagazinată în cîmpul electric dintre armăturile condensatorului va fi

$$W_e = \frac{Cu^2}{2} \Rightarrow W_e = \frac{CU_0^2}{2}\cos^2 \omega t$$

$$\Rightarrow W_e = 125 \cdot 10^{-6} \cos^2 2000\ \pi t\ (\text{J})$$

Energia înmagazinată în cîmpul magnetic din solenoid va fi:

$$W_m = \frac{Li^2}{2} \Rightarrow W_m = \frac{L \cdot I_0^2}{2}\cos^2\left(2000\ \pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow W_m = 125 \cdot 10^{-6} \cos^2\left(2\,000\ \pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{J})$$

b) $i\left(\frac{T}{8}\right) = -\,11{,}068\ \text{mA};\quad u\left(\frac{T}{8}\right) = 70{,}5\ \text{V}$

$$W_e\left(\frac{T}{8}\right) = W_m\left(\frac{T}{8}\right) = 62{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

$$i\left(\frac{T}{4}\right) = 15{,}7\ \text{mA};\quad u\left(\frac{T}{4}\right) = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

$$W_e\left(\frac{T}{4}\right)=0;\quad W_m\left(\frac{T}{4}\right)=125\cdot10^{-6}\ \text{J}$$

$$i\left(\frac{T}{2}\right)=0;\quad u\left(\frac{T}{2}\right)=-100\ \text{V}$$

$$W_e\left(\frac{T}{2}\right)=125\cdot10^{-6}\ \text{J};\quad W_m\left(\frac{T}{2}\right)=0$$

EL.109. Într-un circuit oscilant ideal se menţin oscilaţii de energie W_0. Circuitul este format dintr-un condensator plan paralel şi o bobină. Frecvenţa proprie a circuitului oscilant se poate modifica prin îndepărtarea plăcilor condensatorului una faţă de alta, plecînd de la valoarea iniţială d_0 a distanţei dintre armături. Se cer:

a) Expresia lucrului mecanic efectuat pentru îndepărtarea plăcilor condensatorului, astfel încît frecvenţa circuitului să se mărească de K ori;

b) Graficul dependenţei frecvenţei circuitului oscilant în funcţie de distanţa dintre plăci;

c) Să se restudieze punctul „a" cînd armăturile se apropie.

REZOLVARE:

a) Energia înmagazinată iniţial în cîmpul electric dintre armături are valoarea $W_0=\frac{Q^2}{2C_0}$ unde Q reprezintă sarcina electrică maximă pe armături, iar $C_0=\frac{\varepsilon S}{d_0}$.

După îndepărtarea armăturilor la distanţa d, sarcina electrică Q fiind constantă, energia înmagazinată în cîmp devine:

$$W=\frac{Q^2}{2C}\quad\text{cu}\quad C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Lucrul mecanic efectuat din exterior pentru îndepărtarea armăturilor va fi:

$$L_m=W-W_0\Rightarrow L_m=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C_0}\right)$$

Frecvenţa proprie de oscilaţie a circuitului în cele două situaţii va fi:

$$\nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}};\quad \nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\nu=K\,\nu_0\Rightarrow C=\frac{C_0}{K^2}\Rightarrow$$

$$L_m = \frac{Q^2 d_0}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot S}(K^2 - 1) \Rightarrow L_m = W_0 (K^2 - 1)$$

b) $$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{\frac{C_0}{C}} = \sqrt{\frac{d}{d_0}} \Rightarrow \nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{d_0}} \cdot \sqrt{d} \cdot$$

$$\Rightarrow \nu = \text{const.} \sqrt{d}.$$

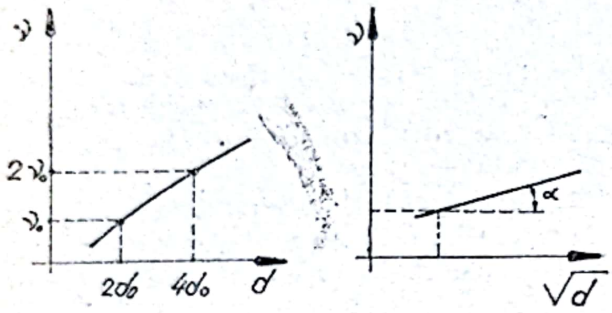


Fig. EL 109R

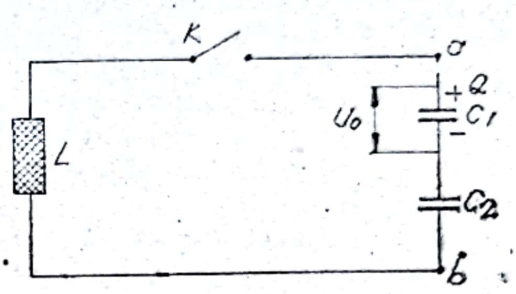


Fig. EL 110

Graficul de variaţie al frecvenţei în funcţie de distanţa dintre armături este reprezentat în fig. EL. 109R.

c) $d < d_0 \Rightarrow \nu = K \nu_0$ cu $K < 1$

$$L_m = W_0 \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)$$

EL.110. Un circuit electric alcătuit din două condensatoare C_1 şi C_2 şi o bobină de inductanţă L şi rezistenţa neglijabilă, este iniţial deschis. Condensatorul C_1 se încarcă la tensiunea U_0 iar C_2 rămîne neîncărcat. Determinaţi valoarea maximă a intensităţii curentului din circuit după închiderea întrerupătorului.

REZOLVARE:

Condensatorul C_1 se încarcă cu sarcina electrică $Q_0 = C_1 \cdot U_0$, înmagazinînd în cîmpul său electric energia:

$$W_0 = \frac{C_1 \cdot U_0^2}{2}$$

După închiderea întrerupătorului, în circuit apar oscilaţii neamortizate.

Intensitatea curentului electric va avea valoarea maximă în momentul în care diferenţa de potenţial între punctele a şi b va fi nulă, deci tensiunea la bornele condensatoarelor va avea aceiaşi valoare U_1.

Scanned with OKEN Scanner

Scriind legea conservării sarcinii electrice și a energiei totale din cîmpurile electrice și magnetice obținem:

$$Q_0 = C_1 U_0 = C_1 U_1 + C_2 U_1$$

$$W_0 = \frac{C_1 U_0^2}{2} = \frac{C_1 U_1^2}{2} + \frac{C_2 U_1^2}{2} + \frac{L I_0^2}{2}$$

$$I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C_1 \cdot C_2}{L(C_1 + C_2)}}$$

EL.111. Să se calculeze lărgimea de bandă a unui circuit *RLC* corespunzătoare unei atenuări a intensității curentului de $\sqrt{2}$ ori față de curentul la rezonanță.

REZOLVARE:

Lărgimea de bandă $B = \Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$

Curentul de rezonanță are valoarea $I_r = \frac{U}{R}$.

Scriind legea lui Ohm pentru circuitul *RLC* în cazul frecvențelor ν_1 și ν_2 obținem:

$$\frac{I_r}{\sqrt{2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{I_r}{\sqrt{2}} = \frac{R \cdot I_r}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \Rightarrow X_L - X_C = \pm R$$

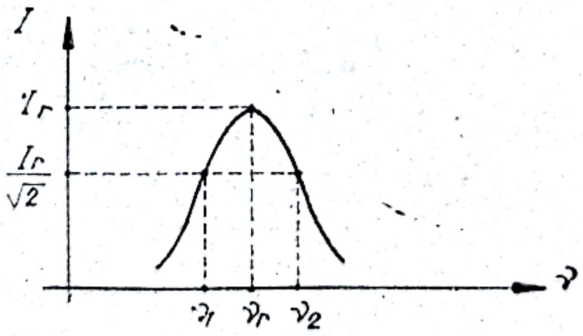


Fig. EL 111R

$\Rightarrow 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot LC \pm 2\pi \cdot \nu \cdot RC - 1 = 0$, factorul de calitate al circuitului are valoarea:

$$Q = \frac{1}{2\pi\nu_0 RC}$$ unde ν_0 = frecvența de rezonanță a circuitului.

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă :

$$\frac{1}{\nu_0^2}\cdot\nu^2 \pm \frac{1}{\nu_0 Q}\nu - 1 = 0$$

Rezolvînd ecuaţia obţinem :

$$B = \Delta\nu = \frac{\nu_0}{Q}$$

EL.112. a) Să se arate că într-un circuit serie RLC, relaţia dintre intensitatea I a curentului în cazul unei mici variaţii $\Delta\nu$ a frecvenţei sursei, frecvenţa de rezonanţă ν_0 şi intensitatea I_0 a curentului la rezonanţă este :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{2\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2}}$$

b) Într-un punct bine determinat, intensitatea cîmpului electric produs de postul de radio A este mai mare decît intensitatea cîmpului electric produs de postul de radio B. Să se determine factorul de calitate al circuitului cu ajutorul căruia se poate recepţiona în punctul dat postul B, fără ca recepţia să fie împiedicată de postul A, dacă pentru aceasta este necesar ca amplitudinea semnalelor postului B din circuit să fie cel puţin de 10 ori mai mare decît amplitudinea semnalelor postului A. Frecvenţa postului A este 210 kHz iar a postului B este 200 kHz.

REZOLVARE :

a) frecvenţa proprie a circuitului are valoarea :

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ iar curentul la rezonanţă va fi :

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

Factorul de calitate al circuitului este :

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

Dacă frecvenţa sursei variază cu $\Delta\nu$ faţă de frecvenţa de rezonanţă ν_0 intensitatea curentului din circuit devine :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar $U = R I_0$; $\quad X_L = \dfrac{\omega \cdot Q \cdot R}{\omega_0}$

$$X_C = \frac{\omega_0 Q R}{\omega}$$

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\nu}{\nu_0} - \frac{\nu_0}{\nu} \right)^2}}$$

$$\left(\frac{\nu}{\nu_0} - \frac{\nu_0}{\nu} \right)^2 = \left[\frac{(\nu - \nu_0)(\nu + \nu_0)}{\nu_0 \nu} \right]^2$$

Dar $\nu_0 + \nu = 2\nu - \Delta\nu$.

$$\Delta\nu \ll \nu \Rightarrow \nu_0 + \nu \approx 2\nu.$$

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2 \cdot \Delta\nu}{\nu_0} \right)^2}}$$

b) Fie $\nu_A = 210$ kHz
și $\nu_B = 200$ kHz.

Circuitul oscilant al receptorului este acordat pe frecvența $\nu_0 = \nu_B$
Fie $\Delta\nu = \nu_A - \nu_0 = 10$ kHz,

Pentru ca recepția postului B să nu fie perturbată trebuie îndeplinită condiția $I_0 \geqslant 10\, I$.

Utilizînd rezultatul de la punctul a, rezultă:

$$Q > 100$$

EL.113. Prin trioda din montajul din fig. EL.113 trece un curent maxim $I_m = 20$ mA. Se aplică grilei o tensiune negativă care blochează trioda pe o durată scurtă. Se cer:

a) Să se explice apariția oscilațiilor electromagnetice în circuitul oscilant ideal din schemă. Știind că $L = 4\,\mu$H și $C = 100$ pF să se determine frecvența proprie a acestui circuit;

b) Energia oscilațiilor și elongația maximă a tensiunii de la bornele circuitului oscilant:

c) Aceste oscilații sînt amplificate și transmise unei antene de emisie.

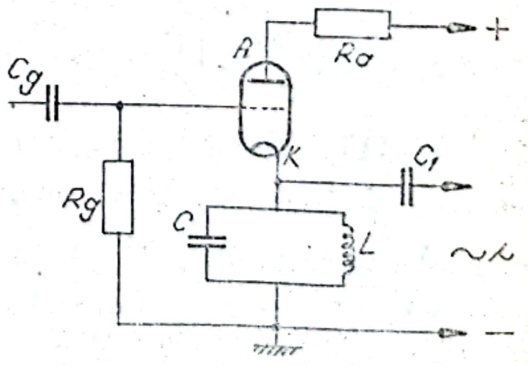


Fig. EL 113

Să se calculeze lungimea antenei cu funcţionare la modul fundamental şi lungimea de undă a undelor electromagnetice emise;

d) Să se calculeze lungimea de undă fundamentală, corespunzătoare acestei antene, dacă ea este folosită într-un montaj avînd un capăt legat la pămînt.

REZOLVARE:

a) Condensatorul C se încarcă în regimul de funcţionare al tubului şi se descarcă pe bobină la blocarea tubului.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow \nu_0 = 8 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

b) $W_t = W_{e.max} = W_{m.max} = \frac{L I_m^2}{2}$

$$\Rightarrow W_t = 8 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$W_t = \frac{C U_m^2}{2} \Rightarrow U_m = \sqrt{\frac{2W_t}{C}} \Rightarrow U_m = 4 \text{ V}.$$

c) $\lambda = \frac{V}{\nu_0}$ unde $V = 3 \cdot 10^8$ m/s

$$\Rightarrow \lambda = 37{,}5 \text{ m}.$$

$$l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow l = 18{,}75 \text{ m}.$$

d) $l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4l \Rightarrow \lambda = 75$ m.

EL.114. O radiaţie electromagnetică care se propagă în vid are amplitudinea cîmpului electric $E = 10^{-2}$ V/m.

Se cer:

a) Amplitudinea vectorului inducţie magnetică a cîmpului;

b) Densitatea de volum w a energiei electromagnetice.

REZOLVARE

a) $B = \frac{E}{c} \Rightarrow B = 0{,}33 \cdot 10^{-10}$ T

b) $w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \Rightarrow w = 8{,}84 \cdot 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$

EL.115. Calculaţi energia necesară pentru a produce într-un cub cu latura de 10 cm un cîmp electric uniform de $10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$, respectiv un cîmp magnetic uniform de 1 T.

EL.116. Un condensator de 1μF este încărcat la 50 V. Bateria de încărcare este deconectată şi în paralel cu condensatorul se leagă o bobină de 10 mH şi rezistenţa neglijabilă. Care va fi valoarea maximă a curentului în circuit?.

Scanned with OKEN Scanner

EL.117. Într-un circuit oscilant ideal cu $L = 10$ mH și $C = 1$ μF la momentul inițial condensatorul este încărcat cu sarcina electrică maximă Q_0. Se cer:

a) Valoarea sarcinii electrice de pe armăturile condensatorului, în momentul în care energia este egal repartizată între cîmpul electric și cîmpul magnetic, raportată la sarcina maximă;

b) Care este intervalul de timp necesar pentru ca acest lucru să se producă.

EL.118. Circuitul oscilant ideal din fig. EL.118 este alimentat de la o sursă de curent continuu cu tensiunea electromotoare E și rezistența

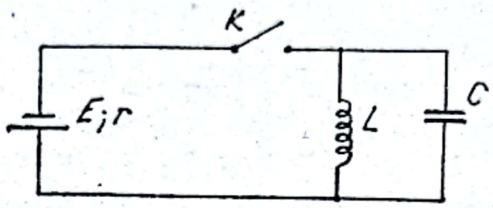


Fig. EL 118

internă r. Inițial întrerupătorul K este închis. După stabilirea regimului staționar întrerupătorul este deschis și în circuit apar oscilații cu perioada T. Valoarea maximă a tensiunii la bornele condensatorului este de n ori mai mare decît t.e.m. a bateriei.

Calculați inductanța bobinei și capacitatea condensatorului.

EL.119. Fie două circuite oscilante cu bobine și condensatoare identice. În primul circuit se introduce în bobină un miez care mărește inductanța de 4 ori.

Determinați relațiile între frecvențele proprii ale circuitelor și între energiile lor, dacă sarcinile maxime ale condensatoarelor sînt egale.

EL.120. Un circuit oscilant ideal este format dintr-o inductanță $L = 3 \cdot 10^{-5}$ H și un condensator plan avînd aria armăturilor $S = 100$ cm^2 și distanța dintre armături $d = 0{,}1$ mm.

Calculați permitivitatea electrică relativă a dielectricului dacă circuitul este acordat pe lungimea de undă $\lambda = 750$ m.

EL.121. Tensiunea la bornele condensatorului unui circuit oscilant ideal variază în timp după legea $u = 50 \cos 10^4 \pi t$(V).

Capacitatea condensatorului este $C = 9 \cdot 10^{-7}$ F.

Calculați:

a) Perioada oscilațiilor proprii;

b) Inductanța circuitului;

c) Legea de variație în timp a intensității curentului din circuit;

d) Lungimea de undă corespunzătoare frecvenței proprii a circuitului.

EL.122. Intensitatea curentului ce străbate un circuit oscilant ideal variază în timp după legea $i = -0{,}02 \sin 400\ \pi t$ (A). Inductanța circuitului este $L = 1$ H.

Calculați:

a) Perioada oscilațiilor proprii;

Scanned with OKEN Scanner

b) Capacitatea condensatorului;
c) Diferența de potențial maximă la bornele condensatorului;
d) Energia maximă înmagazinată în cîmpul magnetic;
e) Energia maximă înmagazinată în cîmpul electric.

EL.123. Care este relația între energia cîmpului magnetic și a cîmpului electric dintr-un circuit ideal la momentul $\frac{T}{8}$?.

EL.124. Circuitul oscilant al unui post de radio este format dintr-o bobină ideală, cu inductanța $L = 1$ mH și un condensator variabil a cărui capacitate poate lua valori în intervalul (9,7 ; 9,2) pF. Calculați intervalul lungimilor de undă ce pot fi recepționate de acest aparat.

EL.125. Rezistența unui circuit oscilant are valoarea $R = 0{,}33\ \Omega$. Ce putere trebuie furnizată circuitului pentru a menține oscilații neamortizate, valoarea maximă a intensității curentului fiind $I_m = 30$ mA?

EL.126. Un circuit oscilant constă dintr-o bobină de lungime $l = 40$ cm și diametrul $d = 4$ cm, înfășurată spiră lîngă spiră cu o sîrmă, a cărui grosime împreună cu izolația este $a = 1$ mm și o baterie de 10 condensatori plani, legați în paralel, avînd plăcile de dimensiunile 20 cm, respectiv 15 cm și fiind separate printr-un strat de dielectric cu permitivitatea relativă $\varepsilon_r = 5$ și grosimea 0,1 mm. Să se calculeze perioada proprie de oscilație a circuitului.

EL.127. Care trebuie să fie capacitatea C a condensatorului, care împreună cu o bobină avînd inductanța $L = 25\mu$ H să asigure acordul la rezonanță pe lungimea de undă $\lambda = 100$ m?

EL.128. Să se găsească legătura dintre amplitudinile curentului I_0 și a tensiunii U_0 în cazul oscilațiilor libere dintr-un circuit care are inductanța L și capacitatea C.

EL.129. Care este valoarea inductanței L a bobinei ce trebuie conectată în paralel cu un condensator de capacitate $C = 10\ \mu$F, pentru ca circuitul obținut să aibă frecvența de rezonanță egală cu 50 Hz?.

EL.130. Un circuit oscilant este format dintr-un condensator cu capacitatea de 1 pF și o bobină elastică cu lungimea de 9 cm, diametrul de 2 cm, cu 10 spire și avînd coeficientul de elasticitate $K = 1$ N/m. Circuitul final fiind reprezentat în fig. EL.130, la capătul bobinei putem atașa greutatea F, pînă la limita de elasticitate a resortului care crespunde unei solicitări de $16 \cdot 10^{-2}$ N.

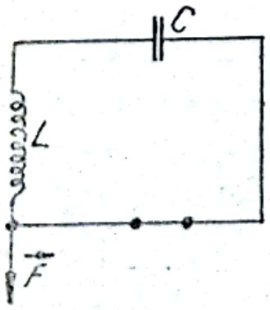


Fig. EL 130

a) Care va fi lungimea de undă a oscilațiilor emise de acest circuit ($\pi^2 = 10$)?;
b) Să se exprime lungimea de undă în funcție de greutatea F;
c) Considerînd dispozitivul de mai sus ca o balanță să i se determine sensibilitatea medie, adică raportul $\Delta\lambda/\Delta F$ în domeniul indicat.

EL.131. Ce capacitate trebuie să aibă un circuit oscilant care legat în serie cu antena unui aparat

Scanned with OKEN Scanner

de recepție să elimine armonica a doua a oscilațiilor emise de postul de radiodifuzie ce lucrează pe 397 m, dacă bobina circuitului oscilant are inductanța de $2{,}2\ 10^{-5}$ H?. (fig. EL. 131)

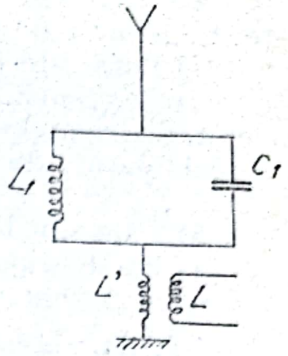


Fig. EL 131

EL.132. Un radar emite impulsuri cu durata de 1 μs, iar pe 499 μs lucrează ca receptor. Să se determine:

a) Bătaia maximă a radarului;

b) Distanța minimă dintre două obiecte așezate în direcția razei care pot fi detectate separat.

EL.133. Un circuit oscilant de recepție este prevăzut cu o antenă care are capacitatea proprie de $C = 0{,}05 \cdot 10^{-9}$ F, asociată în paralel cu cea a circuitului oscilant. Bobina folosită pentru recepția undelor lungi are următoarele caracteristici: $l = 90$ cm, $N = 300$ spire, $d = 10$ cm. Să se calculeze:

1) Capacitatea maximă și minimă a condensatorului variabil corespunzătoare lungimilor de undă $\lambda_1 = 2\,000$ m și $\lambda_2 = 600$ m;

2) Valoarea inductanței pentru recepționarea undelor medii, știind că frecvența limitei superioare a acestei lungimi de undă este de $5 \cdot 10^5$ Hz;

3) Valoarea superioară și inferioară a lungimilor de undă medii recepționate de acest post ($\pi^2 = 10$).

EL.134. Un circuit oscilant de recepție este prevăzut cu o antenă cu capacitatea proprie $C_1 = \frac{40}{3}$ nF, asociată în paralel cu un condensator de capacitate variabilă, cu armături în formă de semicoroane circulare, știind că bobina circuitului are inductanța $L = 4 \cdot 10^{-4}$ H, iar capacitatea maximă a condensatorului este $C_m = 314$ pF, să se determine unghiul cu care trebuiesc rotite armăturile mobile față de cele fixe, astfel încît circuitul să se acordeze pe lungimea de undă $\lambda = 628$ m.

EL.135. Circuitul oscilant al unui post de emisie este format dintr-un condensator care, încărcat de la o baterie de 100 V, acumulează 10^{-7} C și o bobină cu diametrul $\frac{0{,}15}{\pi^2}$ m, lungimea de 0,09 m, și 100 de spire.

Ce suprafață comună trebuie să aibă plăcile unui condensator variabil de la un post de recepție, pentru a se acorda un circuitul oscilant de la acest post de emisie, dacă distanța dintre plăci este de 1 mm, iar la trecerea unui curent de 106,272 mA prin bobină se produce un flux de $\frac{10^{-5}}{\pi^2}$ Wb?

EL.136. Calculați frecvența fundamentală și frecvența armonicilor oscilațiilor electroamgnetice emise de o antenă jumătate lungime de undă.

EL.137. O antenă jumătate lungime de undă avînd lungimea de 0,5 m se află în alcool etilic ($\varepsilon_r = 26$; $\mu_r = 1$).

Care este lungimea de undă în aer a undelor electromagnetice emise de antenă?.

Scanned with OKEN Scanner

EL.138. Antena cu priză la pămînt a unui post de radioemisie, are inductanţa de 0,4 mH şi capacitatea de 225 pF.

1) Care este lungimea antenei?

2) Se ştie că legarea unui condensator în serie cu antena are ca efect micşorarea aparentă a lungimii ei. Care este capacitatea echivalentă a antenei, dacă prin legarea condensatorului lungimea ei s-a micşorat de 3 ori?

3) Care sînt lungimile de undă şi frecvenţa fundamentală în cazul 2?

4) Să se calculeze distanţele între nodurile de tensiune pentru cea de a cincea armonică şi în cazul 1 şi în cazul 2.

EL.139. Circuitul oscilant al unui emiţător este format dintr-un condensator cu aer şi dintr-o bobină fără miez. Antena emiţătorului este o antenă dipol de lungime minimă. Capacitatea condensatorului se poate regla prin schimbarea distanţei dintre plăcile condensatorului.

Dacă circuitul oscilant este plasat într-un mediu dielectric lichid (iar antena în aer) emiţătorul emite în condiţii bune, dacă distanţa dintre plăcile condensatorului este de 2 mm.

Dacă antena este în lichid şi circuitul oscilant în aer, distanţa dintre plăci trebuie să fie 0,5 mm. Să se calculeze indicele de refracţie al dielectricului şi distanţa dintre plăcile condensatorului, în cazul în care şi antena şi circuitul oscilant sînt plasate în aer. (În fiecare caz emiţătorul va funcţiona în condiţii optime).

EL.140. Avem o antenă de emisie izolată de pămînt. La fiecare metru are o capacitate de 10 pF. Lungimea de undă fundamentală are valoarea λ_1. Introducînd un condensator în serie de capacitatea $1{,}5 \cdot 10^{-10}$F, obţinem o lungime de undă $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$. Care este lungimea antenei?

EL.141. Pătratul distanţei maxime de recepţie, măsurată în km, a undelor emise de o antenă, e direct proporţională cu înălţimea antenei măsurată în m. La 9 m, înălţimea antenei, această distanţă este de 10,68km. Semnalele emise de antenă sînt recepţionate pînă la 53,4 km.

Se cere:

a) Înălţimea antenei;

b) Frecvenţa undelor emise de antenă;

c) Inductanţa unui circuit oscilant de recepţie pentru aceste unde, ştiind că el are capacitatea de 1 pF.

EL.142. Receptorul unui radioamator are reactanţa inductivă de 16 kΩ şi se acordă pe lungimea de undă 1884 m. Se cere:

a) Să se calculeze capacitatea circuitului oscilant de recepţie;

b) Să se afle ce se întîmplă, dacă între unda recepţionată direct de la sursă şi o altă undă care vine prin reflexie în acelaşi moment există o diferenţă de drum de 48,042 km.

c) La ce diferenţă de fază corespunde această diferenţă de drum?.

Scanned with OKEN Scanner

OPTICA FIZICĂ

I. OPTICA ONDULATORIE

OF.1. Două surse punctuale (fig. OF.1) emit unde coerente. Să se arate că în condiţiile figurii locul geometric al punctelor pentru care diferenţa de fază $\Delta\varphi =$ constantă, este o hiperbolă.

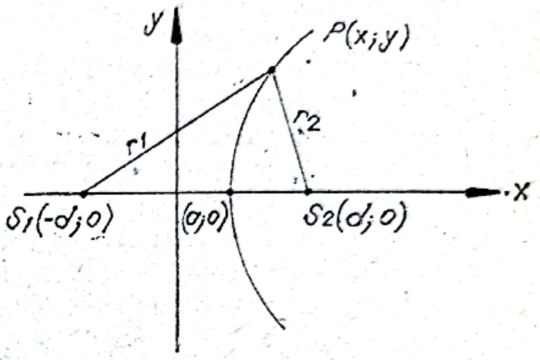


Fig. OF. 1

REZOLVARE:

Ecuaţiile undelor care interferă în punctul $P_{(x,y)}$ sînt

$$E_{1p} = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right)$$

$$E_{2p} = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{r_2}{c}\right)$$

Diferenţa de fază între aceste două oscilaţii este:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}(r_1 - r_2) = \text{constant}$$

$$\Delta\varphi = \text{constant} \Rightarrow \Delta r = \text{constant} = 2a$$

Notăm $r_1 - r_2 = 2a$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+d)^2+y^2} - \sqrt{(x-d)^2+y^2} = 2a$$

$$\Rightarrow x^2(d^2 - a^2) - a^2y^2 - a^2(d^2 - a^2) = 0$$

notînd $b^2 = d^2 - a^2 \Rightarrow$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, care este ecuaţia unei hiperbole cu semiaxa reală a, semiaxa imaginară b şi semidistanţa focală d.

OF.2. Se realizează interferenţa luminoasă cu ajutorul dispozitivului Young (fig. OF.2).

Scanned with OKEN Scanner

Fanta sursă S este așezată pe mediatoarea segmentului S_1S_2 la distanța $d = 40$ cm de paravan. Se observă franjele de interferență pe un ecran aflat la distanța $D = 2{,}5$ m de paravan și paralel cu acesta.

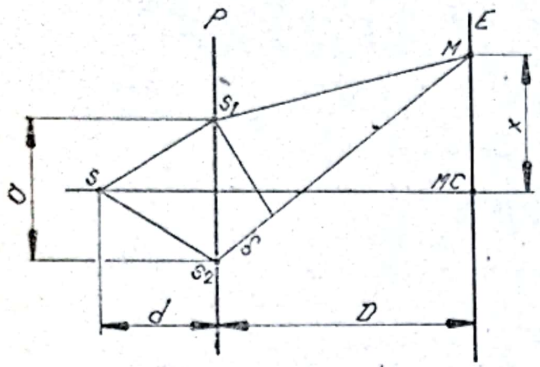


Fig. OF. 2

1) Determinați distanța a între fantele S_1S_2, astfel încît interfranja obținută în lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}65$ μm să fie $i = 1$ mm;

2) Se așează în fața fantei S_1, o lamă de sticlă cu grosimea $e = 0{,}01$ mm și indice de refracție $n = 1{,}5$. Găsiți noua poziție a maximului central;

3) Se înlătură lama de sticlă. Se deplasează S pe o direcție paralelă cu paravanul în sus cu $y = 1$ cm. Calculați deplasarea maximului central;

4) Se readuce fanta S în poziția inițială. Sursa emite acum lumină albă. Se așează fanta unui spectroscop în planul de observare paralelă cu franjele de interferență la 3 mm de franja centrală. Calculați lungimile de undă care lipsesc din spectrul observat. Radiația vizibilă are lungimea de undă cuprinsă în intervalul $(0{,}4 \div 0{,}8)\mu m$.

5) Sursa emite în acest caz două radiații avînd lungimile de undă $\lambda = 0{,}65$ μm și λ'. Se constată că prima coincidență între cele două sisteme de franje suprapuse se produce pentru cea de-a cincea franjă luminoasă a lui λ și a șasea franjă luminoasă a lui λ'. Calculați lungimea de undă λ'.

REZOLVARE:

1) Utilizînd expresia interfranjei $i = \dfrac{\lambda D}{a}$

$$\Rightarrow a = \frac{\lambda D}{i} \Rightarrow a = 1{,}625 \text{ mm}$$

2) introducerea lamei de sticlă în dreptul fantei S_1 duce la o creștere cu $(n-1)e$ a drumului optic parcurs de raza S_1M (fig. OF.2Ra). Diferența de drum dintre razele de lumină ce interferă pe ecran în punctul M va fi:

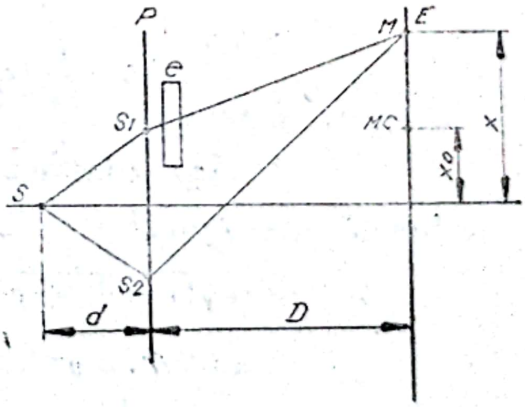


Fig. OF. 2Ra

$$\Delta = S_2M - [S_1M + e(n-1)]$$

$$\Delta = S_2M - S_1M - e(n-1) \text{ dar,}$$

$$S_2M - S_1M = \delta = \frac{ax}{D}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{ax}{D} - e(n-1)$$

Scanned with OKEN Scanner

Maximul central se obține pe ecran în punctul MC corespunzător lui $\Delta = 0$

$$\Rightarrow \frac{ax_0}{D} = e(n-1) \Rightarrow x_0 = \frac{D}{a}e(n-1).$$

$x_0 = 7{,}7$ mm. Se observă deplasarea întregului sistem de franje în sensul fantei acoperite de lamă.

3) Deplasarea fantei S de pe mediatoarea segmentului S_1S_2 introduce o diferență de drum și înainte de paravanul P. Diferența de drum între undele ce interferă pe ecran în punctul M va fi :

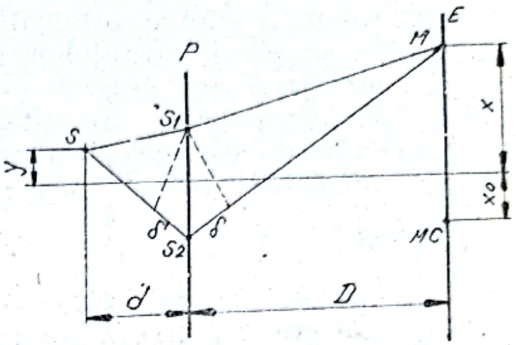


Fig. OF. 2Rb

$$\Delta = (SS_2 + S_2M) - (SS_1 + S_1M)$$

$$\Rightarrow \Delta = (SS_2 - SS_1) + (S_2M - S_1M)$$

deci $\Delta = \delta + \delta' \Rightarrow \Delta = \frac{ay}{d} + \frac{ax}{D}$

Maximul central se obține pe ecran în punctul MC corespunzător lui $\Delta = 0$

$$\Rightarrow \frac{ax_0}{D} = -\frac{ay}{d} \Rightarrow x_0 = -\frac{D}{d}y$$

$\Rightarrow x_0 = -6{,}25$ cm. Se observă deplasarea sistemului de franje de interferență în sens contrar sensului de deplasare al sursei S.

4) În punctul de coordonată $x = 3$ mm unde se află fanta spectroscopului se va obține un minim de interferență pentru un număr de radiații monocromatice ce compun lumina albă. Aceste radiații vor lipsi din spectrul observat. Cu ajutorul condiției de minim de interferență obținem :

$$\delta = (2K+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{ax}{D} \Rightarrow \lambda = \frac{2ax}{D(2K+1)}$$

$$0{,}4 \leqslant \lambda \leqslant 0{,}8 \ \mu m \qquad 1{,}9 \leqslant K \leqslant 4{,}3$$

deci numerele întregi cuprinse în acest interval sînt : $K = 2, 3, 4$ cărora le corespund lungimile de undă

$$\lambda_1 = 0{,}78 \ \mu m; \qquad \lambda_2 = 0{,}557 \ \mu m; \qquad \lambda_3 = 0{,}433 \ \mu m$$

radiații care vor lipsi din spectrul observat.

5) Fie x coordonata punctului în care se observă prima coincidență a celor două sisteme de franje suprapuse

$$\Rightarrow x = \frac{2K\lambda}{a} = \frac{2K'\lambda'}{a} \text{ cu } K = 5 \text{ și } K' = 6$$

$$\Rightarrow K\lambda = K'\lambda' \Rightarrow \lambda' = 0{,}54 \ \lambda m$$

Scanned with OKEN Scanner

OF.3. Fantele unui dispozitiv Young distanţate cu $a = 1$ mm sînt iluminate cu radiaţie monocromatică cu $\lambda = 0{,}5$ μm. În calea unuia dintre fascicule se introduce o lamă cu grosimea $e = 2\mu$m, avînd transmitanţa $T = 0{,}25$. Ştiind că la scoaterea lamei sistemul franjelor de interferenţă se deplasează cu două franje, să se determine:

a) indicele de refracţie al lamei;

b) raportul dintre intensităţile luminoase corespunzînd franjelor întunecate, respectiv franjelor luminoase;

c) lungimea de undă $\lambda + \Delta\lambda$ a celei mai apropiate (în spectru) radiaţii monocromatice care fiind emisă de sursă concomitent cu prima radiaţie, va produce o neclaritate maximă a figurii de interferenţă rezultante între maximele de ordinele 10 şi 11 a primei radiaţii (lama fiind scoasă.)

REZOLVARE:

a) Conform fig. OF 2Ra sistemul de franje de interferenţă suferă, prin introducerea în calea unui fascicul a unei lame de sticlă, o translaţie

$$x_0 = \frac{D \cdot e(n-1)}{a}$$

Dar $x_0 = 2i = 2 \cdot \frac{\lambda D}{a}$

$$(n-1) = \frac{2\lambda}{e} \Rightarrow n = 1{,}5$$

b) Intensitatea luminoasă este proporţională cu pătratul amplitudinii de oscilaţie a vectorului intensitate electrică a cîmpului

$$I = KE^2$$

Într-un punct al ecranului pe care se observă figura de intereferenţă intensitatea cîmpului rezultant va fi:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\Delta\varphi$$

$$I_1 = KE_1^2; \qquad I_2 = KE_2^2$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

Intensitatea luminoasă produsă de unda care a traversat lama va fi mai mică datorită absorbţiei în lamă.

$$I_1 = T \cdot I_2 \Rightarrow I = I_2(T + 1 + 2\sqrt{T}\cos\Delta\varphi)$$

$$I_{min} \Rightarrow \cos\Delta\varphi = -1$$

$$I_{max} \Rightarrow \cos\Delta\varphi = 1$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci $\frac{I_{min}}{I_{max}} = \frac{I_2(T+1-2\cdot\sqrt{T})}{I_2(T+1+2\cdot\sqrt{T})}$

$$\Rightarrow \frac{I_{min}}{I_{max}} = \frac{1}{9}$$

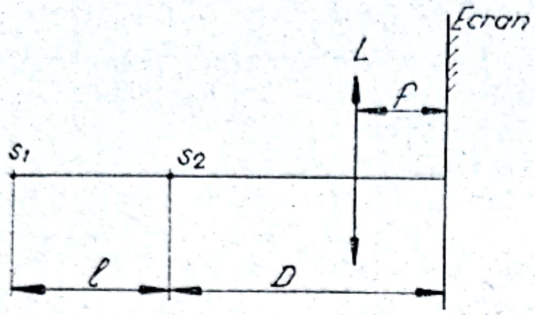


Fig. OF. 4

c) Maximul de ordinul K = 10 al radiației $\lambda + \Delta\lambda$ trebuie să coincidă cu mijlocul segmentului dintre maximele de ordin 10 și 11 al radiației λ deci cu minimul de ordin 10 al radiației λ

$$\frac{D}{a}K(\lambda+\Delta\lambda) = \frac{D}{a}(2K+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{2K} \Rightarrow \Delta\lambda = 250\ \text{Å}$$

OF.4. Două surse punctiforme monocromatice coerente S_1; S_2 sînt așezate pe axa optică a unei lentile subțiri L avînd distanța focală l. Perpendicular pe axa optică a lentilei, la distanța f de aceasta se așează un ecran de observare (fig. OF.4). Știind că oscilațiile sursei S_2 sînt defazate cu φ înaintea oscilațiilor sursei S_1, să se determine:

a) distanța pînă la axa optică a lentilei, a punctelor ecranului în care se obțin maxime de interferență;

b) forma și dimensiunile caracteristice franjelor de interferență care se obțin în cazul în care se scoate lentila L;

c) ce valori trebuie să aibă defazajul φ pentru ca în centrul ecranului să apară un maxim de interferență (cazul b)

REZOLVARE:

a). $\varphi_2 = \omega\left(t - \frac{x_2}{c}\right) + \varphi$; $\varphi_1 = \omega\left(t - \frac{x_1}{c}\right)$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{c}(x_1 - x_2) + \varphi =$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2) + \varphi$$

Din figură rezultă că diferența de drum δ este egală cu $l\cos\theta$

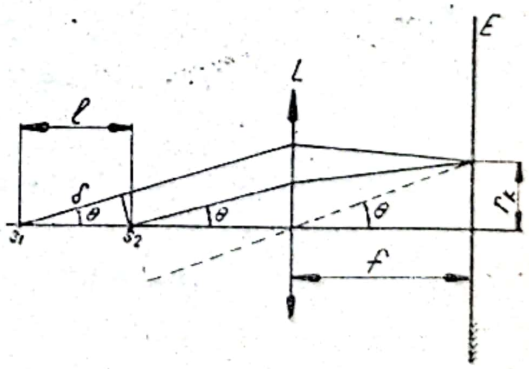


Fig. OF. 4Ra

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l\cos\theta + \varphi.$$

$\frac{2\pi}{\lambda} l\cos\theta + \varphi = 2K\pi$ condiția de maxim de interferență.

Conform figurii

$$r_k = f \cdot \operatorname{tg} 0 = f \sqrt{\frac{4\pi^2 l^2}{\lambda^2 (2K\pi - \varphi)^2} - 1}$$

pentru că $\operatorname{tg} 0 = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 0} - 1}$

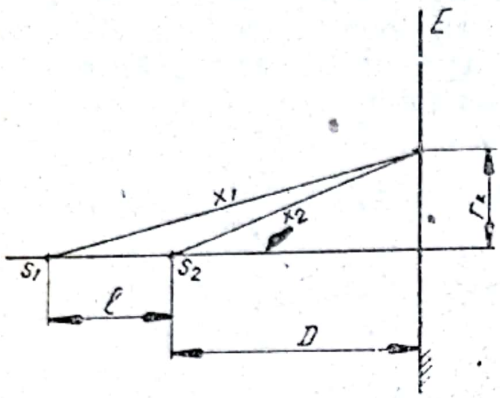


Fig. OF. 4Rb

franjele luminoase (maxime) sînt cercuri concentrice de raze r_k cu centrele pe axa optică a lentilei.

b) Dacă scoatem lentila, conform figurii rezultă :

$$x_1 - x_2 = \sqrt{(D+l)^2 + r_k^2} - \sqrt{D^2 + r_k^2}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(D+l)^2 + r_k^2} - \sqrt{D^2 + r_k^2} \right] + \varphi.$$

Punînd condiţia de maxim avem :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(D+l)^2 + r_k^2} - \sqrt{D^2 + r_k^2} \right] + \varphi = 2K\pi$$

$$r_k = \sqrt{\left\{ \left[2Dl + l^2 - \left\{ \frac{\lambda}{2\pi} (2K\pi - \varphi) \right\}^2 \right] \frac{\pi}{\lambda (2k\pi - \varphi)} \right\}^2 - D^2}$$

Franjele uminoase vor fi cercuri concentrice cu centrul pe axa optică de rază r_k.

c) Diferenţa de fază între ceele două unde care interferă în centrul ecranului este :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l + \varphi.$$

Punînd condiţia de maxim avem :

$$\Delta\varphi = 2K\pi \Rightarrow \varphi = 2\pi \left(K - \frac{l}{\lambda} \right)$$

OF.5. Se realizează o experienţă de interferenţă cu ajutorul oglinzilor Fresnel.

Planele celor două oglinzi fac între ele unghiul $\alpha = 0{,}001$ radiani. La distanţa $r = 60$ cm de muchia comună a celor două oglinzi se aşează

Scanned with OKEN Scanner

o sursă punctiformă S. Franjele de interferență sînt observate pe un ecran paralel cu S_1S_2 aflat la distanța $d = 2{,}4$ m de intersecția celor două oglinzi.

1) S este o sursă monocromatică. Se observă că 10 interfranje ocupă pe ecran 12 mm.

Care este lungimea de undă a luminii întrebuințate?

Unghiul celor două oglinzi este măsurat exact; distanțele r și d sînt măsurate cu eroare de maxim 1 mm, iar lungimea celor 10 interfranje cu eroare de maxim 0,01 mm. Să se determine cu ce precizie este cunoscută lungimea de undă calculată.

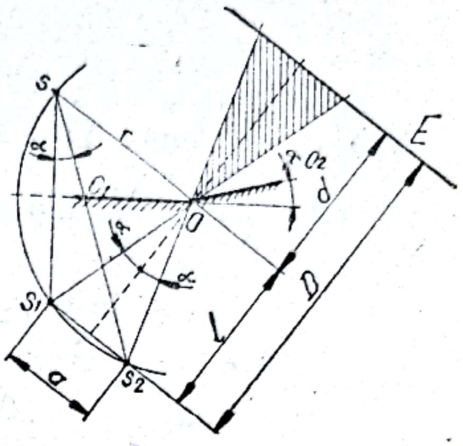


Fig. OF. 5

2) Se înlocuiește sursa S cu o altă sursă S′ care emite lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda' = 0{,}6$ μm. În ce sens și cu cît trebuie deplasat ecranul paralel cu el însuși pentru ca interfranja să aibă aceiași valoare ca la punctul 1?

REZOLVARE:

1) Oglinzile O_1 și O_2 dau imaginile virtuale S_1 și S_2 ale sursei S, care constituie surse coerente ce dau imaginea de interferență pe ecranul E aflat la distanța D de planul lor.

Cîmpul de interferență este hașurat în fig. OF.5., S; S_1; S_2 se află pe un cerc de raza r cu centrul în O. Utilizînd relația cunoscută de la dispozitivul Young, se găsește pentru interfranje expresia:

$$i = \frac{\lambda D}{a} \text{ unde } D = d + l$$

$$D = d + r\cos\alpha, \quad \text{iar} \quad a = 2r\sin\alpha.$$

$$i = \frac{\lambda(d + r\cos\alpha)}{2r\sin\alpha}$$

Deoarece α este foarte mic $\Rightarrow \sin\alpha \approx \alpha$.

$$\cos\alpha \approx 1$$

$$\Rightarrow i = \frac{\lambda(d + r)}{2r\alpha} \Rightarrow \lambda = \frac{2ri\alpha}{d + r}$$

Din datele problemei

$$i = 1{,}2 \text{ mm} \Rightarrow \lambda = 0{,}48 \text{ μm}.$$

$$\lambda = 2\alpha\frac{ri}{d + r} \Rightarrow$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Delta\lambda = 2\alpha \cdot \frac{(i\cdot\Delta r + r\cdot\Delta i)(d+r) - ri(\Delta d + \Delta r)}{(d+r)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta r}{r}\cdot\frac{d}{d+r} + \frac{\Delta d}{d+r}$$

avînd $\Delta i = 10^{-3}$ mm ; $\Delta r = \Delta d = 1$ mm

$$\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta\lambda = 0{,}0012\ \mu\text{m}$$

$$\lambda = (0{,}48 \pm 0{,}0012)\ \mu\text{m}.$$

2) $$i = \frac{\lambda(d+r)}{2r\alpha} = \frac{\lambda'(d'+r)}{2r\alpha}$$

$$d' = \frac{\lambda(d+r) - \lambda' r}{\lambda'} \Rightarrow d' = 1{,}8\ \text{m}$$

$$\Delta d = d' - d = -0{,}6\ \text{m}.$$

Deci ecranul trebuie apropiat de oglinzi cu 0,6 m.

OF.6. Într-o experienţă de interferenţă cu ajutorul oglinzii Lloyd, o undă luminoasă provenind direct de la sursa S interferă cu unda reflectată de oglinda O. Franjele de interferenţă sînt observate pe ecranul E aflat la distanţa $D = 1$ m de sursă. Interfranja are valoarea $i = 0{,}25$ mm pentru o anumită poziţie a sursei ; dacă sursa S este îndepărtată de planul oglinzii cu $\Delta h = 0{,}6$ mm, interfranja se micşorează de $\eta = 1{,}5$ ori.

Determinaţi lungimea de undă a radiaţiei luminoase.

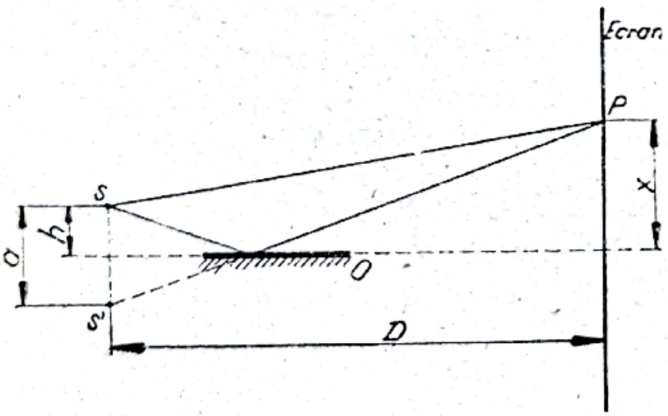


Fig. OF. 6

REZOLVARE :

Fie S' imaginea virtuală a sursei S dată de oglinda O. S şi S' pot fi considerate surse coerente care dau imaginea de interferenţă pe ecranul E. Trebuie avut în vedere faptul că reflexia undei luminoase pe oglindă se face cu pierdere de $\frac{\lambda}{2}$, deci diferenţa de drum dintre razele ce interferă în punctul P de coordonata x va fi :

$$\Delta = S'P - \frac{\lambda}{2} - SP \Rightarrow \Delta = \delta - \frac{\lambda}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $\delta = \frac{ax}{D} = \frac{2hx}{D}$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{ax}{D} - \frac{\lambda}{2}$$

Interfranja va avea valoarea $i = \frac{\lambda D}{2h}$

$$i' = \frac{\lambda D}{2(h + \Delta h)} = \frac{i}{\eta}$$

$$h = \frac{\Delta h}{\eta - 1} \Rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot \Delta h \cdot i}{D(\eta - 1)}$$

$$\Rightarrow \lambda = 0{,}6\ \mu\text{m}.$$

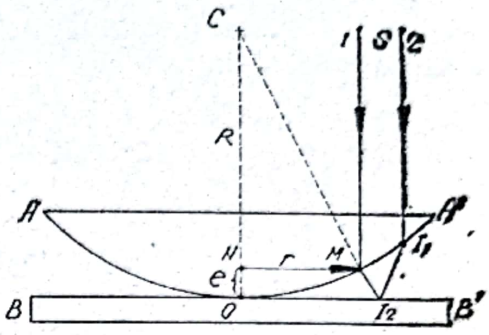


Fig. OF. 7

OF.7. Să se determine distanța Δr dintre al douăzecilea și al 21-lea inel luminos a lui Newton, dacă distanța dintre al 2-lea și al 3-lea inel este de 1 mm.

Inelele se observă în lumină reflectată.

REZOLVARE:

Considerînd dispozitivul din fig. OF.7 să analizăm forma franjelor de egală grosime care apar într-un strat de aer cuprins între o suprafață plană de sticlă BB′ și o lentilă plan-convexă AA′ de rază R, mare.

Spațiul de aer va avea forma de pană optică cu unghi variabil simetrică în jurul punctului O, de contact, între lentilă și placă. Locurile de egală grosime în pana de aer vor forma cercuri de rază r avînd centrul în punctul O. Cînd $r \ll R$ și cînd lumina cade normal pe fața plană a lentilei diferența de drum δ între razele coerente care interferă în punctul M, corespunzător grosimii e, va fi:

$\delta = 2e - \frac{\lambda}{2}$ ținînd cont de faptul că în punctul I_2 reflexia se face cu pierdere de $\frac{\lambda}{2}$

În punctul M vom avea maxim de interferență dacă $\delta = 2K\frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow 2e = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Din teorema înălțimii în triunghiul COM

$$r^2 = e(2R - e) \text{ dar } e \ll 2R \Rightarrow$$

$$r^2 \approx 2eR \Rightarrow e = \frac{r^2}{2R}$$

Scanned with OKEN Scanner

Calculăm raza inelului luminos de ordin K

$$r_k = \sqrt{\frac{2K+1}{2} \cdot \lambda \cdot R} \text{ cu } K = 0, 1, 2 \ldots$$

În mod analog calculăm raza inelului întunecat de ordin K punînd condiția de minim de interferență.

$$\delta = (2K+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2e = (K+1)\lambda$$

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{(K+1)\lambda R} \text{ cu } K = 0, 1, 2, \ldots$$

Din datele problemei rezultă

$$r_3 - r_2 = 1 \text{ mm}$$

Pentru al treilea inel luminos $K = 2$
Pentru al doilea inel luminos $K = 1$

Rezultă : $r_3 - r_2 = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\lambda R}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \text{ mm}$$

$$r_{21} - r_{20} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}}(\sqrt{41} - \sqrt{39})$$

$$r_{21} - r_{20} = 0{,}313 \text{ mm}$$

OF.8. O lamă plan-paralelă de sticlă este așezată pe una dintre fețele unei lentile biconvexe. Observîndu-se inelele lui Newton în lumină reflectată dată de flacăra de Na ($\lambda = 5890$ Å) s-a găsit că raza celui de al 20-lea inel întunecat este $r_1 = 2$ mm.

Așezînd lama pe cealaltă față a lentilei s-a găsit că raza inelului întunecat de același ordin este $r_2 = 4$ mm. Să se determine distanța focală a lentilei, indicele de refracție al sticlei fiind $n = 1{,}5$.

REZOLVARE :

Celui de al 20-lea inel întunecat îi corespunde K=19. Utilizînd condiția de minim obținem :

$$r_1 = \sqrt{(K+1)\lambda R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{r_1^2}{(K+1)\lambda} \Rightarrow R_1 = 33{,}99 \text{ cm}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$r_2 = \sqrt{(K+1)\lambda R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{r_2^2}{(K+1)\lambda} \Rightarrow R_2 = 135{,}99\text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Ținînd cont de convenţiile de semn rezultă :

$$f = \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{(r_1^2 + r_2^2)(n-1)(K+1)\cdot\lambda} \Rightarrow f = 45{,}33 \text{ cm}.$$

OF.9. Unul din dispozitivele clasice de interferenţă este cunoscut sub denumirea de bilentilele lui Billet. Acesta este obţinut prin tăierea unei lentile subţiri de rază r şi distanţa focală f, după un plan trecînd prin axa optică. Cele două semilentile depărtate la distanţa Δ se lipesc cu o pastă opacă şi primesc lumină de la o sursă punctiformă S, monocromatică, aşezată pe axul optic principal. Imaginile reale S_1 şi S_2 ale sursei S vor fi surse coerente şi vor genera fenomenul de interferenţă observat pe ecranul E aflat la distanţa „d" de bilentilă.

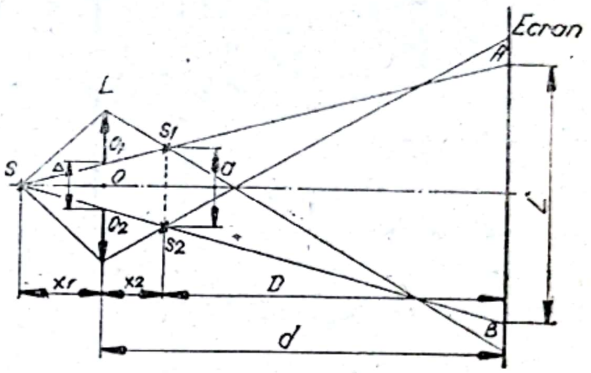


Fig. OF. 9

Cunoscînd $\lambda = 5 \cdot 10^3$ Å ; $\Delta = 10^{-3}$ m ; $f = 0{,}5$ m
$r = 5 \cdot 10^{-3}$ m ; $d = 3{,}4$ m ; $x_1 = -1$ m, să se calculeze :

1) distanţa $S_1S_2 = a$
2) mărimea interfranjei
3) lărgimea cîmpului de interferenţă L
4) numărul franjelor luminoase observate pe ecran.

REZOLVARE :

1) Cu ajutorul formulei lentilelor calculăm distanţa x_2 la care se formează imaginile reale ale sursei S.

$$\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow x_2 = \frac{f \cdot x_1}{f + x_1} \Rightarrow x_2 = 1 \text{ m}.$$

Din asemănarea triunghiurilor SO_1O_2 şi SS_1S_2 rezultă :

$$\frac{\Delta}{a} = -\frac{x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow a = \frac{-\Delta(x_2 - x_1)}{x_1}$$

$$\Rightarrow a = 2.10^{-3} \text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

2) Distanța între sursele S_1S_2 și ecran este $D = d - x_2 \Rightarrow D = 2{,}4\text{m}$.

Mărimea interfranjei se obține cu ajutorul relației cunoscută de la dispozitivul Young:

$$i = \frac{\lambda \cdot D}{a} \Rightarrow i = 6 \cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

3) Din asemănarea triunghiurilor SO_1O_2 și SAB obținem:

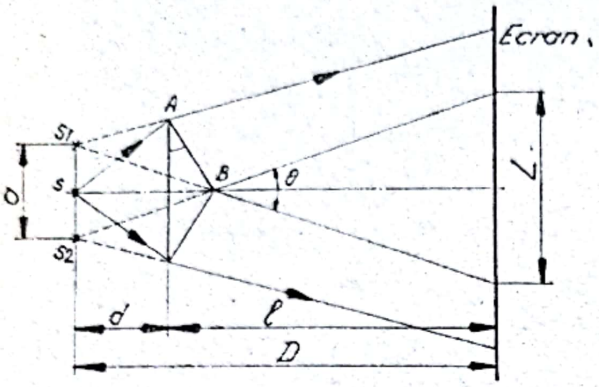


Fig. OF. 10

$$\frac{L}{\Delta} = \frac{d + |x_1|}{|x_1|} \Rightarrow L = \Delta \frac{d + |x_1|}{|x_1|}$$

$$\Rightarrow L = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}.$$

$$4)\ \text{N} = \frac{L}{i} \Rightarrow \text{N} = 7$$

Pe ecran vor fi observate 7 franje luminoase și 8 franje întunecoase.

OF.10. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul biprismei Fresnel. Secțiunea unei biprisme Fresnel cu un plan perpendicular pe planul de simetrie al biprismei are forma unui triunghi isoscel, unghiul refringent fiind foarte mic. Figura de interferență este observată pe un ecran aflat la distanța D de sursele virtuale S_1; S_2. Dispozitivul este iluminat cu ajutorul unei surse punctiforme de lumină monocromatică aflată în planul de simetrie al biprismei.

Cunoscînd $\lambda = 5890\text{Å}$; $D = 10$ m; $A = 0{,}1°$

$d = 1{,}0$ m; $n = 1{,}5$ să se calculeze:

1) distanța $S_1S_2 = a$;

2) valoarea interfranjei;

3) lărgimea cîmpului de interferență.

REZOLVARE:

1) Sursele virtuale S_1, S_2 se obțin la intersecția prelungirilor razelor emergente. Scriind legea refracției în punctul I obținem:

$$\sin i = n \sin r$$

Deoarece unghiurile i și r sînt foarte mici

$$\Rightarrow \sin i \approx i;\quad \sin r \approx r \Rightarrow i = n \cdot r$$

Analog în punctul I′ obținem:

$$\sin i' = n \sin r' \Rightarrow i' = nr'$$

Unghiul de deviație al razei emergente față de direcția razei incidente va fi:

$$\varphi = i + i' - A$$

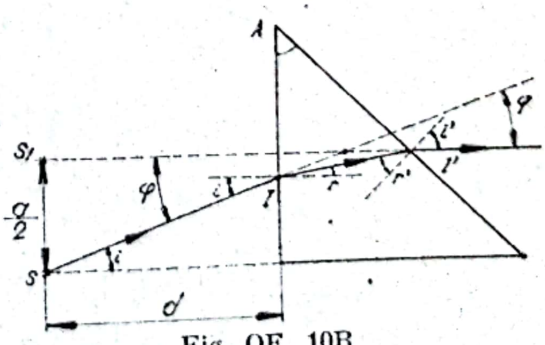


Fig. OF. 10R

$$\Rightarrow \varphi = n(r + r') - A, \text{ dar } r + r' = A$$

$$\Rightarrow \varphi = A(n - 1)$$

Deoarece unghiul φ este foarte mic, putem scrie $\varphi \approx \frac{a}{2d}$

$$\Rightarrow \frac{a}{2d} = A(n - 1) \Rightarrow a = 2dA(n - 1)$$

$$\Rightarrow a = 1{,}74 \text{ mm}.$$

2) $i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{2dA(n-1)} \Rightarrow i = 3{,}38 \text{ mm}.$

3) $\text{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{L}{2l} = \frac{a}{2d} \Rightarrow L = \frac{a \cdot l}{d} \Rightarrow L = 1{,}566 \text{ cm}.$

OF.11. Determinați grosimea minimă a unei pelicule cu indicele de refracție 1,33, astfel încît radiația cu $\lambda_1 = 0{,}64$ μm, să prezinte un maxim de interferență în urma reflexiei, iar radiația cu $\lambda_2 = 0{,}4$μm să prezinte un minim de interferență.

Unghiul de incidență este: 30°

REZOLVARE

Diferența de drum între radiațiile care interferă într-un punct de pe suprafața peliculei, după reflexia pe cele două fețe este:

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}.$$

Punînd condiția de maxim $\delta = 2K\frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow e = \frac{\lambda_1}{4} \cdot \frac{2K - 1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Punînd condiția de minim $\delta = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$.

$$\Rightarrow e = \frac{\lambda_2}{4} \cdot \frac{2K}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Dînd valori lui K în cele două condiții obținute $K = 1, 2, 3, \ldots$ obținem:

MAX $\Rightarrow e = 0{,}1298$ μm; 0,3894 μm; 0,649 μm ...,

MIN $\Rightarrow e = 0{,}1622$ μm; 0,3244 μm; 0,4866 μm; 0,6489 μm ...

Scanned with OKEN Scanner

Deci grosimea minimă a peliculei va fi

$$e = 0{,}649 \ \mu m.$$

OF.12. O peliculă subţire de acetonă (indice de refracţie 1,25) este întinsă pe suprafaţa unei plăci de sticlă groase (indice de refracţie 1,50). Pe această peliculă cad sub incidenţă normală unde luminoase de lungime de undă variabilă. Cînd privim undele reflectate observăm că minimul de interferenţă apare la 6000 Å, iar maximul de interferenţă la 7000 Å.

Calculaţi grosimea peliculei de acetonă.

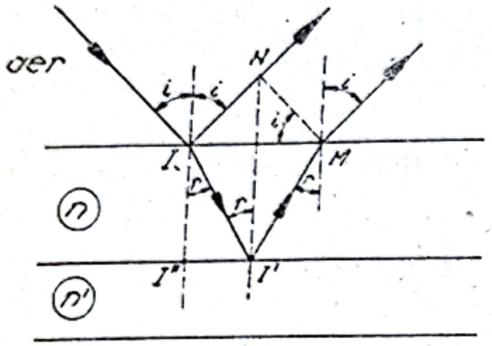


Fig. OF. 12R

REZOLVARE:

Reflexia are loc cu pierdere de semiundă atît în I cît şi în I' ⇒

$$\delta = 2n \cdot II' + \frac{\lambda}{2} - \left(IN - \frac{\lambda}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta = 2n\, II' - IN.$$

$$II' = \frac{e}{\cos r}; \quad IN = 2I'I'' \sin i; \quad I'I'' = e \cdot \mathrm{tg} r$$

$$\sin i = n \sin r \Rightarrow \delta = \frac{2ne}{\cos r} - 2e \ \mathrm{tg} r \sin i$$

$$\Rightarrow \delta = 2ne \cos r$$

Punînd condiţia de maxim obţinem:

$$2K_2 \frac{\lambda_2}{2} = 2ne \ (r = 0) \Rightarrow e = \frac{K_2 \lambda_2}{2n}.$$

Punînd condiţia de minim obţinem:

$$(2K_1 + 1)\frac{\lambda_1}{2} = 2ne \Rightarrow e = \frac{(2K_1 + 1)\,\lambda_1}{4n}$$

$$\Rightarrow e = \frac{0{,}35}{n} K_2 \ (\mu m); \quad e = \frac{0{,}15}{n} (2K_1 + 1) \ (\mu m)$$

$$K_1 = K_2 = 3 \Rightarrow e = 0{,}84 \ \mu m.$$

OF.13. Într-o lamă cu feţe plan paralele se produc inele de egală înclinare prin reflexie. Indicele de refracţie al lamei este $n = 1{,}5$, iar gro-

Scanned with OKEN Scanner

simea acesteia $e = 0{,}5$ cm. Interferența se urmărește în lumină monocromatică având

$$\lambda = 5000 \text{ Å}.$$

Care trebuie să fie distanța focală a lentilei cu care se proiectează figura de interferență, pentru ca raza inelului luminos de ordin K = 1 să fie 5 mm.

Axul optic al lentilei este perpendicular pe suprafața lamei.

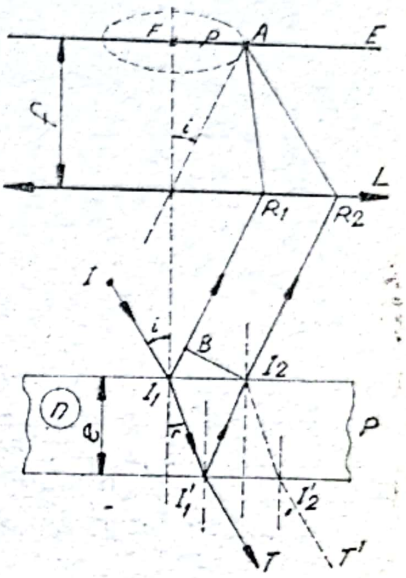


Fig. OF. 13

REZOLVARE:

Între razele paralele I_1R_1; I_2R_2 există o diferență de drum $\delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$ constantă în timp, deoarece e, n, i și λ sînt constante. În punctul A de pe ecranul aflat în planul focal al lentilei L, se concentrează toate perechile de raze ce provin de la orice punct al sursei sub același unghi de incidență i.

Aceste raze vor da în planul focal al lentilei aceiași stare de interferență pe un cerc de rază ρ. În punctul F în centrul inelelor, diferența de drum este maximă $(i = 0) \Rightarrow \delta_0 = 2en + \frac{\lambda}{2}$.

Deci pentru orice inel starea de interferență va fi dată de o diferență de drum mai mică decît cea din centru. Astfel inelului de ordin K îi corespunde diferența de drum dată de:

$$\delta_k = 2\,ne + \frac{\lambda}{2} - \left(2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i_K} + \frac{\lambda}{2}\right)$$

Să considerăm că în punctul A se obține un maxim de interferență și să ne limităm la cazul obișnuit în practică al unghiurilor de incidență mici.

$$\sin i \approx \operatorname{tg} i \approx i \Rightarrow \rho = f \cdot \operatorname{tg} i \approx f \cdot i$$

Punînd condiția de maxim $\delta_K = k\lambda \Rightarrow$

$$K\lambda = 2\,ne - 2e\sqrt{n^2 - i_K^2} \Rightarrow i_K = \sqrt{\frac{n\lambda}{e} \cdot K}.$$

(neglijînd termenul ce conține pe λ^2).

$$\Rightarrow \rho_K = f \cdot i_K \Rightarrow \rho_K = f\sqrt{\frac{n\lambda}{e} \cdot K} \Rightarrow f = 40{,}82 \text{ cm}.$$

OF.14. Pe o lamă de sticlă cu fețe plan-paralele avînd indicele de refracție $n = 1{,}5$ și grosimea $e = 2$ mm, cad două raze de lumină, provenind de la un izvor punctiform S, aflat la distanța $h = 2$ cm de suprafața lamei. Prima rază, căzînd pe suprafața lamei sub unghiul de incidență i, se îndreaptă, după reflexie, spre lentila convergentă L, al cărei ax optic principal este paralel cu raza reflectată. A doua rază, la incidența normală, după trecerea prin lamă, este reflectată paralel cu axul optic principal al lentilei L cu ajutorul unei oglinzi plane O. Distanța dintre cele două raze reflectate este d.

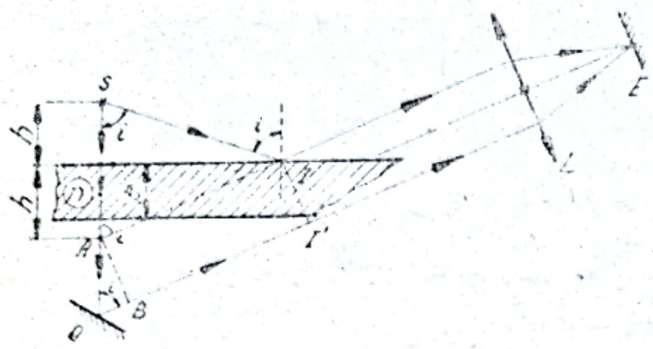


Fig. OF. 14

a) La ce distanță de lentila L trebuie așezat un ecran E, pentru ca cele două raze să se întîlnească pe suprafața lui, dacă este folosită o lentilă subțire biconvexă din sticlă, cu indicele de refracție absolut $n_L = 1{,}5$, aflată în aer, avînd razele de curbură $R_1 = 12$ cm; $R_2 = 60$ cm?.

b) Să se determine diferența de drum δ între cele două raze în punctul de convergență.

c) Să se determine diferența de drum δ în cazul

$$d = e; \quad i = \frac{\pi}{4}$$

d) Să se calculeze la punctul c) diferența de fază $\Delta\varphi$ dacă se utilizează o radație monocromatică cu $\lambda = 6560\text{Å}$.

REZOLVARE:

a) $\dfrac{1}{f} = (n_L - 1)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right) \Rightarrow f = 20$ cm

b) Diferența de drum ale razelor care interferă este:

$$\delta = 2h + e(n-1) + \frac{d}{\sin i} - \frac{\lambda}{2} + \frac{h}{\cos i} -$$

$$- \left(\frac{h}{\cos i} - \frac{\lambda}{2}\right) + \frac{d}{\operatorname{tg} i}$$

$$\Rightarrow \delta = 2h + e(n-1) + \frac{d}{\sin i}(1 + \cos i).$$

c) $\delta = 2h + e(n + \sqrt{2}) \Rightarrow \delta = 45{,}82$ mm.

d) $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta \Rightarrow \Delta\varphi = 4{,}4 \cdot 10^5$ rad.

Scanned with OKEN Scanner

OF.15. Un fascicul de lumină cu lungimea de undă $\lambda = 6300$ Å cade sub incidența normală pe un strat subțire sub formă de pană cu indicele de refracție $n = 1{,}5$. Pe suprafața stratului se formează 10 franje luminoase și nouă franje întunecoase.

Cu cît variază grosimea stratului pe acest interval de franje?

REZOLVARE:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta h}{x} \text{ unde } x = 9i \text{ iar } i = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

$$\Rightarrow \Delta h = 9i\alpha$$

$$\Delta h = 9 \cdot \frac{\lambda}{2n\alpha} \cdot \alpha \Rightarrow \Delta h = \frac{9\lambda}{2n}$$

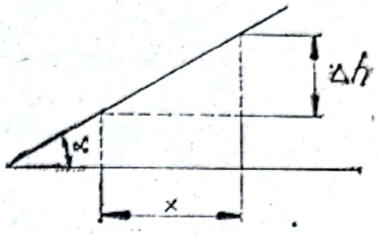


Fig. OF. 15 R.

$$\Rightarrow \Delta h = 1{,}89 \ \mu\text{m}.$$

OF.16. Fie o rețea de difracție cu constanta $d = 1{,}5$ μm. Găsiți dispersia unghiulară $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ corespunzătoare maximului de difracție de ordin maxim al radiației $\lambda = 530$ nm, în cazul în care lumina cade pe rețea:

a) în incidență normală;

b) sub un unghi $i = 45°$.

REZOLVARE:

a) Scriind condiția de maxim de difracție

$$d \sin\theta = K\lambda$$

și derivînd în raport cu λ obținem:

$$\frac{d\theta}{d\lambda}\cos\theta = \frac{K}{d} \Rightarrow D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{K}{d\cos\theta}$$

Pentru a afla ordinul maxim de difracție punem condiția $\theta = \frac{\pi}{2}$

Deci:

$$d \sin\frac{\pi}{2} = K_m \cdot \lambda \Rightarrow K_m = \frac{d}{\lambda} = 2{,}83 \Rightarrow K_m = 2$$

Pentru $K_m = 2 \Rightarrow \sin\theta = \frac{K_m \cdot \lambda}{d}$

$$\Rightarrow \cos\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda K_m}{d}\right)^2} \Rightarrow \cos\theta = 0{,}7075$$

$$\Rightarrow D = 1{,}884 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{nm}}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar 1 rad $= \frac{180}{\pi} = \frac{180 \cdot 60'}{\pi} \Rightarrow D = 6{,}48 \frac{\text{min.de arc}}{\text{nm}}$

b) În cazul $i \neq 0$

Scriind diferența de drum și punînd condiția de maxim obținem:

$$\delta = d|(\sin i \pm \sin\theta)| = K\lambda$$

$$d(\sin 45° + \sin 90°) = K_m \cdot \lambda \Rightarrow K_m = 4{,}8 \Rightarrow K_m = 4$$

$$d(\sin 45° - \sin 90°) = K_m \cdot \lambda \Rightarrow K_m = 0{,}83$$

$$d(\sin 45° + \sin\theta) = K_m \cdot \lambda \Rightarrow \sin\theta = \frac{K_m \cdot \lambda - d \sin 45°}{d}$$

$$\sin\theta = \frac{K_m \cdot \lambda}{d} - \sin 45° = 0{,}708$$

$$\Rightarrow \cos\theta = 0{,}705878.$$

$$D = \frac{K_m}{d \cdot \cos\theta} \Rightarrow D = 3{,}777 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{nm}}$$

$$\Rightarrow D = 12{,}99 \frac{\text{min}}{\text{nm}}$$

OF.17. Un fascicul luminos cade în incidență normală pe o rețea de difracție. Maximul de difracție de ordinul II pentru radiația $\lambda_1 = 0{,}65$ μm se obține sub unghiul $\theta_1 = 45°$. Determinați în cazul radiației $\lambda_2 = 0{,}5$ μm, unghiul sub care se obține maximul de difracție de ordinul III.

REZOLVARE:

Punînd condiția de maxim în cele două cazuri avem:

$$d \sin\theta_1 = K_1\lambda_1 \Rightarrow d = \frac{K_1\lambda_1}{\sin\theta_1}$$

$$d \sin\theta_2 = K_2\lambda_3 \Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{K_2\lambda_2}{d}$$

$$\Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{K_2\lambda_2}{K_1\lambda_1} \sin\theta_1 \Rightarrow \sin\theta_2 = 0{,}815892$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 54°40'32''$$

Scanned with OKEN Scanner

OF.18. Pentru caracterizarea dispersiei date de o prismă optică cu unghiul refringent A și indicele de refracție n se folosește mărimea $\delta = \frac{dD}{d\lambda}$ numită dispersie unghiulară.

Să se calculeze dispersia unghiulară a prismei optice în condițiile deviației minime

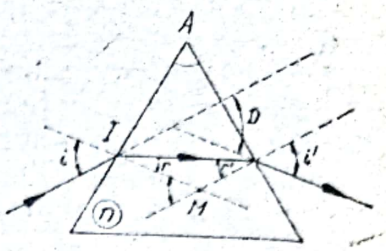


Fig. OF. 18

REZOLVARE

$$\delta = \frac{dD}{d\lambda} \Rightarrow \delta = \frac{dD}{dn} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

fie D_m = unghiul de deviație minimă

$$n = \frac{\sin\frac{D_m + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \Rightarrow \frac{dn}{dD_{min}} = \frac{\frac{1}{2}\cos\frac{D_{min} + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{D_m + A}{2}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

Dar

$$\cos\frac{D_m + A}{2} = \cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i}$$

$$\sin i = n \sin r \Rightarrow \sin i = n \sin\frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\frac{D_m + A}{2} = \sqrt{1 - n^2 \sin^2\frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{A}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

OF.19. Un sistem de două fante produce franje de interferență pentru lumina de sodiu ($\lambda = 5890$Å) distanțate între ele cu 0,20°. Pentru ce lungime de undă distanța unghiulară va fi cu 10% mai mare?

Scanned with OKEN Scanner

OF.20. Într-o experiență de interferență cu două fante, una din fante este acoperită cu o placă subțire de sticlă cu indice de refracție 1,4 iar cealaltă cu o placă subțire de sticlă cu indice de refracție 1,7. Punctul de pe ecran în care se afla maximul central înaintea introducerii plăcilor de sticlă este acum ocupat de a cincea franje luminoasă dinaintea introducerii plăcilor. Presupunînd că $\lambda = 4800$ Å și că plăcile au aceiași grosime „e", determinați valoarea lui „e".

OF.21. O sursă de lumină S, emite cu lungimea de undă $\lambda_1 = 0{,}55\mu m$, iluminînd un dispozitiv Young. La distanța $D = 1{,}8$ m de planul fantelor F_1, F_2, paralel cu acestea se așează un ecran. Se observă pe ecran că distanța care separă $N = 9$ franje luminoase consecutive este $L = 9{,}6$mm.

a) Să se calculeze distanța $F_1F_2 = a$ între cele două fante;

b) Să se calculeze valoarea limită a distanței $F_1F_2 = a$, știind că pentru valori ale interfranjei mai mici de 0,3 mm fenomenul este greu de observat cu ochiul liber.

c) Fixîndu-se distanța F_1F_2 la valoarea $a = 1{,}1$ mm se înlocuiește sursa S cu o sursă S′ care emite simultan două radiații cu lungimile de undă $\lambda_2 = 0{,}48$ μm și $\lambda_3 = 0{,}60$ μm. În ce punct de pe ecran se suprapun pentru prima oară cele două sisteme de franje și care sînt numerele de ordine ale franjelor produse de λ_2 respectiv λ_3?

d) Sursa S aflată la distanța $d = 50$ cm de planul fantelor este deplasată paralel cu planul fantelor, în sus, cu 2 mm. Determinați deplasarea franjei centrale.

OF.22. Fie un dispozitiv Young cu distanța între fante $a = 0{,}12$ cm, iluminat cu lumină monocromatică cu $\lambda = 0{,}48$ μm. Ecranul de observare paralel cu planul fantelor se află la distanța $D = 3$ m de acesta.

a) Calculați valoarea i a interfranjei;

b) Utilizîndu-se același dispozitiv interferențial iluminat cu lumină monocromatică avînd λ' se obține $i' = 1{,}5$ mm. Determinați λ'.

Determinați eroarea în calcularea lui λ' știind că „a" este cunoscut cu o precizie de 5 μm, D cu o precizie de 5 mm iar pentru calcularea lui i' s-a măsurat pe ecran cu o precizie de 0,1 mm lărgimea a 20 intefranje.

c) Întregul dispozitiv este introdus într-un lichid transparent cu indice de refracție n. Folosind lumină monocromatică cu lungimea de undă în vid $\lambda = 0{,}48$ μm valoarea interfranjei devine 0,9 mm. Calculați n.

d) Dispozitivul este plasat din nou în aer. Se așează în fața uneia dintre fante o lamă de grosime $e = 5\mu m$ avînd indicele de refracție 1,55. Calculați deplasarea franjei centrale.

e) Înlăturîndu-se lama, se iluminează dispozitivul cu lumină albă, avînd $(0{,}4 < \lambda < 0{,}75)\mu m$.

Se așează fanta unui spectroscop în planul ecranului paralelă cu franja centrală și la 15 mm de aceasta. Determinați lungimile de undă ale radiațiilor care lipsesc în spectrul observat.

OF.23. Pentru a măsura lungimea de undă a unei radiații luminoase se folosește un dispozitiv Young. Sursa este așezată la egală distanță de cele două fante depărtate între ele cu $a = (1{,}00 \pm 0{,}01)$ mm.

Franjele de interferență sînt observate pe un ecran paralel cu planul fantelor aflat la distanța $D = (1{,}000 \pm 0{,}001)$m de acesta. Se măsoară

Scanned with OKEN Scanner

intervalul între franja centrală (numerotată 0) și franja numerotată 50 găsindu-se $l = (25{,}0 \pm 0{,}1)$ mm.

Calculați lungimea de undă obținută prin această metodă și eroarea absolută.

OF.24. Se iluminează un dispozitiv Young cu lumină monocromatică galbenă $\lambda_1 = 0{,}6$ μm. Pe un ecran paralel cu planul fantelor se măsoară distanța dintre franja centrală și franja luminoasă de ordinul 10, fiind de 6mm. Se iluminează apoi dispozitivul cu lumina roșie cu λ_2. Distanța care separă franja centrală de franja luminoasă de ordinul 12 este de 8,64 mm.

a) Calculați λ_2.

b) Dispozitivul este iluminat simultan cu cele două radiații considerate. Care este starea iluminării unui punct de pe ecran aflat la distanța de 5,4 mm de franja centrală?

OF.25. Într-o experiență de interferență cu dispozitivul Young, distanța între fante este $a = 1$ mm. Franjele de interferență sînt observate pe un ecran aflatla distanța $D = 2$ m de planul fantelor și paralel cu acesta. Distanța care separă cea de a 7-a franjă întunecoasă aflată de-o parte a franjei centrale, de cea de-a doua franje întunecoasă situată de cealaltă parte a franjei centrale este de 10,4 mm.

a) Calculați interfranja;

b) Calculați lungimea de undă a radiației monocromatice;

c) Sursa emite simultan două radiații monocromatice $\lambda = 0{,}65$ μm respectiv λ'. Se constată suprapunerea într-un punct de pe ecran între cea de-a 10-a franje luminoasă a lui λ și cea de-a 13-a franje luminoasă a lui λ'. Calculați λ'.

OF.26. Un dispozitiv Young avînd distanța între fante $a = 1$ mm este iluminat cu o radiație monocromatică $\lambda = 0{,}5$ μm. Franjele de interferență sînt observate pe un ecran paralel cu planul fantelor aflat la distanța $D = 2$m de acesta.

a) Calculați valoarea interfranjei;

b) Același dispozitiv este iluminat în lumină albă cu $0{,}4 < \lambda < 0{,}75$ μm.

Se așează pe ecran la distanța de 8 mm de franja centrală fanta unui spectroscop. Calculați lungimea de undă a radiațiilor care lipsesc din spectrul observat.

OF.27. Se utilizează un dispozitiv de interferență Young observîndu-se pe un ecran franjele de interferență. Măsurîndu-se pe ecranul aflat la distanța $D = (100{,}0 \pm 0{,}1)$ cm lărgimea a $n = 20$ intefranje consecutive, se obține $h = (4{,}21 \pm 0{,}01)$ mm. Cunoscînd lungimea de undă a radiației monocromatice utilizate $\lambda = 0{,}589$ μm, să se calculeze eroarea absolută cu care este cunoscută distanța „a" dintre cele două fante ale dispozitivului.

OF.28. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul oglinzilor Fresnel. Planele celor două oglinzi fac între ele unghiul $\alpha = 12'$ (fig. OF.5).

La distanța $r = 10$ cm de muchia comună a celor două oglinzi se așează o sursă de lumină monocromatică cu $\lambda = 0{,}55$ μm. Franjele de

Scanned with OKEN Scanner

interferență sînt observate pe un ecran paralel cu S_1S_2 aflat la distanța $d = 1{,}3$ m de intersecția celor două oglinzi.

Calculați:

a) Mărimea interfranjei și numărul franjelor observate pe ecran;

b) Deplasarea imaginii de interferență cînd sursa se deplasează pe un arc de cerc de raza r, cu $\Delta l = 1$ mm.

OF.29. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul oglinzilor Fresnel (fig. OF. 5) iluminate cu o radiație monocromatică $\lambda = 0{,}59$ μm. Imaginea de interferență este observată pe un ecran paralel cu planul (S_1S_2) aflat la distanța $D = 1{,}2$ m de planul surselor. Distanța între franja centrală și cea de-a treia franjă întunecoasă este 2,95 mm. Calculați distanța „$2a$" dintre cele două surse coerente S_1; S_2.

OF.30. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul oglinzilor Fresnel (fig. OF. 5). Distanța între sursele coerente S_1S_2 este $a = 0{,}75$ mm, imaginea de interferență fiind observată pe un ecran perpendicular pe planul mediator al segmentului S_1S_2 aflat la distanța $D = 2$m de surse.

a) Să se calculeze lungimea de undă λ a radiației monocromatice utilizate știind că cea de-a 6-a franjă luminoasă se află la distanța de 9,43mm de franja centrală;

b) Se așează în dreptul razelor provenite de la sursa S_1 o lamă de sticlă avînd $n = 1{,}52$. Se observă o deplasare a franjei centrale cu 8,25 mm. Să se determine grosimea „e" a lamei;

c) Care va fi valoarea interfranjei dacă întregul dispozitiv este introdus în apă cu $n' = \frac{4}{3}$?

OF.31. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul oglinzilor Fresnel (fig. OF. 5) iluminate cu lumină monocromatică avînd $\lambda = 0{,}49$ μm. Imaginea de interferență este observată pe un ecran perpendicular pe planul mediator al segmentului S_1S_2 aflat la distanța $d = 2$m de intersecția celor două oglinzi.

Cunoscînd valoarea interfranjei $i = 0{,}25$ mm și $r = 1$ m să se calculeze:

a) Distanța „a" dintre sursele S_1S_2;

b) Lărgimea cîmpului de interferență;

c) Unghiul α dintre cele două oglinzi.

OF.32. Se realizează o experiență de interferență cu ajutorul bilentilelor Billet (fig. OF. 9). Cunoscînd:

$x_1 = -72$ cm, $r = 3$ cm, $\lambda = 0{,}6$ μm, $\Delta = 1{,}6$ mm, $f = 40$ cm, $d = 1{,}6$ m, să se calculeze:

1) Distanța $S_1S_2 = a$;
2) Valoarea interfranjei;
3) Lărgimea cîmpului de interferență;
4) Numărul de franje observate pe ecran.

Scanned with OKEN Scanner

OF.33. Se realizează o experienţă de interferenţă cu ajutorul oglinzii Lloyd (fig. OF.33). Cunoscînd : $h = 10$ cm, $b = 20$ cm, $d = 10$ cm, $D = 1$ m, $\lambda = 0{,}6$ μm, să se calculeze :

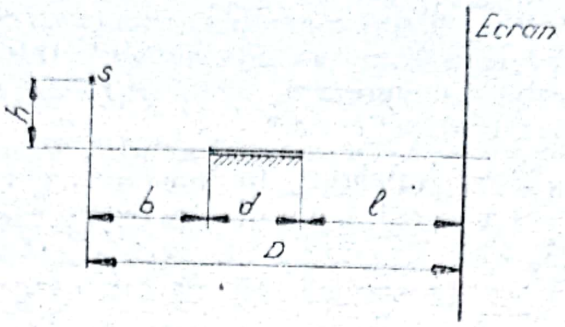


Fig. O.F. 33

a) Valoarea interfranjei ;
b) Lărgimea cîmpului de interferenţă ;
c) Numărul franjelor observate.

OF.34. Se realizează o experienţă de interferenţă cu ajutorul biprismei Fresnel (fig. OF.10). Cunoscînd : $D = 2{,}32$ m, $n = 1{,}5$, $i = 0{,}1166$ mm, $\lambda = 0{,}6$ μm şi lărgimea cîmpului de interferenţă $L = 5{,}155$ mm, să se calculeze :

1) Unghiul de refrigenţă al prismei ;
2) Distanţa între prismă şi ecran.

OF.35. Să se determine distanţa focală f a unei lentile plan-convexe, folosită pentru obţinerea inelelor lui Newton, ştiind că raza celui de al treilea inel luminos este de 1,1 mm. Se dau : $n = 1{,}6$ şi $\lambda = 5890$Å. Observarea inelelor se face în lumină reflectată.

OF.36. În observarea inelelor lui Newton în lumină albastră, reflectată ($\lambda = 4500$ Å), cu ajutorul unei lentile plan-convexe aşezată pe o placă plană, s-a constatat că raza celui de al treilea inel luminos este de 1,06 mm. S-a înlocuit filtrul albastru prin altul roşu şi s-a măsurat raza celui de al cincilea inel luminos, găsindu-se valoarea 1,77mm. Să se determine raza de curbură R a lentilei şi lungimea de undă a luminii roşii.

OF.37. Să se afle raza r_1 a primului inel întunecat a lui Newton, dacă între lentilă şi lama plan-paralelă se toarnă benzen ($n = 1{,}5$). Raza de curbură a lentilei este de 1m, iar indicele de refracţie al sticlei lentilei şi al lamei este acelaşi, fiind mai mare decît cel al benzenului.
Observarea se face în lumină de sodiu ($\lambda = 5890$ Å) reflectată.

OF.38. Un fascicul paralel de lumină albă cade pe o peliculă subţire ($n = 1{,}33$) sub unghiul de incidenţă $i = 52°$. Pentru ce grosime a peliculei lumina reflectată va prezenta un maxim de interferenţă pentru radiaţia cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}6$ μm ?

OF.39. O radiaţie luminoasă monocromatică cade normal pe o peliculă uniformă de ulei care acoperă o placă de sticlă. Lungimea de undă a sursei poate fi variată în mod continuu. Lumina reflectată prezintă

Scanned with OKEN Scanner

interferența destructivă pentru lungimile de undă de 5000 și 7000 Å. Indicele de refracție al uleiului este 1,30 iar cel al sticlei 1,50. Să se găsească grosimea peliculei de ulei.

OF.40. O peliculă subțire cu grosimea de $4 \cdot 10^{-5}$ cm este iluminată cu lumină normală pe suprafața sa. Indicele de refracție al peliculei este 1,5. Ce lungimi de undă din spectrul vizibil ($0{,}4\ \mu m < \lambda < 0{,}78\ \mu m$) vor fi intensificate în fasciculul reflectat?

OF.41. Lumina albă reflectată în incidență normală de o peliculă de săpun are, în spectrul vizibil, un maxim de interferență la 6000 Å și un minim la 4500 Å, fără alt minim în acest interval. Dacă indicele de refracție al peliculei este $n = 1{,}33$, să se calculeze grosimea peliculei, presupusă uniformă.

OF.42. O lentilă este acoperită cu o peliculă subțire ($n = 1{,}38$) în scopul micșorării reflexiei. Care trebuie să fie grosimea peliculei pentru a produce un minim de reflexie în centrul spectrului vizibil, corespunzînd lungimii de undă $\lambda = 5500$ Å?

OF.43. O peliculă de apă ($n = 1{,}33$) în aer, are grosimea de 3200 Å. Dacă este iluminată în lumină albă cu incidență normală, ce culoare va fi reflectată?

OF.44. O radiație luminoasă monocromatică avînd lungimea de undă $\lambda = 0{,}55\ \mu m$, cade în coincidență normală pe suprafața unei pene de sticlă ($n = 1{,}5$). Sistemul de franje de interferență este observat în lumină reflectată, interfranja avînd valoarea de 0,21 mm. Calculați unghiul penei.

OF.45. Într-o lamă foarte subțire, în formă de pană, se observă în lumină reflectată și la incidența normală franje de interferență. Unghiul penei fiind $\alpha = 7{,}97''$ indicele de refracție al lamei $n = 1{,}5$, interfranja $i = 5$ mm, să se calculeze lungimea de undă a radiației utilizate.

OF.46. O sursă de lumină monocromatică ($\lambda = 6800$ Å) luminează normal două plăci de sticlă de cîte 12 cm lungime, care se ating la o margine și sînt separate la celălalt capăt de un fir de 0,048 mm diametru. Cîte franje apar pe distanța de 12 cm?

OF.47. O sursă de lumină monocromatică ($\lambda = 4750$ Å) luminează normal două plăci de sticlă care formează între ele un unghi de $9{,}5 \cdot 10^{-4}$ radiani. Calculați numărul franjelor de interferență care apar pe unitatea de lungime.

OF.48. O radiație luminoasă monocromatică avînd lungimea de undă λ cade în incidență normală pe o rețea de difracție. Calculați dispersia unghiulară a rețelei, în funcție de unghiul de difracție θ.

OF.49. Dîndu-se o rețea de difracție cu 4000 linii/cm, cîte ordine de difracție se vor produce pentru întregul spectru vizibil ($0{,}4 - 0{,}7\ \mu m$)?

OF.50. O rețea de difracție are 3000 linii/cm. Pentru ce lungime de undă din spectrul vizibil se poate observa o difracție de ordinul cinci?

Scanned with OKEN Scanner

OF.51. O rețea de difracție de 2 cm are 6000 linii. La ce unghiuri vor apărea fascicule de intensitate maximă dacă radiația de incidență are lungimea de undă $\lambda = 5890$Å?

OF.52. O rețea de difracție are 3000 linii/cm și este iluminată cu lumină albă sub incidență normală. Se formează un spectru la 30 cm depărtare de rețea. Dacă în ecran se face un orificiu pătrat cu latura de 1 cm, avînd latura dinspre maximul central la 5 cm de acesta, ce ordin de mărime au lungimile de undă ale radiațiilor care trec prin orificiu?

OF.53. De la un tub de descărcare electrică în gaze, se obțin radiații ale hidrogenului.

1) Care este energia minimă pe care trebuie să o aibă particulele din descărcare, pentru ca ciocnindu-se cu atomii de hidrogen în stare fundamentală, să excite și să emită radiația H_α(Balmer) a hidrogenului avînd $\lambda = 6563$ Å? Radiațiile emise de tubul de descărcare cad, sub incidență normală pe o rețea optică plană de difracție, avînd 2000 trăsături pe centimetru.

2) Care este valoarea unghiului de difracție sub care se vede maximul de ordinul al II-lea pentru radiația H_α?

3) Franjele de difracție se proiectează pe un ecran, dispus în planul focal al unei lentile convergente, subțiri, avînd distanța focală $f = 25$ cm. Care este distanța pe ecran de la maximul central pînă la maximul de difracție de ordinul I pentru aceiași radiație?

4) Este posibilă observarea maximului de difracție de ordinul 12 pentru aceiași radiație?

5) Studierea maximelor de difracție pentru radiația H_α este împiedicată de prezența în spectru a unei alte radiații avînd $\lambda = 3281{,}53$Å. Care sînt primele ordine pentru care maximele de difracție ale celor două radiații se suprapun?

Avînd incidența normală, se consideră unghiuri de difracție mici.

II. OPTICA FOTONICĂ

OF.54. Un fascicul paralel monocromatic transportînd energia $E = 7{,}5$ J, cade sub unghiul de incidență $i = 30°$ pe o lamă al cărui coeficient de reflexie este $\rho = 0{,}6$.

Calculați în ipoteza fotonică impulsul transmis lamei.

REZOLVARE:

Fie N = numărul fotonilor incidenți pe suprafața lamei. Din aceștia $\rho \cdot N$ vor fi reflectați și $(1 - \rho)$. N absorbiți. După reflexie fotonii reflectați se deplasează pe o direcție care face unghiul i cu normala în punctul de incidență.

Fie $p_1 = p_2 = p$, modulul impulsului total al fotonilor incidenți care vor fi reflectați.

Scanned with OKEN Scanner

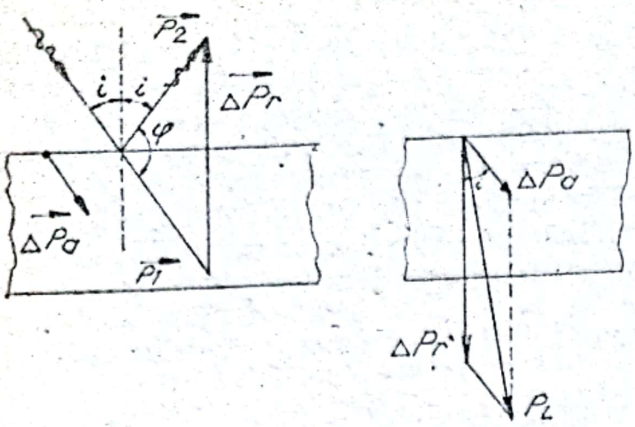


Fig. OF. 54R

Rezultă $p = \dfrac{\rho \cdot N \cdot h\nu}{c}$

Variaţia de impuls a lamei datorată fotonilor reflectaţi va fi :

$$\vec{\Delta p_r} = \vec{p_2} - \vec{p_1}$$

$$\Rightarrow \Delta p_r = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\varphi}$$

unde $\varphi = \pi - 2i$

$$\Rightarrow \Delta p_r = \sqrt{2p^2(1-\cos\varphi)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_r = 2p \sin\frac{\varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta p_r = \frac{2\rho N h\nu}{c}\cos i$$

Dar $Nh\nu = E \cdot \Rightarrow \Delta p_r = \dfrac{2E\rho}{c}\cos i$

Datorită fotonilor absorbiţi, lama suferă variaţia de impuls

$$\Delta p_a = \frac{(1-\rho)\,Nh\nu}{c}$$

$$\Rightarrow \Delta p_a = \frac{E(1-\rho)}{c}$$

Impulsul transmis lamei va fi :

$$\vec{P_L} = \vec{\Delta p_a} + \vec{\Delta p_r} \Rightarrow P_L = \sqrt{(\Delta p_a)^2 + (\Delta p_r)^2 + 2(\Delta p_a)(\Delta p_r)\cos i}$$

$$\Rightarrow P_L = \frac{E}{c}\sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho\cos 2i} \Rightarrow p_L = 3{,}5 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

OF.55. O radiaţie luminoasă monocromatică cu intensitatea $I = 0{,}2\,\dfrac{\text{W}}{\text{cm}^2}$ este incidentă sub unghiul $i = 45°$ pe o suprafaţă plană cu factorul de reflexie $\rho = 0{,}8$. Calculaţi, în ipoteza fotonică, presiunea exercitată de lumină asupra suprafeţei.

REZOLVARE :

Conform rezultatului obţinut în problema OF. 54, variaţia de impuls datorată fotonilor reflectaţi este :

$$\Delta H_r = \frac{2\rho N h\nu}{c} \cdot \cos i$$

Scanned with OKEN Scanner

Forţa normală la suprafaţa plană care determină această variaţie de impuls va fi :

$$F_1 = \frac{\Delta H_r}{\Delta t} = \frac{2\rho N h\nu}{c \cdot \Delta t} \cos i$$

Intensitatea fasciculului incident este :

$$I = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{S_n \cdot \Delta t}$$

unde S_n — suprafaţa normală la direcţia de propagare a fasciculului şi are valoarea :

$$S_n = S \cos i$$

unde S reprezintă mărimea suprafeţei iluminată de radiaţie.

$$F_1 = \frac{2\rho I S \cos^2 i}{c}$$

Presiunea exercitată de această forţă este :

$$P_1 = \frac{F_1}{S} \Rightarrow P_1 = \frac{2 \cdot \rho \cdot I}{c} \cos^2 i$$

Variaţia de impuls datorată fotonilor absorbiţi va fi :

$$\Delta H_a = \frac{(1-\rho) N h\nu}{c}$$

Componenta normală a vectorului $\overrightarrow{\Delta H_a}$ determină forţa de apăsare normală.

$$F_2 = \frac{\Delta H_a}{\Delta t} \cos i \Rightarrow F_2 = \frac{(1-\rho) N h\nu}{c \cdot \Delta t} \cos i$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{(1-\rho) I \cdot S}{c} \cdot \cos^2 i$$

Această forţă va produce presiunea

$$P_2 = \frac{F_2}{S} \Rightarrow P_2 = \frac{(1-\rho) I \cos^2 i}{c}$$

Scanned with OKEN Scanner

Presiunea exercitată pe suprafața lamei va fi:

$$P = P_1 + P_2 \Rightarrow P = \frac{(1+\rho) I \cos^2 i}{c}$$

$$P = 6 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{N/m^2}$$

OF.56. Un foton de frecvență ν_0 este emis la suprafața unei stele de masa M și raza R.

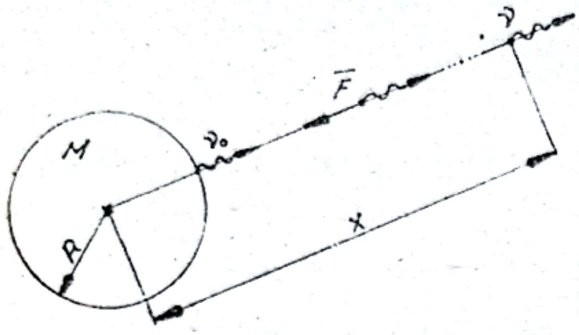


Fig. OF. 56R

Calculați valoarea deplasării gravitaționale a frecvenței fotonilor, $\frac{\Delta\nu}{\nu_0}$, la o distanță foarte mare față de stea.

REZOLVARE:

Fotonul de masă $m_f = \frac{h\nu}{c^2}$ este atras de stea conform legii atracției universale cu forța $F = \frac{KMm_f}{x^2}$, forța care determină scăderea energiei fotonului, deci a frecvenței sale (deplasare spre roșu)

$$\mathrm{d}L = \mathrm{d}W = -F \cdot \mathrm{d}x$$

Variația energiei fotonului va fi:

$$\mathrm{d}W = h \cdot \mathrm{d}\nu \Rightarrow$$

$$-\int_{\nu_0}^{\nu} \frac{\mathrm{d}\nu}{\nu} = \frac{KM}{c^2} \int_{R}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{x^2} \Rightarrow -\ln \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{KM}{c^2}\left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{R}\right)$$

$$\Rightarrow \nu = \nu_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{KM}{c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{x}\right)}$$

$$x \gg R \Rightarrow \frac{1}{x} \to 0 \Rightarrow \nu = \nu_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{KM}{Rc^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \mathrm{e}^{-\frac{KM}{Rc^2}} - 1$$

Utilizînd dezvoltarea în serie

$$\mathrm{e}^{y} \approx 1 + y \quad \text{pentru} \quad y \ll 1$$

obținem:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{KM}{Rc^2}$$

Dacă fotonul s-ar apropia de stea frecvența lui ar crește (deplasare spre albastru).

Scanned with OKEN Scanner

OF.57. O sursă luminoasă poate emite radiații cu lungimile de undă $\lambda_1 = 0{,}6\ \mu m$ și $\lambda_2 = 0{,}72\ \mu m$.

A) Sursa iluminează catodul unei celule fotoelectrice din cesiu cu energia de extracție $W_0 = 3 \cdot 10^{-19}$ J. Între electrozii celulei se aplică o diferență de potențial acceleratoare.

1) Care din radiațiile λ_1, λ_2 vor produce efect fotoelectric?

2) Care este viteza maximă a electronilor emiși de catod?

3) Care este valoarea tensiunii de stopare?

B) Sursa iluminează un dispozitiv de interferență Young ($a = 1$ mm; $D = 2$ m).

1) Fantele S_1 și S_2 fiind iluminate succesiv cu radiațiile λ_1 și λ_2 calculați valoarea interfranjelor i_1 și i_2

2) Fantele S_1 și S_2 fiind iluminate simultan cu radiațiile λ_1 și λ_2 determinați poziția punctelor de pe ecran în care apar suprapuneri ale maximelor de interferență ce caracterizează cele două sisteme de franje.

C) În punctele F_1 și F_2 aflate la distanțele $x_1 = 3{,}6$ mm; $x_2 = 5{,}4$ mm de franja centrală ecranul este perforat. În spatele ecranului, în dreptul fantelor F_1; F_2, se așează succesiv celula fotoelectrică studiată la punctul A, diferența de potențial între electrozi fiind nulă.

Sursa S emite cele două radiații λ_1 și λ_2. Arătați, pentru fiecare din fante, dacă apare curent electric în circuitul celulei.

REZOLVARE:

A) 1) Energiile fotonilor vor fi:

$$\varepsilon_1 = h\frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow \varepsilon_1 = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

$$\varepsilon_2 = h\frac{c}{\lambda_2} \Rightarrow \varepsilon_2 = 2{,}76 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Deoarece $\varepsilon_1 > W_0$ și $\varepsilon_2 < W_0$, rezultă că numai radiația λ_1, produce efect fotoelectric

2) $\frac{mv^2}{2} = \varepsilon_1 - W_0 \Rightarrow v = 2{,}6 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3) $\varepsilon_1 - W_0 = eU_s \Rightarrow U_s = 0{,}19\ \text{V}$

B) 1) $i_1 = \frac{\lambda_1 \cdot D}{a} \Rightarrow i_1 = 1{,}2$ mm

$$i_2 = \frac{\lambda_2 \cdot D}{a} \Rightarrow i_2 = 1{,}44\ \text{mm}$$

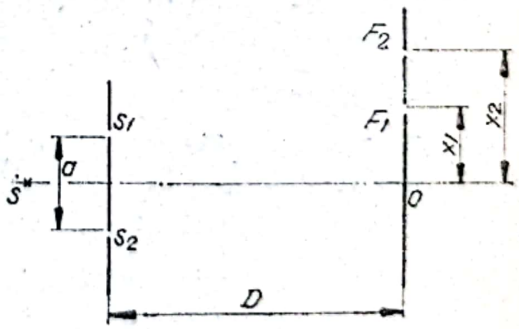


Fig. OF. 57R

2) În punctul de coordonată x de pe ecran se va observa o suprapunere a maximelor celor două radiații λ_1, λ_2 dacă este îndeplinită condiția:

$$x = K_1 i_1 = K_2 i_2$$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 1{,}2$$

Scanned with OKEN Scanner

Prima suprapunere va apare pentru $K_1 = 6$; $K_2 = 5$ în punctul de coordonata $x = 7{,}2$ mm.

C) Diferența de drum între radiațiile ce interferă într-un punct de pe ecran de coordonată x este $\delta = \frac{ax}{D}$. Radiația cu lungimea de undă λ_2 nu poate produce efect fotoelectric (A 1).

Diferența de drum corespunzătoare fantei F_1 va fi:

$$\delta_1 = \frac{ax_1}{D}$$

Calculăm raportul $\frac{\delta_1}{\frac{\lambda_1}{2}} = \frac{2ax_1}{\lambda_1 D} = 6.$

Diferența de drum δ_1 reprezentînd un număr par de $\frac{\lambda_1}{2}$ rezultă că în acest punct vom observa un maxim de interferență pentru λ_1 care va produce curent fotoelectric. În punctul F_2 diferența de drum va fi:

$$\delta_2 = \frac{ax_2}{D} \Rightarrow \frac{\delta_2}{\frac{\lambda_1}{2}} = \frac{2ax_2}{\lambda_1 \cdot D} = 9$$

Diferența de drum δ_2 reprezentînd un număr impar de $\frac{\lambda_1}{2}$ rezultă că în acest punct avem un minim de interferență pentru λ_1 deci nu va apărea curent fotoelectric.

OF.58. Un foton cu energia 10^4eV este absorbit de un atom de hidrogen în repaus. Prin efect fotoelectric, electronul atomului este smuls din atom și ejectat pe aceiași direcție și în același sens cu acelea ale fotonului incident. Energia de legătură a electronului în atomul de hidrogen este 13,6 eV.

Se cer:

a) energia și impulsul electronului ejectat din atom:

b) impulsul și energia protonului.

REZOLVARE:

Fie m_0 — masa electronului, m — masa protonului; v_1 — viteza electronului ejectat; v_2 — viteza de recul a protonului.

Scriind legile de conservare ale impulsului și energiei obținem:

$$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} = m_0 v_1 - m v_2 \\ \varepsilon = h\nu = W_{leg} + \frac{m_0 v_1^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\varepsilon}{c} = p_1 - p_2 \\ \varepsilon - W_{leg} = \frac{p_1^2}{2m_0} + \frac{p_2^2}{2m} \end{cases}$$

Scanned with OKEN Scanner

Utilizînd masele de repaus

$$m_0 = 0{,}00055 \text{ u} = 512{,}32 \frac{\text{keV}}{c^2}$$

$$m = 1{,}00728 \text{ u} = 938{,}28 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

obţinem:

$$p_1 = 101 \frac{\text{keV}}{c}; \quad p_2 = 91 \frac{\text{keV}}{c}$$

$$W_1 = 9{,}95 \text{ keV}; \quad W_2 = 4{,}41 \text{ eV}.$$

OF.59. Un foton cu energia de $\eta = 2$ ori mai mare decît energia de repaus a unui electron interacţionează frontal cu un electron liber în repaus. Determinaţi raza de curbură a traiectoriei electronului de recul într-un cîmp magnetic cu inducţia $B = 0{,}12$ T. Electronul de recul se deplasează perpendicular pe direcţia liniilor de cîmp.

REZOLVARE:

Variaţia lungimii de undă a fotonului difuzat prin efect Compton va fi: $\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$.

În cazul ciocnirii frontale, fotonul difuzat se deplasează sub unghiul $\theta = 180°$ faţă de direcţia fotonului incident. Rezultă:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda.$$

Variaţia de energie a fotonului va fi:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon \quad \text{unde} \quad \varepsilon_0 = 2W_0 = 2m_0c^2$$

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0 + \Delta\lambda}$$

$$\Delta\varepsilon = 2W_0 - \frac{hc}{\frac{hc}{\varepsilon_0} + 2\Lambda}$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{8\Lambda \cdot W_0^2}{hc + 4\Lambda \cdot W_0}.$$

Variaţia $\Delta\varepsilon$ a energiei fotonului este numeric egală cu energia cinetică a electronului de recul.

$$\Rightarrow E_c = 1{,}31 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0{,}818 \text{ MeV}$$

Scanned with OKEN Scanner

Cum $W_0 = 0{,}512$ MeV $\Rightarrow E_c > W_0$
deci electronul este relativist.

$$E_c = W - W_0 = m_0C^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) \Rightarrow \beta = 0{,}923$$

$$\Rightarrow v = \beta c \Rightarrow v = 2{,}769 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{mv^2}{R} = evB \Rightarrow R = \frac{m_0 v}{eB\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Rightarrow R = 3{,}373 \text{ cm}.$$

OF.60. Un foton cu energia 10^4 eV se ciocnește cu un electron liber care se găsește în repaus și este împrăștiat sub un unghi de 60°.
Se cer:

a) modificarea energiei, frecvenței și lungimii de undă pentru foton;
b) energia cinetică, impulsul și direcția electronului Compton.

REZOLVARE:

a) $\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2} \Rightarrow \Delta\lambda = 1{,}213$ pm

$$\varepsilon = h\nu_0 \Rightarrow \nu_0 = 2{,}415 \cdot 10^{18}\text{Hz}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = 124{,}22 \text{ pm}.$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \Rightarrow \lambda = 125{,}43 \text{ pm}.$$

$$\Rightarrow \nu = 2{,}391 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

$$\Delta\nu = \nu_0 - \nu \Rightarrow \Delta\nu = 0{,}024 \cdot 10^{18}\text{Hz}$$

$$\Delta\varepsilon = h \cdot \Delta\nu \Rightarrow \Delta\varepsilon = 0{,}159 \cdot 10^{-16}\text{J} = 99{,}37 \text{ eV}$$

b) $W_c = \Delta\varepsilon = 99{,}37\text{eV}$

$$\text{ctg}\varphi = \left(1 + \frac{\Lambda \cdot \nu_0}{c}\right)\text{tg}\frac{\theta}{2} \Rightarrow \varphi = 59°29'17''$$

$$p = \sqrt{2m_0W_c} \Rightarrow p = 10{,}087\,\frac{\text{keV}}{c} = 5{,}379 \cdot 10^{-24}\,\frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

OF.61. O mică oglindă perfect reflectoare, de masă $m = 10$ mg este suspendată de un fir de masă neglijabilă cu lungimea $l = 10$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

Un laser trimite pe direcţia orizontală, normală pe suprafaţa oglinzii un scurt impuls cu energia $E = 13J$. Calculaţi unghiul de deviaţie al firului.

OF.62. Cu ce viteză se depărtează de noi o anumită nebuloasă dacă se ştie că radiaţia hidrogenului cu $\lambda = 434$ nm din spectrul său suferă o deplasare spre roşu de 130 nm.

OF.63. Observîndu-se radiaţia spectrală cu $\lambda = 0{,}59$ μm pe direcţiile tangente la extremităţile diametrului ecuatorial al Soarelui s-a găsit o diferenţă $\Delta\lambda = 8$ pm între lungimile de undă măsurate. Să se calculeze perioada de rotaţie a Soarelui în jurul axei sale.

OF.64. Cu ce viteză ar trebui să se deplaseze o maşină pentru ca lumina roşie ($\lambda = 0{,}7$ μm) a semaforului să pară verde ($\lambda' = 0{,}55$ μm)?.

OF.65. Constanta unei reţele de difracţie este $d = 3$ μm. Această reţea este aşezată normal în calea unui fascicul de lumină monocromatică. Pe un ecran se formează franje de difracţie. Unghiurile de difracţie ce corespund la două maxime vecine de pe ecran, sînt $\varphi_1 = 23°15'$ şi $\varphi_2 = 36°52'$. Să se calculeze energia fotonilor din fasciculul de lumină considerat.

OF.66. Să se calculeze energia fotonului care are acelaşi impuls ca :

a) un proton cu energia cinetică 50 MeV

b) un electron cu energia cinetică 50 MeV.

OF.67. La aşa numita „rachetă fotonică" mişcarea acesteia se obţine prin ejectarea unui fascicul de fotoni. Fie m masa rachetei, $h\nu$ — — energia unui foton şi n-numărul de fotoni emişi în unitatea de timp, să se calculeze acceleraţia rachetei.

OF.68. Energia de legătură a unui electron în atomul de Pb, este $9 \cdot 10^4$ eV. La iradierea plumbului cu o anumită radiaţie electromagnetică sînt emişi fotoelectroni care descriu o traiectorie circulară cu $R = 0{,}25$ m în cîmpul magnetic $B = 10^{-2}$T. Se cer :

a) impulsul şi energia fotoelectronilor ;

b) energia fotonilor absorbiţi, neglijînd efectul de recul al ionului de plumb.

OF.69. Se iradiază cu fotoni o ţintă de wolfram (W_{extr}=4,5 eV). Se cere lungimea de undă a radiaţiei electromagnetice pentru care fotoelectronii smulşi din wolfram au :

a) viteza maximă egală cu 0,1 c ;

b) viteza maximă egală cu 0,98 c.

Căror domenii din spectru le corespund aceste lungimi de undă?

OF.70. Iluminînd succesiv suprafaţa unui metal cu lumină avînd $\lambda_1 = 0{,}35$ μm, respectiv $\lambda_2 = 0{,}54$ μm, se stabileşte că vitezele maxime corespunzătoare fotoelectronilor diferă una de cealaltă de $\eta = 2$ ori. Calculaţi energia de extracţie.

OF.71. O celulă fotoelectrică lucrînd în regim de saturaţie este iluminată cu o radiaţie avînd $\lambda = 0{,}3$ μm. Sensibilitatea spectrală a celulei

Scanned with OKEN Scanner

este $j = 4{,}8 \frac{\text{mA}}{\text{W}}$. Determinați randamentul cuantic definit ca raportul dintre numărul fotoelectronilor emiși și numărul fotonilor incidenți.

OF.72. Determinați pragul fotoelectric pentru zinc ($W_{ex} = 3{,}7$ eV) și viteza maximă a fotoelectronilor în cazul iluminării cu o radiație avînd $\lambda = 250$ nm.

OF.73. La ce potențial maxim se va încărca o sferă de cupru ($W_{ex} = 4{,}47$ eV) depărtată de alte corpuri și iluminată cu o radiație electromagnetică avînd $\lambda = 140$ nm?

OF.74. Catodul de cesiu al unei celule fotoelectrice avînd pragul fotoelectric $\lambda_0 = 0{,}66 \mu$m este iluminat cu o radiație monocromatică cu $\lambda = 0{,}589$ μm.

Calculați:

a) energia de extracție;

b) energia cinetică maximă și viteza maximă a fotoelectronilor;

c) tensiunea de stopare;

d) viteza cu care electronii ajung pe anod pentru o tensiune de accelerare de 20 V.

OF.75. Catodul unei celule fotoelectrice (avînd pragul fotoelectric $\lambda_0 = 0{,}54$ μm) este iluminat succesuv cu o radiație monocromatică cu $\lambda_1 = 0{,}65$ μm și $\mu_2 = 0{,}50$ μm.

a) Ce indică în cele două cazuri un galvanometru aflat în circuitul celulei?

b) Care este viteza maximă pe care o poate avea un fotoelectron emis de catod?

c) Care este valoarea tensiunii de stopare?

OF.76. Diferența de potențial aplicată între electrozii unei celule fotoelectrice poate fi variată în intervalul $(-10; +100)$V. Lungimea de undă corespunzătoare pragului fotoelectric este $\lambda_0 = 0{,}66$ μm, catodul fiind iluminat cu o radiație monocromatică cu $\lambda = 0{,}41$ μm. Calculați:

a) energia de extracție;

b) viteza maximă și energia cinetică maximă a fotoelectronilor;

c) viteza maximă cu care fotoelectronii ajung pe anod;

d) tensiunea de stopare

OF.77. Un dispozitiv interferențial de tip Young avînd distanța între fantele sursă S_1S_2, $a = 1{,}5$ mm este iluminat cu o radiație monocromatică $\lambda_1 = 0{,}6 \mu$m. Franjele de interferență sînt observate pe un ecran paralel cu planul fantelor aflat la distanța $D = 1{,}5$ m de acesta.

1) Calculați valoarea interfranjei;

2) Sursa emite simultan două radiații:

$\lambda_1 = 0{,}6$ μm și $\lambda_2 = 0{,}48$ μm. Determinați punctele de pe ecran în care franjele luminoase coincid;

3) Se realizează în ecran două fante F_1; F_2 paralele cu franjele aflate la distanța 1,2 mm și respectiv 2,4 mm de franja centrală. Sursa continuînd să emită cele două radiații se așează succesiv în spatele fiecăreia dintre fante o celulă fotoelectrică al cărei catod are energia de extracție

Scanned with OKEN Scanner

$W_{ex} = 2{,}25$ eV. Arătați pentru fiecare fantă în parte dacă catodul celulei emite electroni și calculați viteza lor maximă.

OF.78. Un fascicul de lumină monocromatică cu $\lambda = 0{,}45$ μm iluminează catodul unei celule fotoelectrice avînd pragul fotoelectric $\lambda_0 = 0{,}55$ μm.

Calculați:

a) energia de extracție;

b) energia unui foton incident;

c) energia cinetică și viteza maximă a fotoelectronilor;

d) Fasciculul luminos iluminează un dispozitiv Young ($a = 0{,}5$ mm $D = 1$m). Determinați valoarea interfranjei;

e) Dispozitivul interferențial fiind introdus în apă $\left(n = \frac{4}{3}\right)$, aflați lungimea de undă în apă a radiației electromagnetice și valoarea interfranjei.

OF.79. Un dispozitiv interferențial Young ($a = 1$ mm; $D = 2{,}37$ m), este iluminat cu o radiație monocromatică $\lambda = 0{,}633$ μm.

a) Calculați valoarea interfranjei;

b) Pentru a măsura lungimea de undă λ' a unei radiații monocromatice, se suprapun radiațiile λ și λ'. Se observă pe ecran că prima coincidență între cele două sisteme de franje se produce pentru cea de-a 6-a franje luminoasă a lui λ și cea de-a 7-a franje luminoasă a lui λ' Calculați λ'.

c) Radiația λ' iluminează catodul unei celule fotoelectrice al cărui prag fotoelectric este $\lambda_0 = 0{,}66$ μm. Calculați energia de extracție și arătați dacă efectul fotoelectric are loc.

OF.80. Catodul unei celule fotoelectrice ($E_{ex} = 2{,}25$ eV) este iluminat cu radiația monocromatică, fiecare foton avînd energia 2,75 eV. Calculați:

a) lungimea de undă și frecvența radiației electromagnetice;

b) viteza maximă cu care sînt emiși fotoelectroni;

c) tensiunea de stopare.

OF.81. Catodul unei celule fotoelectrice are energia de extracție $W_{ex} = 3{,}5$ eV.

a) Calculați lungimea de undă și frecvența de prag fotoelectric;

b) Dacă curentul fotoelectric are intensitatea $1{,}6 \cdot 10^{-10}$A calculați numărul de electroni emiși de catod în fiecare secundă.

OF.82. Un foton cu energia 0,15 MeV este difuzat de un electron liber aflat inițial în repaus. Variația lungimii de undă a fotonului este $\Delta\lambda = 3$ pm. Determinați unghiul sub care se deplasează electronul de recul.

OF.83. Un fascicul monocromatic de radiații X cade pe un corp difuzant. Lungimile de undă ale radiațiilor difuzate sub unghiurile $\theta_1 = 60°$ și $\theta_2 = 120°$ diferă una de cealaltă de $\eta = 2$ ori.

Scanned with OKEN Scanner

Presupunînd că difuzia a avut loc pe electroni liberi, determinați lungimea de undă a radiației incidente.

OF.84. Un foton cu energia 250 keV este difuzat sub unghiul $\theta = 120°$ de un electron liber inițial în repaus. Determinați energia fotonului difuzat.

OF.85. Un foton cu lungimea de undă $\lambda = 6$ pm este difuzat sub unghiul $\theta = 90°$ de un electron liber în repaus.

Calculați :

a) Frecvența fotonului difuzat ;

b) Energia cinetică a electronului de recul.

OF.86. Determinați lungimea de undă a unei radiații X știind că energia cinetică maximă a electronilor de recul este de 0,19 MeV.

OF.87. Un foton cu energia 1 MeV este difuzat de un electron liber în repaus.

Determinați energia cinetică a electronului de recul dacă variația lungimii de undă a fotonului difuzat este $\eta = 25\%$ din lungimea de undă inițială.

OF.88. Să se determine variația lungimii de undă și unghiul sub care este difuzat un foton într-un efect Compton cunoscînd lungimea de undă a fotonului incident $\lambda_0 = 0{,}03$ Å și viteza electronului de recul $v = \beta c$ $(\beta = 0{,}6)$.

OF.89. O cuantă avînd lungimea de undă corespunzătoare limitei dintre lungimile mici de undă ale spectrului continuu al radiațiilor X, la o tensiune pe tub de 60 kV, suferă o difuzie Compton sub unghiul $\theta = 120°$ și apoi smulge un fotoelectron din pătura K a atomului de molibden. Să se afle energia fotoelectronului emis, cunoscînd energia de ionizare pentru pătura K ; $W_i = 20$ keV.

Scanned with OKEN Scanner

OPTICA GEOMETRICĂ

I. FOTOMETRIE

O.G.1. Pentru obținerea unei fotocopii, se iluminează negativul cu un bec care dă o intensitate luminoasă de 40 cd. Dacă becul se află la distanța de 1 m de hîrtia fotografică, timpul necesar pentru expunere este de 2 s. Care va fi timpul de expunere dacă iluminarea se face cu un bec de 30 cd iar distanța dintre hîrtia fotografică și bec este de 1,5 m?

REZOLVARE

Pentru realizarea fotocopiei presupunem că este necesară aceiași cantitate de energie radiantă, rezultă :

$$\Delta W_1 = \Delta W_2,$$

$$\Delta W_1 = \Phi_1 \Delta t_1,$$

$$\Delta \Phi_1 = E_1 \Delta S$$

$$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2},$$

$$\Delta W_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \Delta S \Delta t_1,$$

$$\Delta W_2 = \frac{I_2}{r_2^2} \Delta S \Delta t_2,$$

$$\frac{I_1}{r_1} \Delta t_1 = \frac{I_2}{r_2} \Delta t_2,$$

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \frac{I_1}{I_2} \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

$$\Delta t_2 = 2\ s \frac{40\ \text{cd}}{30\ \text{cd}} \frac{(1{,}5\ \text{m})^2}{(1\text{m})^2} = 6\ \text{s}.$$

Scanned with OKEN Scanner

O.G.2. Un ecran plan și vertical, situat între două surse de lumină la distanța de 1,5 m și 1 m de acestea, este egal iluminat. Dacă cunoaștem că cele două surse reunite (intensitatea luminoasă este egală cu suma intensităților surselor) determină pe ecran la o distanță de 4 m o iluminare de 3,25 lx. Să se calculeze intensitatea luminoasă a celor două surse.

REZOLVARE

Condițiile problemei sînt :

$E_1 = E_2$

$E = \frac{I_1 + I_2}{r^2}$, de unde rezultă :

$$I_1 = \frac{Er^2 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 1}$$

$$I_2 = \frac{Er^2}{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 1}$$

$$I_1 = 36 \text{ cd}, \qquad I_2 = 16 \text{ cd}.$$

O.G.3. Deasupra centrului unei mese rotunde cu raza $r = 1$ m este suspendată, la înălțimea $h = 1$ m față de masă o sursă punctiformă cu intensitatea $I(\theta)$ (I-este intensitatea luminoasă, θ — unghiul pe care-l face raza luminoasă cu verticala), care asigură iluminarea uniformă a tuturor punctelor de pe masă. Stabiliți : a) forma funcției $I(\theta)$; b) fluxul luminos interceptat de masă dacă $I(0) = I_0 = 100$ cd.

REZOLVARE :

a) Din condițiile problemei rezultă :

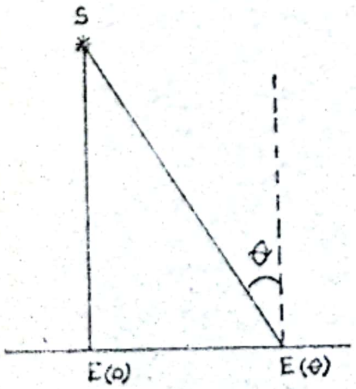


Fig. O.G. 3

$E(0) = E(\theta)$, unde

$$E(0) = \frac{I_0}{h^2}$$

$$E(\theta) = \frac{I}{h^2 + r^2} \cos\theta,$$

$$\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}},$$

Scanned with OKEN Scanner

$$I = \frac{I_0}{\cos^3 \theta}.$$

b) $d\Phi = E\, dA$

$$E = \frac{I_0}{h^2},$$

$$d\Phi = \frac{I_0}{h^2} dA,$$

$$\Phi = \int \frac{I_0}{h^2} dA$$

$$\Phi = I_0 \frac{r^2}{h^2}$$

$$\Phi = 314 \text{ lm}.$$

O.G.4. Pe o masă se află o carte, la 1 m depărtare de piciorul perpendicularei coborîte din lampa suspendată de tavan pe planul mesei. Lampa poate culisa numai pe verticală. La ce înălțime h deasupra mesei trebuie fixată lampa pentru ca gradul de iluminare al cărții să fie maxim?

REZOLVARE

Iluminarea cărții este dată de expresia:

$$E = \frac{I}{r^2 + h^2} \cos \theta,$$

$$\cos \theta = \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}},$$

$$E = Ih (r^2 + h^2)^{-\frac{3}{2}}.$$

Înălțimea optimă pentru iluminare maximă se obține anulînd derivata lui E în raport cu h.

$$E' = I(r^2 + h^2)^{-\frac{3}{2}} - Ih \frac{3}{2} (2h) (r^2 + h^2)^{-\frac{1}{2}} = 0, \text{ de unde}$$

$$h = r \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}7 \text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

O.G.5. Un bec electric cu incadescență cu puterea de 40 W produce un flux luminos de 380 lm. Un tub fluorescent de aceiași putere produce un flux de 1700 lm. Care este randamentul luminos al fiecărei surse (lm/W).

O.G.6. Un bec de automobil cu două filamente : emite pentru faza scurtă un flux luminos de 264 lm și pentru faza lungă un flux luminos de 37,7 lm. Calculați intensitatea luminoasă a fiecărui filament.

O.G.7. Ce putere luminoasă trebuie să aibă un bec situat la înălțimea de 10 m pentru ca pe sol sub el să fie iluminarea de 4 lx ?

O.G.8. Se fotografiază un obiect într-o cameră la 2 m de fereastră, apoi se fotografiază același obiect la distanța de 5m de fereastră. De cîte ori trebuie să crească, în acest caz, durata expunerii ?

O.G.9. Două surse punctiforme cu intensitățile de 16 cd respectiv 64 cd se află la distanța de 1m. Găsiți un punct între cele două surse care să fie egal iluminat.

O.G.10. De o parte a unei surse punctiforme de lumină cu intensitatea de 10 cd se află un ecran la distanța de 50 cm, de cealaltă parte se află o oglindă plană paralelă cu ecranul la distanța de 40 cm. Determinați iluminarea ecranului în punctul cel mai apropiat de sursa de lumină.

O.G.11. La 5 m deasupra centrului unui teren sportiv este atîrnată o lampă. Considerînd lampa ca o sursă punctiformă care trimite lumină în mod egal în toate direcțiile, să se determine la ce distanță de centrul terenului iluminarea suprafeței terenului este mai mică de 2 ori decît în centrul terenului.

O.G.12. O lampă de birou poate fi deplasată numai în sus și în jos. La distanța de 1 m de piciorul perpendicularei coborîte din lampă pe masa de lucru este așezată o carte. La ce înălțime deasupra mesei trebuie fixată lampa pentru ca iluminarea cărții să fie maximă.

O.G.13. În centrul unei camere pătratice cu suprafața secțiunii drepte de 25 m^2 este suspendată o lampă, considerată ca o sursă punctiformă de lumină. La ce distanță față de podea trebuie așezată lampa pentru ca iluminarea să fie maximă în colțurile camerii ?

O.G.14. O carte este iluminată de două becuri. Razele primului bec cad sub un unghi $i_1 = 30°$, iar a celui de al doilea sub un unghi $i_2 = 35°$ față de normală. Proiecțiile becurilor pe planul cărții sînt egal depărtate de carte. Ce intensitate trebuie să aibă cel de al doilea bec pentru a produce aceiași iluminare ca și primul, a cărui intensitate este $I_1 = 60$ cd ?

O.G.15. Două picioare de suporturi sînt așezate pe o masă la o distanță oarecare unul de altul ; pe fiecare dintre ele se suspendă, la aceiași înălțime, un bec electric. Determinați iluminarea mesei sub fiecare dintre aceste becuri și în punctul aflat la egală distanță pe dreapta care unește picioarele suporturilor.

II. REFLEXIE ȘI REFRACȚIE

O.G.17. O rază de lumină ce se propagă pe o direcție orizontală întîlnește o oglindă plană așezată sub un unghi de 45° față de orizontală a) Să se determine unghiul pe care-l face raza reflectată cu raza incidentă ; b) Oglinda plană se rotește în sens orar cu un unghi de 15°, să se determine

Scanned with OKEN Scanner

unghiul făcut de raza reflectată de la cazul „a" cu raza reflectată de la cazul „b".

REZOLVARE

a) Unghiul de incidență este:

$$i = 90° - \alpha$$

$i = r$ (conform legii reflexiei).

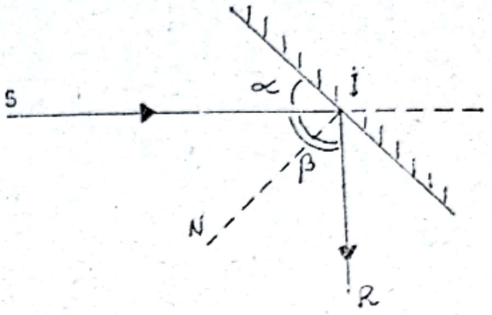


Fig. O.G. 16-a

Unghiul făcut de raza incidentă cu raza reflectată este

$$\beta = i + r = 2i =$$

$$= 2(90° - \alpha) = 90°.$$

b) $r' + \delta + \alpha - \gamma = 90°$

$$\delta = 90° - r' - \alpha + \gamma,$$

$i' = r'$ (conform legii reflexiei)

$$i' = 90° - (\alpha + \gamma),$$

$$\delta = 2\gamma = 30°.$$

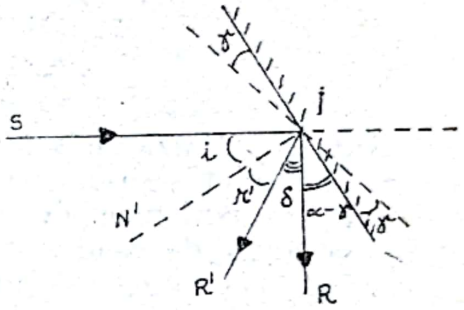


Fig. O.G. 16-b

O.G.17. O rază de lumină cade pe suprafața de separare dintre două medii venind din mediul mai refringent sub un unghi de incidență i pentru care raza reflectată este perpendiculară pe raza refractată. Determinați indicele de refracție relativ al acestor două medii știind că $\frac{\sin l}{\sin i} = \eta = 1{,}28$ (l — este unghiul de incidență limită).

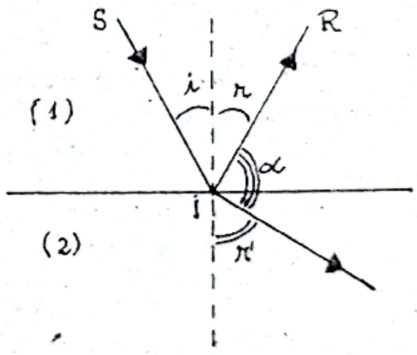


Fig. O.G. 17

REZOLVARE

Indicele de refracție relativ se definește ca fiind egal cu:

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Din datele problemei se obține:

$$\sin i = \frac{\sin l}{\eta}, \quad \text{unde}$$

$$\sin l = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

$$n_{21} = \eta \sin i$$

Din legea refracției se obține :

$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin(90 - i)} = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}},$$

$$n_{21}^2 = \frac{\sin^2 i}{1 - \sin^2 i} = \eta^2 \sin^2 i,$$

$$\sin i = \frac{\sqrt{\eta^2 - 1}}{\eta}$$

$$n_{21} = \sqrt{\eta^2 - 1} = 0{,}798.$$

O.G.18. O rază de lumină traversează un sistem de lame paralele cu indicii de refracție absoluți $n_1 > n_2 > n_3$. Sistemul de lame se află în aer.
a) Trasați mersul razei de lumină prin acest sistem de lame; discuție.
b) Sub ce unghi de incidență trebuie să cadă raza de lumină pe suprafața primei lame pentru ca să sufere reflexie totală pe suprafața celei de a treia lame?

REZOLVARE

a) La traversarea suprafeței de separare dintre medii raza de lumină se depărtează de normală, deci crește unghiul de incidență sub care cade pe următoarea suprafață de separare.

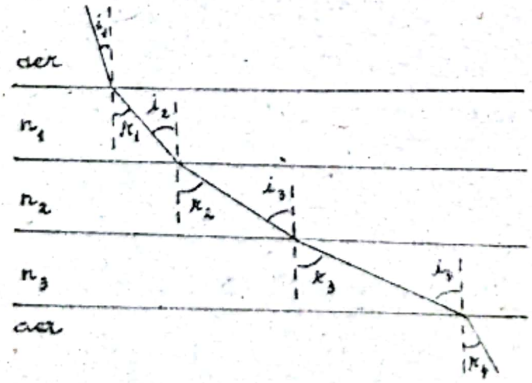


Fig. O.G. 18-a

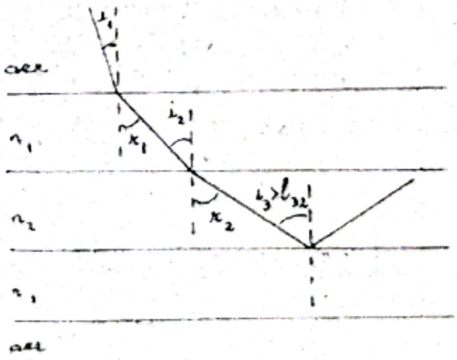


Fig O.G. 18-b

Dacă unghiul de incidență $i_k < l_k$ nu are loc fenomenul de reflexie totală și mersul razei de lumină este cel din fig. O.G.18-a.
Dacă $i_k > l_k$ se produce reflexia totală.

Scanned with OKEN Scanner

b) În acest caz $i_3 > l_3$,

$$\sin l_3 = \frac{n_3}{n_2}, \text{ rezultă}$$

$$\sin i_3 = \frac{n_3}{n_2},$$

Unghiurile :

$$i_3 = r_2 \text{ (alterne interne)},$$

$$i_2 = r_1 \text{ (alterne interne)}.$$

Din legea refracție se obține :

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \sin i_2 = \frac{n_2}{n_1} \sin r_2$$

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{n_1}{n_0} \qquad \sin i_1 = \frac{n_1}{n_0} \sin r_1 .$$

Efectuînd înlocuirile se obține :

$$i_1 < \text{arc sin } \frac{n_3}{n_0}.$$

O.G.19. O rază de lumină se propagă aproximativ tangențial la fața unei prisme optice, avînd sensul de la bază spre vîrful acesteia, încît o străbate sub un unghi de emergență i'. Știind că se îndeplinește condiția $\text{tg}^2 r = k\,\text{tg}^2 r'$ unde r este unghiul de refracție pe prima față a prismei, iar r' unghiul de incidență pe a doua față, să se afle : a) indicele de refracție al mediului din care este confecționată prisma ; b) unghiurile r și r'. Se dau valorile: $i' = 60°$, $k = 1{,}6$ și $i \simeq 90°$.

REZOLVARE

a) Considerînd prisma în aer ($n_0 = 1$), din legea refracției rezultă :

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}, \quad n = \frac{1}{\sin r}, \quad \sin r = \frac{1}{n};$$

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin r'}{\sin i'}, \quad \sin r' = \frac{\sin i'}{n}.$$

Se formează astfel, următorul sistem de ecuații:

$$\sin r = \frac{1}{n}$$

$$\sin r' = \frac{\sin i'}{n}$$

$$\operatorname{tg}^2 r = k \operatorname{tg}^2 r'$$

Rezolvînd acest sistem se obține:

$$n = \sin i' \sqrt{\frac{1-k}{1-k\sin^2 i}},$$

$$n = 1{,}5$$

b) $r = \text{arc sin}\ \frac{1}{n} = 41°48'37''$

$$r' = \text{arc sin}\ \frac{\sin i'}{n} = 35°15'51''$$

O.G.20. O rază de lumină se reflectă succesiv pe două oglinzi plane M și M', într-un plan perpendicular pe linia de intersecție a celor două oglinzi. Care este unghiul pe care-l fac cele două oglinzi dacă raza de lumină după a doua reflexie, este perpendiculară pe raza incidentă?

O.G.21. Două oglinzi plane sînt înclinate una față de cealaltă formînd un unghi diedru, φ. Pe ele cade o rază aflată într-un plan perpendicular pe muchea unghiului. Să se demonstreze că unghiul de deviere al acestei raze de la direcția inițială după reflexie pe ambele oglinzi nu depinde de unghiul de incidență. Să se calculeze acest unghi.

O.G.22. Să se demonstreze că dacă o oglindă plană se rotește cu un unghi α în jurul unei axe oarecare, raza reflectată corespunzătoare unei incidențe oarecare se rotește în jurul aceleiași axe și în același sens cu un unghi dublu 2α.

O.G.23. O sursă de lumină punctiformă se află la $h = 50$ cm deasupra și pe normala la centrul unei oglinzi plane circulare cu diametrul, $d = 10$ cm, așezată orizontal. Oglinda aflîndu-se la $H = 200$ cm de plafon să se calculeze diametrul cercului luminos produs de lumina reflectată de oglindă pe plafon.

O.G.24. Pe fundul unui bazin cu adîncimea de 50 cm plin cu apă ($n = 4/3$) se află un corp de dimensiuni mici. Un copil introduce un baston, spre imaginea corpului, sub un unghi de 45° față de suprafața apei. La ce distanță de corp atinge bastonul fundul bazinului?

Scanned with OKEN Scanner

O.G.25. Pe fundul unui bazin, plin cu apă ($n = 4/3$), cu adîncimea $h = 1$m, se află o sursă punctiformă de lumină. Pe suprafaţa apei se vede un cerc luminos. a) Explicaţi de ce nu este luminată întrega suprafaţă a apei ; b) Determinaţi raza cercului luminos.

O.G.26. Determinaţi unghiul de incidenţă sub care trebuie să cadă o rază de lumină din aer pe suprafaţa apei pentru ca unghiul făcut de raza reflectată cu raza refractată să fie de 90°.

O.G.27. O rază de lumină monocromatică traversează o lamă de sticlă cu feţe plan paralele cu indice de refracţie n şi grosime e. Determinaţi deplasarea razei emergente faţă de raza incidentă ştiind că unghiul de incidenţă este i.

O.G.28. O rază de lumină întîlneşte o lamă de sticlă cu feţe plan paralele sub un unghi de 60°. Să se determine grosimea lamei ştiind că la ieşirea din lamă raza de lumină este deplasată cu 20 mm. Indicele de refracţie al sticlei este 1,5.

O.G.29. Un fascicul de lumină albă cade sub un unghi de incidenţă $i = 60°$ pe o placă cu feţe plan-paralele. Radiaţia roşie iese din lamă, distanţată cu $\Delta l = 0{,}3$ mm faţă de radiaţia ultra-violetă. Indicele de refracţie pentru radiaţia roşie este $n_R = 1{,}51$ şi pentru radiaţia ultravioletă este $n_V = 1{,}53$. Să se calculeze grosimea plăcii.

O.G.30. Să se arate că dacă o rază de lumină traversează mai multe medii cu indici de refracţie diferiţi, separate prin feţe plan-paralele direcţia razei emergente depinde numai de direcţia razei incidente şi de indicii de refracţie ai primului şi ultimului mediu.

O.G.31. Pe fundul unui bazin care conţine un strat de apă cu grosimea $h = 20$ m se află o oglindă plană. Pe suprafaţa apei cade o rază de lumină monocromatică sub un unghi de incidenţă $i = 30°$. Să se calculeze : a) după cît timp lumina iese din apă în aer ; b) unghiul format de direcţia razei emergente (care iese din apă) cu direcţia razei incidente ; c) distanţa geometrică şi drumul optic străbătut de rază în apă. Indicele de refracţie al apei este 4/3.

O.G.32. O rază de lumină formată din două componente monocromatice traversează o prismă cu unghiul de refringenţă de 60°. Determinaţi unghiul dintre cele două componente după ce au traversat prisma dacă indicii lor de refracţie sînt : $n_1 = 1{,}515$ şi $n_2 = 1{,}520$ şi prisma este orientată sub unghiul de deviaţie minimă.

O.G.33. O prismă triunghiulară cu unghiul de refringenţă de 60° este caracterizată în aer printr-un unghi de deviaţie minimă de 37°. Care este unghiul de deviaţie minimă al acestei prisme cînd se află în apă ($n_{apă} = 4/3$).

O.G.34. O prismă de sticlă are unghiul de deviaţie minimă egal cu unghiul de refringenţă. Calculaţi unghiul de refringenţă. ($n = 1{,}5$).

O.G.35. Determinaţi intervalul de variaţie al unghiului de deviaţie al unei raze de lumină care traversează o prismă de sticlă ($n = 1{,}5$) cu unghiul de refringenţă $A = 60°$.

Scanned with OKEN Scanner

O.G.36. Un observator de 1,75 m înălțime, avînd ochiul la 1,6 m deasupra podelei unei camere, privește într-o oglindă plană dreptunghiulară așezată pe unul din pereții camerei. Care trebuie să fie înălțimea minimă a oglinzii și la ce distanță de podea trebuie așezată latura ei inferioară pentru ca observatorul să se vadă în întregime în oglindă.

REZOLVARE

Pentru determinarea înălțimii minime a oglinzii și a distanței la care trebuie așezată față de podea se construiește imaginea $A'C'$ a observatorului AC față de perete considerat în întregime oglindă.

Razele de lumină care sosesc la ochiul observatorului din extremitățile imaginii determină înălțimea minimă a oglinzii DE.

Distanța față de podea este EF.

Aceste lungimi se determină din considerente geometrice astfel:

— din asemănarea triunghiurilor A'BC' și DBE rezultă:

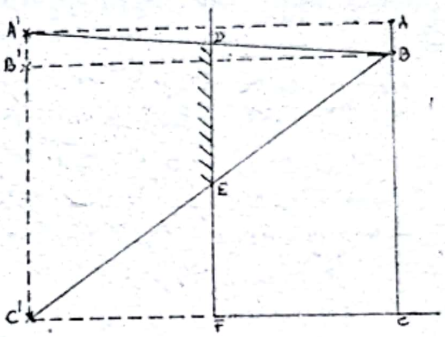


Fig. O.G. 36

$$\frac{DE}{A'C'} = \frac{BD}{BB'}\ ;\quad DE = A'C'\,\frac{BD}{BB'},$$

$$DE = 0{,}875 \text{ m}.$$

— din asemănarea triunghiurilor C'CB și C'FE rezultă:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{CF}{C'C},\quad EF = BC\,\frac{CF}{C'C},$$

$$EF = 0{,}8 \text{ m}.$$

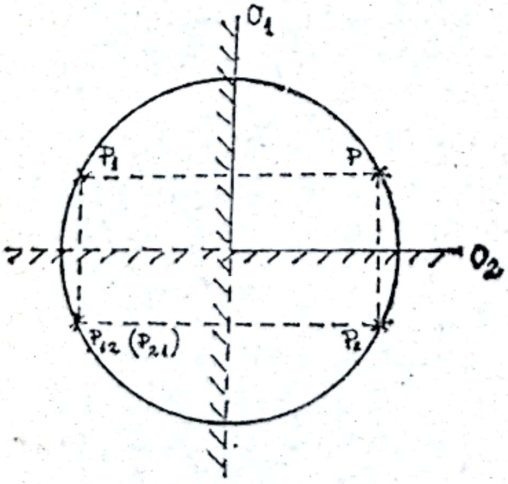


Fig. O.G. 37

O.G.37. Să se construiască imaginile unui punct luminos aflat între două oglinzi plane care fac între ele un unghi diedru $\alpha = 90°$.

REZOLVARE

Se construiește imaginea P_1 a punctului P în oglinda O_1; această imagine constituie obiect pentru oglinda O_2 în care se formează imaginea P_{12} ce este situată în spatele ambelor oglinzi. În oglinda O_2 se formează pentru punctul P imaginea P_2 care constituie obiect pentru oglinda O_1

Scanned with OKEN Scanner

în care se formează imaginea P_{21} care se suprapune (din considerente geometrice) peste imaginea P_{12}.

Se observă că cele trei imagini împreună cu punctul luminos sînt situate pe un cerc.

O.G.38. La ce distanţă faţă de o oglindă sferică concavă, cu raza $R = -6$ m, trebuie aşezat un obiect, perpendicular pe axa principală, pentru a avea : a) o imagine răsturnată de 5 ori mai mică decît obiectul ; b) o imagine răsturnată de 5 ori mai mare decît obiectul ; c) o imagine dreaptă de 5 ori mai mare de cît obiectul.

REZOLVARE

Din relaţiile oglinzilor sferice se obţine sistemul :

$$\beta = -\frac{x'}{x}$$

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} = \frac{2}{R}.$$

Din rezolvarea acestui sistem rezultă :

$$x = R\,\frac{\beta - 1}{2\beta}$$

a)
$$x_a = R\,\frac{\beta_a - 1}{2\beta_a}$$

$$x_a = -6\text{ m} \cdot \frac{-\frac{1}{5} - 1}{2\left(-\frac{1}{5}\right)} = -18\text{ m}.$$

b)
$$x_b = R\,\frac{\beta_b - 1}{2\beta_b}$$

$$x_0 = -6\text{ m} \cdot \frac{-5 - 1}{2(-5)} = -3{,}6\text{ m}.$$

c)
$$x_c = R\,\frac{\beta_c - 1}{2\beta_c}$$

$$x_c = -6\text{ m} \cdot \frac{5 - 1}{2.5} = -2{,}4\text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

O.G.39. Două oglinzi concave cu distanțele focale $f_1 = -10$ cm, respectiv $f_2 = -40$ cm, sînt situate față în față pe axa lor optică comună la distanța $d = 110$ cm; a) să se determine cele două puncte aflate pe axă între cele două oglinzi, ale căror imagini, după dublă reflexie în cele două oglinzi, se formează în aceleași puncte. b) Cît de mare trebuie să fie distanța dintre cele două oglinzi pentru ca aceste două puncte să coincidă?

REZOLVARE

a) Pentru că se lucrează cu două oglinzi cu orientări diferite față de sensul de propagare al luminii vom utiliza modulul distanțelor.

Din condițiile problemei și din relațiile oglinzilor sferice rezultă următorul sistem de ecuații:

$$|x_1| + |x_2'| = d$$

$$|x_2| + |x_1'| = d$$

$$\frac{1}{|f_1|} = \frac{1}{|x_1|} + \frac{1}{|x_1'|}$$

$$\frac{1}{|f_2|} = \frac{1}{|x_2|} + \frac{1}{|x_2'|}.$$

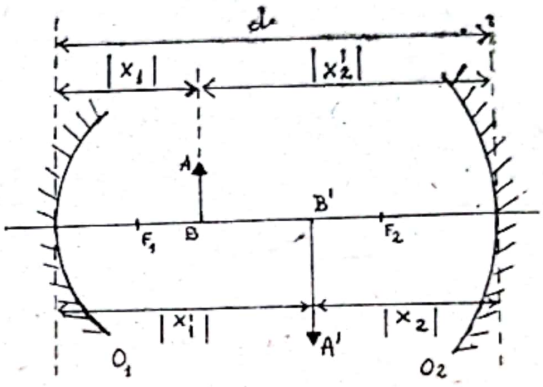


Fig. O.G. 39

Eliminînd parametrii necunoscuți se obține ecuația:

$$(d - |f_1| - |f_2|)\, x_1^2 - d(d - 2|f_2|)\ |x_1| + + d|f_1|(d - 2|f_2|) = 0$$

Din rezolvarea acestei ecuații se obțin valorile:

$$|x_1| = 13{,}14 \text{ cm} \quad \text{și} \quad |x_1'| = 41{,}86 \text{ cm}.$$

b) Pentru a exista un singur punct se impune condiția ca discriminantul ecuației precedente să fie nul, de unde rezultă:

$$d(d - 2|f_2|)\ [d(d - 2|f_2|) - 4|f_1|\,(d - |f_1| - |f_2|] = 0$$

Din rezolvarea acestei ecuații se obțin valorile:

$-d_1 = 0$ (vîrfurile oglinzilor coincid — nu intră în condițiile problemei);

$$-d_2 = 2|f_2| = 80 \text{ cm};$$

$$-d_3 = |f_2| + 2|f_1| + \sqrt{|f_2|\,(|f_2| + 4|f_1|)} = 100 \text{ cm};$$

$$-d_4 = |f_2| + 2|f_1| - \sqrt{|f_2|\,(|f_2| + 4|f_1|)} = 20 \text{ cm}.$$

Scanned with OKEN Scanner

O.G.40. În faţa unei oglinzi concave O_1 cu distanţa focală $f_1 = 60$ cm se aşează un obiect la distanţa $x_1 = -80$ cm, cu înălţimea $o = 20$ cm. a) Să se determine poziţia, înălţimea şi natura imaginii formată de oglinda

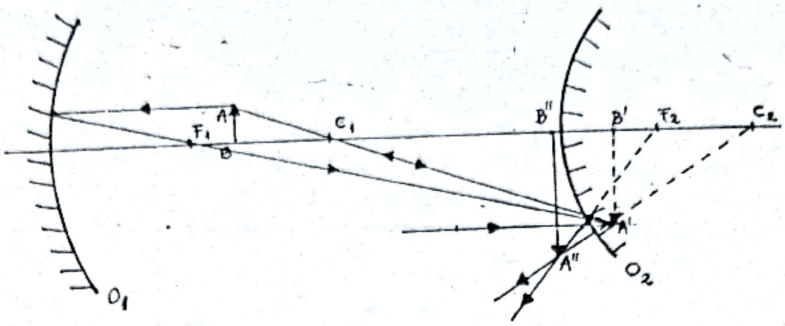


Fig. O.G. 40

O_1. b) Coaxial cu oglinda O_1 şi în faţa ei se aşează la distanţa $d = 220$ cm o oglindă convexă O_2 cu distanţa focală $f_2 = 40$ cm. Să se determine poziţia, înălţimea şi natura imaginii finale (formată de oglinda O_2).

REZOLVARE

a) Din relaţiile lentilelor sferice se obţine :

$$1^\circ \qquad \frac{1}{x_1'} + \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1}.$$

$$x_1' = \frac{x_1 f_1}{x_1 - f_1}$$

$$x_1' = \frac{(-80\text{ cm}) \cdot (-60\text{ cm})}{-80\text{ cm} + 60\text{ cm}} = -240 \text{ m},$$

distanţa imagine oglindă fiind negativă rezultă că imaginea se formează în faţa oglinzii O_1 deci este reală ;

$$2^\circ \qquad \beta = -\frac{x_1'}{x_1} = \frac{i}{o}$$

$$i = -80 \text{ cm},$$

imaginea fiind negativă rezultă că este răsturnată faţă de obiect ; imaginea este mai mare decît obiectul.

b) Oglinda O_2, conform datelor problemei se aşează înaintea imaginii formate de oglinda O_1. Din acest motiv nu se mai formează această imagine, în schimb se formează o nouă imagine datorată oglinzii O_2.

Scanned with OKEN Scanner

Imaginea formată de oglinda O_1 constituie obiect virtual pentru imaginea formată de oglinda O_2.

În aceste condiții distanța obiect-oglinda O_2 este:

$$x_2 = -(d - |x_1'|) = -(220 - 240) = 20 \text{ cm},$$

$$x_2' = \frac{x_2 f_2}{x_2 - f_2}$$

$$x_2' = \frac{20\text{cm} \cdot 40 \text{ cm}}{20 \text{ cm} - 40 \text{ cm}} = -40 \text{ cm},$$

distanța oglindă imagine fiind negativă rezultă că imaginea s-a format în fața oglinzii O_2, este deci imagine reală. Iată un caz cînd oglinda convexă formează imagini reale. Înălțimea imaginii finale este:

$$i' = -i\frac{x_2'}{x_2}$$

$$i' = -(-80 \text{ cm})\frac{-40\text{cm}}{20 \text{ cm}} = -160 \text{ cm},$$

imaginea finală este mai mare atît față de imaginea intermediară cît și față de obiect. Imaginea finală este dreaptă față de imaginea intermediară și răsturnată față de obiect.

O.G.41. Pentru a măsura distanța focală a unei oglinzi se așează o luminare aprinsă la o distanță de 10 cm de oglindă; imaginea clară a lumînării se obține pe un ecran situat la o distanță de 30 cm de oglindă. Să se găsească distanța focală a oglinzii.

O.G.42. Raza de curbură a unei oglinzi sferice concave este de -40 cm. Să se găsească poziția obiectului la care imaginea lui este reală și mărită de 2 ori. Să se găsească poziția la care imaginea lui este virtuală și mărită de două ori. Pentru ambele situații să se realizeze construcția imaginii.

O.G.43. Un obiect înalt de 6 cm este așezat perpendicular pe axa unei oglinzi sferice convexe cu raza $R = 0{,}4$ m și la distanța $x = -0{,}30$m de vîrful oglinzii. a) Să se determine poziția, mărimea și natura imaginii. b) Să se realizeze construcția imaginii.

O.G.44. Să se determine distanța focală a unei oglinzi concave fiind date: a) mărirea transversală $\beta = -2{,}0$ pentru o distanță obiect-imagine $l = 15$ cm; b) pentru o anumită poziție a obiectului mărirea transversală este $\beta_1 = 0{,}50$ și pentru altă poziție a obiectului deplasată cu $l = 5{,}0$ cm față de prima, mărirea transversală este $\beta_2 = -0{,}25$.

O.G.45. Se dă o oglindă sferică concavă cu raza $R = -50$ cm și cu vîrful în V. În fața acestei oglinzi se așează un obiect luminos de formă dreptunghiulară ABED, a cărui latură AB este paralelă cu axa oglinzii. Se dau $VA = 90$ cm; $AB = ED = 30$ m; $AE = BD = 6$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

Se cere : a) să se construiască imaginea A'B'D'E' a obiectului luminos ABDE ; b) să se definească poziţia, forma şi dimensiunile acestei imagini.

O.G.46. În faţa unei oglinzi sferice concave cu raza $R = -2$ m, se aşează perpendicular pe axa principală, la distanţa $x = -5$ m de oglindă un obiect luminos cu înălţimea $o = 10$ cm. a) Să se determine poziţia şi mărimea imaginii ; b) În focarul principal al oglinzii concave, sub un unghi de 45° faţă de axa sa principală, se aşează o mică oglindă plană, cu faţa reflectătoare îndreptată spre oglinda concavă. Care va fi mărimea imaginii finale formată prin reflexia luminii pe cele două oglinzi şi unde va trebui să se aşeze un ecran pentru a prinde imaginea finală ?

O.G.47. Poate da o oglindă convexă o imagine reală ?

O.G.48. Se dau două oglinzi, una concavă O, cealaltă convexă O', avînd razele $R = -1$ m şi $R' = 1$ m, aşezate la distanţe $d = 1$ m una de alta. Pe axa principală comună celor două oglinzi se află un punct luminos P la distanţa $x = -0{,}75$ m de oglinda concavă. Razele luminoase emise de P sosesc pe oglinda convexă după ce s-au reflectat pe oglinda concavă. Unde se va forma imaginea punctului P ?

IV. IMAGINI ÎN DIOPTRI TRANSPARENŢI

O.G.49. Un om priveşte o piatră aflată pe fundul unui bazin plin cu apă. Adîncimea bazinului este $h = 1$m. a) Cu cît pare mai ridicată piatra faţă de fundul bazinului cînd este privită sub incidenţă normală ? b) Cu cît pare mai ridicată piatra cînd este privită sub un unghi de incidenţă $i = 60°$?

REZOLVARE

a) Incidenţa fiind normală se poate lucra în aproximaţie gaussiană. Considerînd suprafaţa de separare aer-apă ca un dioptru plan transparent, rezultă :

$$\frac{n_{aer}}{x'} - \frac{n_{apă}}{x} = 0 \qquad (R = \infty),$$

$$x' = x\,\frac{n_{aer}}{n_{apă}},$$

$$\Delta x = -x - (-x') = x\left(\frac{n_{aer}}{n_{apă}} - 1\right),$$

$$\Delta x = -1\text{m}\left(-\frac{1}{4}\right) = 0{,}25 \text{ m}.$$

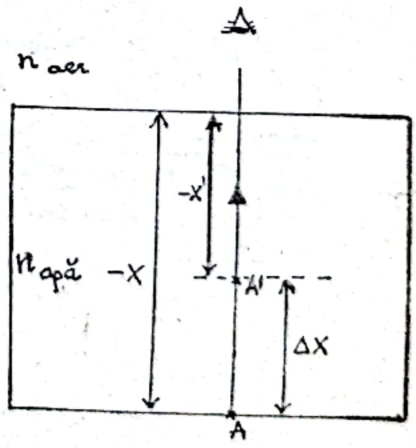


Fig. O.G. 49-a

b) Unghiul de incidenţă fiind de 60° nu se mai poate lucra în aproximaţia gaussiană. Imaginea punctului A se găseşte la intersecţia razelor de lumină care pornesc din A şi suferă refracţie pe suprafaţa de separare

Scanned with OKEN Scanner

aer-apă. Considerăm două raze: una AB în direcţie perpendiculară pe suprafaţa de separare şi alta AB′ care se refractă sub unghiul $i = 60°$. Punctul de intersecţie al celor două raze refractate este A′ — imaginea este virtuală.

Deplasarea este $AA' = AB - A'B$.

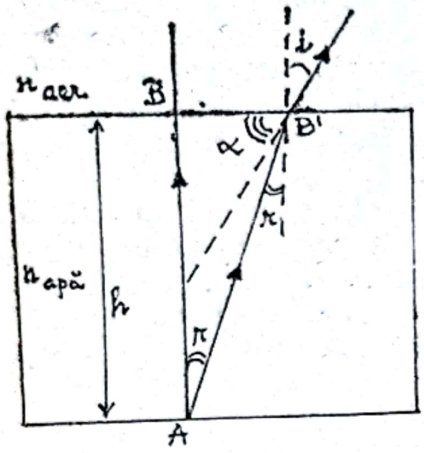


Fig. O.G. 49-b

Calculul acestei deplasări se face prin considerente de ordin geometric, astfel:

$$\operatorname{tg} r = \frac{BB'}{h}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A'B}{BB'} = \frac{A'B}{h \operatorname{tg} r}$$

$$A'B = h \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg} r = h \operatorname{tg}\,(90° - i) \operatorname{tg} r =$$

$$= h \operatorname{ctg} i \operatorname{tg} r$$

$$A'B = h \frac{\cos i}{\sin i} \cdot \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{h}{n} \cdot \frac{\cos i}{\cos r}$$

$$\cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$$

$$A'B = h \frac{\cos i}{n^2 - \sin^2 i}$$

$$AA' = h\left(1 - \frac{\cos i}{n^2 - \sin^2 i}\right)$$

$$AA' = 0{,}51 \text{ m.}$$

O.G.50. Un observator priveşte un punct luminos printr-o cuvă paralelipipedică de sticlă, plină cu apă ($n = 4/3$), de grosime $d = 20$ cm. Ştiind că obiectul se află la distanţa $x_1 = -30$ cm de prima faţă a cuvei, să se determine: a) poziţia imaginii punctului luminos cînd este privit prin cuvă (se neglijează grosimea pereţilor cuvei); b) distanţa dintre obiect şi imagine.

REZOLVARE

a) Determinarea poziţiei imaginii punctului P se obţine utilizînd relaţiile de la dioptrul plan:

$$\frac{n}{x_1'} - \frac{n_0}{x_1} = 0$$

(n — indicele de refracţie al apei
n_0 — indicele de refracţie al aerului)

Scanned with OKEN Scanner

$$x_1' = x_1 \frac{n}{n_0}$$

$$x_2 = -(x_1 + d)$$

$$x_2' = x_2 \frac{n_0}{n}$$

$$x_2' = -\left(x_1 + d\frac{n_0}{n}\right)$$

$$x_2' = -45 \text{ cm},$$

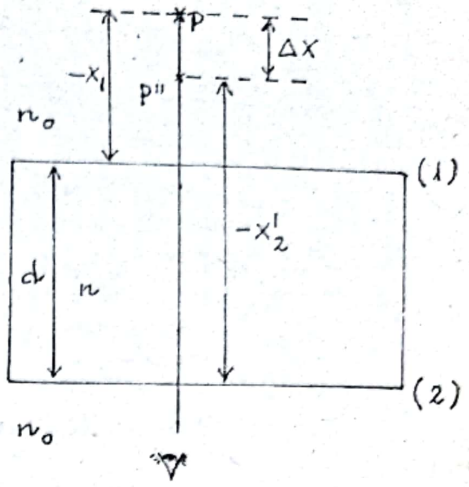


Fig. O.G. 50

imaginea se află la 45 cm faţă de suprafaţa „2".

b) $\Delta x = x_{12} - x_2'$

$x_{12} = x_1 + d$ — distanţa punctului faţă de suprafaţa „2"

$$\Delta x = d\left(1 - \frac{n_0}{n}\right)$$

$$\Delta x = 5 \text{ cm},$$

imaginea este mai aproape de cuvă cu 5 cm, prezenţa cuvei echivalează cu o apropiere a obiectului de observator.

O.G.51. O lentilă cu distanţa focală $f = 10$ cm în aer ($n_0 = 1$) este confecţionată dintr-o sticlă cu indice de refracţie $n_s = 1{,}53$. Să se calculeze distanţa focală a lentilei cînd: a) aceasta se introduce în apă $\left(n_a = \frac{4}{3}\right)$; b) aceasta este introdusă în sulfură de carbon ($n_{sc} = 1{,}63$)

REZOLVARE

a) Pentru calcularea distanţei focale în apă se foloseşte relaţia:

$$f_a = \frac{1}{\left(\frac{n_s}{n_a} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$f_0 = \frac{1}{\left(\frac{n_s}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{f_a}{f_0} = \frac{\frac{n_s}{n_0} - 1}{\frac{n_s}{n_a} - 1}$$

$$f_a = f_0 \frac{\frac{n_s}{n_0} - 1}{\frac{n_s}{n_a} - 1} = 35{,}3 \text{ cm},$$

distanţa focală fiind pozitivă rezultă că lentila în apă este o lentilă convergentă.

b) $$f_{sc} = f_0 \frac{\frac{n_s}{n_0} - 1}{\frac{n_s}{n_{sc}} - 1} = -86{,}4 \text{ cm},$$

distanţa focală fiind negativă rezultă că în sulfură de carbon lentila este divergentă.

Natura unei lentile este dependentă în afară de formă şi natura materialului din care este confecţionată şi de natura mediului în care este introdusă.

O.G.52. Distanţa dintre un obiect luminos şi un ecran este $L = 50$ cm. O lentilă aşezată între acestea dă pe ecran o imagine a obiectului în două poziţii, distanţa dintre ele fiind $l = 10$ cm. Să se găsească distanţa focală a lentilei.

REZOLVARE

Din condiţiile problemei şi din relaţiile lentilelor se obţine următorul sistem de ecuaţii :

$$= - x_1 + x_1' = L$$

$$= - x_2 + x_2' = L$$

$$= - x_2 = - x_1 + l$$

$$= \frac{1}{x_1'} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$$

$$= \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f}$$

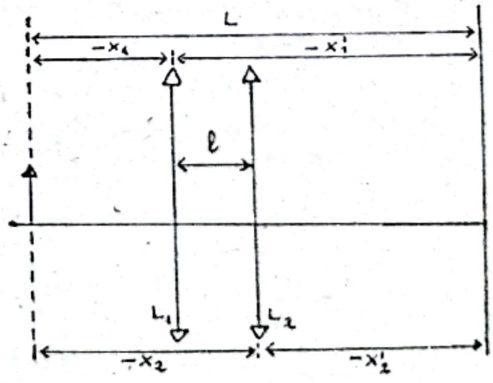


Fig. O.G. 52

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii se obţine:

$$f = \frac{L^2 - l^2}{4L}$$

$$f = 12 \text{ cm}.$$

O.G.53. O cuvă conţine apă ($n = 4/3$) a cărei suprafaţă liberă este AB. Pe aceiaşi verticală OP se află un observator P, la distanţa 1,2 m faţă de AB în aer şi un peşte P la distanţa 0,8 m faţă de AB, în apă. a) La ce distanţă vede observatorul peştele? La ce distanţă vede peştele ochiul observatorului? b) Presupunînd că apa are o adîncime de 1,2 m, iar pe fundul cuvei se află o oglindă plană CD. La ce distanţă vede observatorul propria sa imagine în oglindă? În ce sens şi cu cît se deplasează imaginea dacă se goleşte cuva de apă?

O.G.54. În faţa unei lentile convergente se aşează un obiect cu înălţimea $o = 10$ cm, care formează pe un ecran imaginea sa de înălţime $i_1 = -40$ cm. Dacă îndepărtăm obiectul cu $d = 10$ cm faţă de lentilă, înălţimea imaginii se micşorează de două ori. Să se calculeze distanţa focală a lentilei.

O.G.55. O lentilă convergentă dă pe un ecran imaginea unui obiect oarecare. Înălţimea imaginii este „a". Fără a mişca ecranul şi obiectul lentila se apropie de ecran şi se găseşte că la o a doua imagine clară a obiectului înălţimea imaginii este „b". Să se determine înălţimea reală a obiectului.

O.G.56. O lentilă plan-concavă are raza de curbură de 10 cm şi indicele de refracţie 1,5. La distanţa de 20 cm în faţa ei se află un obiect cu înălţimea de 8 cm. a) Să se determine poziţia, natura şi mărimea imaginii; b) De lentila dată se alătură axial o altă lentilă identică, avînd concavităţile faţă în faţă, iar golul format se umple cu apă (indice de refracţie 4/3). Să se determine poziţia, natura şi mărimea imaginii în acest caz; c) Să se construiască grafic mersul razelor de lumină în ambele cazuri.

O.G.57. Cu ajutorul unei lentile subţiri convergente de sticlă (indice de refracţie 3/2), s-a obţinut imaginea reală a unui obiect situat la o distanţă de 10 cm de lentilă. După ce obiectul şi lentila au fost cufundate în apă, fără a schimba distanţa dintre ele, s-a obţinut imaginea la o distanţă de 60 cm de lentilă. Să se găsească distanţa focală a lentilei dacă indicele de refracţie al apei este 4/3.

O.G.58. Se dă o lentilă convergentă L_1. Imaginea reală $A'B'$ unui obiect AB se formează la distanţa x' de lentilă. Se aşează o lentilă L_2 în spatele lentilei L_1 la distanţa $d > x'$, astfel ca $A'B'$ să devină obiect virtual. Se întreabă: imaginea definitivă $A''B''$ va fi reală sau virtuală? *Discuţii.*

Scanned with OKEN Scanner

O.G.59. Un sistem centrat este compus din trei lentile subţiri plasate în aer ca în figura O.G. 59. Să se determine : a) punctul de convergenţă al unui fascicul de lumină paralel după ce a traversat sistemul de la stînga la dreapta ; b) distanţa faţă de prima lentilă a unui punct situat la stînga acestui sistem astfel ca acest punct şi imaginea sa să fie simtrice faţă de sistem.

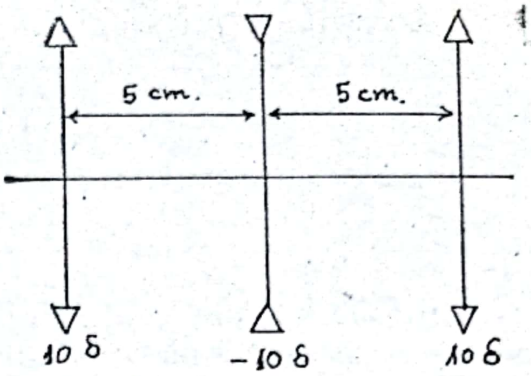


Fig. O.G. 59

O.G.60. La distanţa de 1,68 m de un ecran se află o lentilă convergentă cu distanţa focală de 2 cm, care proiectează pe ecran imaginea unui obiect luminos, situat la o distanţă convenabilă. Se intercalează apoi între această lentilă şi ecran o lentilă divergentă cu distanţa focală de −8 cm, aşezată la distanţa de 16 cm de lentila convergentă şi deci la distanţa de 1,52 cm de ecran ; se deplasează apoi obiectul astfel ca imaginea să se formeze pe ecran. Să se determine în cele două cazuri, raportul dimensiunilor liniare ale imaginii şi obiectului.

V. IMAGINI IN SISTEME OPTICE FORMATE DIN OGLINZI, LENTILE, LAME ŞI PRISME

O.G.61. Două lentile plan convexe identice, avînd indicele de refracţie n, se argintează, una pe faţa plană iar cealaltă pe faţa convexă. Presupunînd că în ambele cazuri lumina cade din spre partea neargintată, să se calculeze raportul distanţelor focale ale oglinzilor astfel obţinute.

REZOLVARE]

Lentila cu una din feţe argintată constituie un sistem optic reflectător alcătuit din două lentile şi o oglindă, care are convergenţa :

$$C = 2C_1 + C_2 ,$$

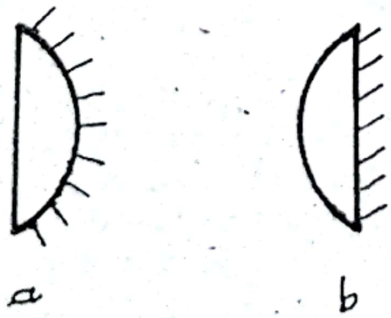


Fig. O.G. 61

unde C_1 este convergenţa lentilei (s-a luat această convergenţă de două ori pentru că lumina străbate de două ori lentila — înainte şi după reflexie) şi C_2 este convergenţa oglinzii sferice.

Observaţie : convergenţa unui sistem optic se consideră pozitivă dacă sistemul respectiv transformă un fascicul de lumină paralel în fascicul convergent şi negativă dacă îl transformă în fascicul divergent.

a) Convergenţa lentilei plan convexe este :

$$C_1 = (n-1)\frac{1}{R}$$

Scanned with OKEN Scanner

Convergența oglinzii concave este:

$$C_2 = \frac{2}{R}.$$

Convergența sistemului este:

$$C_a = \frac{2}{R}(n-1) + \frac{2}{R} = \frac{2}{R}n,$$

b) Convergența oglinzii plane este zero deoarece raza de curbură este infinită.

Convergența sistemului este:

$$C_b = \frac{2}{R}(n-1)$$

Raportul distanțelor focale este:

$$\frac{f_a}{f_b} = \frac{n-1}{n}.$$

O.G.62. O lentilă subțire plan-concavă, cu indice de refracție $n = 1{,}5$, este argintată pe fața sa concavă. Înaintea feței argintate se deplasează un obiect rectiliniu, perpendicular pe axa principală, pînă cînd imaginea obținută, răsturnată față de obiect, se află în prelungirea acestuia. Se constată că în acest caz obiectul și imaginea se găsesc la distanța $d = 50$ cm față de lentilă. Se rotește atunci lentila cu 180°, fără a schimba distanța față de obiect. Care este poziția și natura noii imagini observate?

Se vor neglija fenomenele de reflexie pe suprafața plană și se vor lua in considerație doar razele centrale.

REZOLVARE

1° Sistemul se comportă ca o oglindă concavă (fig. O.G.62 — a-1°) obiectul și imaginea aflîndu-se la egală distanță față de oglindă $x = x' = -d$.

Din relațiile oglinzilor sferice se obține:

$$\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} = \frac{2}{R}$$

$$R = -d = -50 \text{ cm}.$$

2° Se comportă ca un sistem format din două lentile divergente și o oglindă convexă (fig. O.G.62 — a — 2°), care are convergența:

$$C = 2C_1 + C_2, \text{ unde}$$

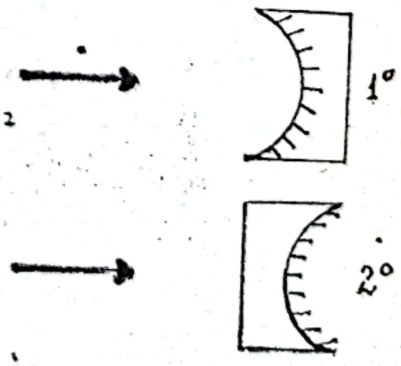


Fig. O.G. 62-a

$$C_1 = -\frac{(n-1)}{R}, \left(f_1 = -\frac{R}{n-1} = -\frac{d}{n-1}\right);$$

$$C_2 = -\frac{2}{R};$$

$$C = -\frac{2n}{R}, \left(f = \frac{d}{2R}\right).$$

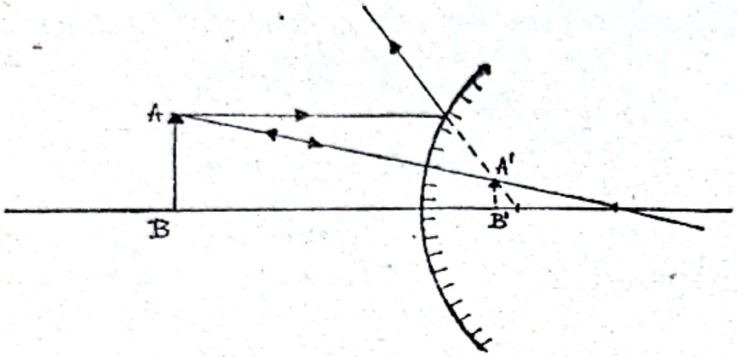


Fig. O.G. 62-b

Cunoscînd distanţa focală a sistemului şi faptul că se comportă ca o oglindă se poate determina poziţia imaginii :

$$x' = \frac{xf}{x-f} =$$

$$\frac{(-d)-\frac{d}{2n}}{-d-\frac{d}{2n}} = \frac{d}{2n+1}$$

$$x' = 12{,}5 \text{ cm}.$$

Distanţa imagine oglindă fiind pozitivă rezultă că imaginea este virtuală (fig. O.G.62—b).

Problema se mai poate rezolva formînd, pe rînd, imaginile în fiecare element al sistemului optic (fig. O.G.62 — c), astfel :

— imaginea în lentila divergentă înainte de reflexie :

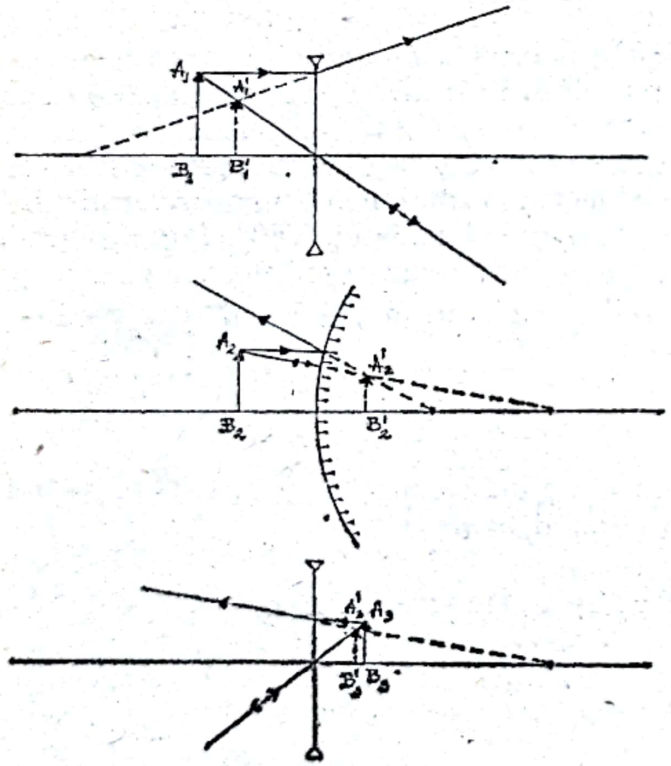


Fig. O.G. 62-c

$$x_1 = \frac{f_1 x_1}{x_1 + f_1} =$$

$$= -\frac{d}{n} = -\frac{100}{3} \text{cm},$$

distanţa imagine lentilă fiind negativă rezultă că imaginea A_1B_1 este virtuală.

Scanned with OKEN Scanner

Această imagine constituie obiect (A_2B_2) pentru oglindă.

$$x_2 = x_1' = -\frac{d}{n}$$

$$x_2' = \frac{f_2 x_2}{x_2 - f_2} = \frac{d}{2+n} = \frac{100}{7} \text{ cm},$$

distanța imagine oglindă fiind pozitivă rezultă că imaginea formată $A_2'B_2'$ este virtuală.

Această imagine constituie obiect pentru lentilă (A_3B_3).
$x_3 = -x_2'$ (se schimbă sensul de propagare a luminii)

$$x_3' = \frac{f_1 x_3}{x_3 - f_1} = -\frac{d}{2n+1} = -12{,}5 \text{ cm},$$

distanța imagine lentilă fiind negativă rezultă că imaginea $A_3'B_3'$ este virtuală.

Se constată coincidența rezultatelor obținute prin ambele metode.

O.G.63. O lentilă convex-concavă (menisc convergent) are razele de curbură R și respectiv $3R$. Cînd suprafața concavă se argintează, convergența devine nulă. Să se determine indicele de refracție al sticlei din care este confecționată lentila (lumina cade pe fața convexă).

O.G.64 O oglindă sferică concavă este formată dintr-o lentilă subțire de sticlă ($n = 1{,}5$) simetrică biconvexă care are una din suprafețe argintată. Să se determine distanța focală fiind dată raza de curbură a suprafețelor lentilei $R = 40$ cm.

O.G.65. O oglindă sferică concavă, așezată în poziție orizontală, este umplută cu apă. Știind că raza de curbură a oglinzii este $R = 40$ cm și că indicele de refracție al apei este $n = 4/3$, să se determine distanța focală a sistemului apă — oglindă (se va considera mică cantitatea de apă turnată în oglindă).

O.G.66. O lentilă plan-convexă are raza de curbură de 10 cm și indicele de refracție 1,5. La 15 cm înaintea feței convexe a lentilei se așează un obiect AB înalt de 5 cm. Se cere : a) poziția, natura și mărimea imaginii ; b) Dacă obiectul rămîne la aceiași distanță față de lentilă, însă fața plană a acesteia este argintată, să se afle poziția, natura și mărimea imaginii finale în acest caz ; c) să se arate mersul razelor în ambele cazuri.

O.G.67. Un punct luminos A este situat pe axa principală a unei lentile convergente subțiri de 5 dioptrii, la 25 cm de centrul ei optic C_1. Dincolo de lentilă, la 50 cm de C_1 se află o oglindă plană, înclinată cu 45° pe axa principală a lentilei. La 80 cm de punctul de intersecție O al oglinzii cu axa principală a lentilei pe o direcție ce face cu ea 90°, se află centrul optic C_2 al unei alte lentile convergente subțiri de 4 dioptrii.

Scanned with OKEN Scanner

Se cere : a) Poziţia imaginii finale A'' faţă de C_2 ; b) Pînă la nivelul B aflat la 75 cm sub C_2 se introduce apă ; Unde se formează acum în apă imaginea finală A''' ? c) Înlăturînd apa, unde trebuie aşezată lentila cu centrul optic C_2 ca imaginea A'' dată de lentila a doua să fie tot în A''' ? Indicele de refracţie al apei este 4/3.

O.G.68. O oglindă plană este perpendiculară pe axa principală a unei lentile convergente. Razele de lumină, care pleacă de la un obiect situat în faţa lentilei, vor străbate lentila, se vor reflecta pe oglindă şi se vor întoarce din nou prin lentilă, formînd o imagine finală. Să se arate că orice raza de lumină ce trece prin focarul principal dinspre obiect, indiferent de poziţia oglinzii, se vor suprapune după reflexie peste raza incidentă. Să se arate că orice rază, care pleacă dintr-un punct M al planului focal, va reveni şi va înţepa planul focal într-un punct simetric lui M, faţă de axa principală a lentilei, dacă oglinda este situată în focarul F, al lentilei.

O.G.69. O oglindă plană S este situată faţă de o lentilă convergentă cu distanţa focală f, la o distanţă egală cu $2f$. Să se construiască imaginea unui punct luminos M care se află în faţa acestui sistem la o distanţă egală cu $2f$ şi apoi în cazul cînd se află la o distanţă egală cu f. Oglinda este aşezată perpendicular pe axa optică principală a lentilei şi cu faţa reflectătoare spre lentilă. Imaginea finală va fi obţinută după ce razele de lumină vor străbate lentila, vor ajunge la oglindă şi apoi din nou la lentilă. Să se calculeze apoi poziţiile imaginilor punctului M, cînd acesta se plimbă pe axa optică principală a lentilei şi să se verifice dacă construcţiile au fost corecte.

Scanned with OKEN Scanner

FIZICA ATOMICĂ

A.1. Un electron pătrunde cu viteza v_0 orientată de-a lungul axei OX, între armăturile unui condensator plan, perpendicular pe axa OY. Distanţa dintre armături este $d = 2$ cm., lungimea plăcilor $l = 2$ cm, diferenţa de potenţial dintre armături $U = 600$ V. Coordonata punctului în care electronul loveşte un ecran aflat la distanţa $L = 20$ cm, faţă de ieşirea condensatorului şi perpendicular pe axa OX este $Y = 13$ cm. Cunoscînd viteza electronului $v_0 = 1{,}3 \cdot 10^7$ m/s, să se determine sarcina specifică.

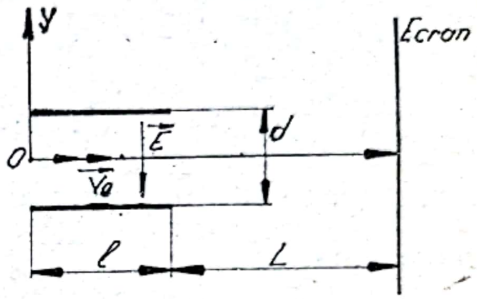


Fig. A1

REZOLVARE

Deviaţia totală a electronului $Y = \dfrac{eUl}{2m_0v_0^2 d}(l + 2L)$

$$\Rightarrow \frac{e}{m_0} = \frac{2Yv_0^2 d}{Ul(l + 2L)} \Rightarrow \frac{e}{m_0} = 1{,}76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

A.2. Peste cîmpul electric dintre armăturile condensatorului considerat în problema **A.1.**, se suprapune cîmpul magnetic uniform de inducţie $B = 3{,}7 \cdot 10^{-4}$T.

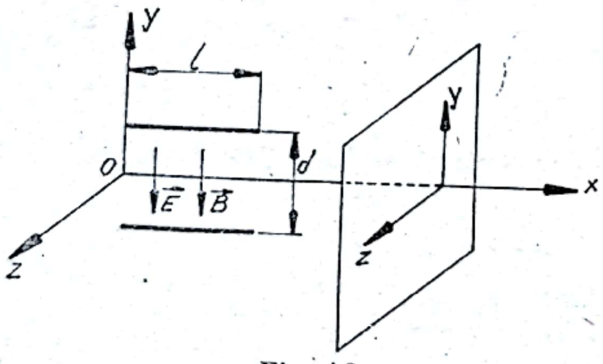


Fig. A2

Coordonatele punctului în care electronul loveşte ecranul sînt $Z = 2{,}1$ cm şi $Y = 13{,}1$ cm.

Să se deducă sarcina specifică a electronului.

REZOLVARE

Deviaţiile produse electronului de către cîmpul electric, respectiv magnetic, sînt:

$$Y = \frac{eUl}{2m_0 dv_0^2}(l + 2L) \text{ respectiv } Z = \frac{eBl}{2m_0v_0}(l + 2L).$$

$$\Rightarrow \frac{e}{m_0} = \frac{2UZ^2}{YB^2 ld(l + 2L)} \Rightarrow \frac{e}{m_0} = 1{,}76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Scanned with OKEN Scanner

A.3. Se consideră dispozitivul utilizat în experienţa lui Millikan.

a) diferenţa de potenţial între armăturile condensatorului fiind egală cu zero, o mică picătură de ulei care se deplasează pe verticală parcurge după atingerea vitezei limită distanţa $l = 3{,}52\text{mm}$ în timpul $t = 11$ s.

Mişcarea picăturii efectuîndu-se sub acţiunea greutăţii şi forţei rezistente proporţionale cu viteza $F = 6\pi r\eta v$, să se caculeze raza r a picăturii cunoscînd densitatea uleiului $\rho = 1{,}26 \cdot 10^3$ kg/m^3 şi coeficientul de vîscozitate $\eta = 1{,}82 \cdot 10^{-5}$ unitate S.I. Se neglijează forţa arhimedică.

b) Să se calculeze sarcina electrică a picăturii dacă pentru $U = 2 \cdot 10^4$ V şi o distanţă între armături $d = 2$ cm picătura se află în repaus.

c) Tensiunea U avînd aceiaşi valoare, picătura urcă cu viteza limită $V = 0{,}32 \ \frac{\text{mm}}{\text{s}}$.

Deduceţi noua sarcină electrică a picăturii.

d) Pentru $U = 2 \cdot 10^4$ V diferitele valori ale vitezelor limită se repartizează într-o progresie aritmetică de raţie $0{,}32 \ \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Explicaţi fenomenul.

REZOLVARE

a) forţa rezistentă fiind dependentă de viteză picătura se deplasează în absenţa cîmpului electric într-o mişcare accelerată sub acţiunea greutăţii pînă în momentul în care rezultanta forţelor ce acţionează asupra ei este zero. În acest moment picătura atinge viteza limită

$$V = \frac{l}{t} \Rightarrow V = 0{,}32 \ \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$G = F \Rightarrow mg = 6\pi r\eta v$$

$$m = \frac{4\pi r^3}{3}\rho \Rightarrow \frac{4\pi r^3}{3}\rho g = 6\pi r\eta v$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{9\eta v}{2\rho g} \Rightarrow r = 1{,}456 \cdot 10^{-6}\ \text{m} \Rightarrow m = 1{,}63 \cdot 10^{-17}\ \text{kg}$$

b) Picătura fiind în repaus rezultă :

$$mg = qE \Rightarrow q = \frac{mg}{E} \quad \text{dar} \quad E = \frac{U}{d}$$

$$\Rightarrow q = \frac{mgd}{U} \Rightarrow q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}.$$

c) Atingînd în urcare viteza limită

$$q' \frac{U}{d} = mg + 6\pi r\eta v$$

Scanned with OKEN Scanner

$\Rightarrow q' = 2q$. Picătura și-a modificat sarcina electrică datorită iradierii spațiului dintre armăturile condensatorului cu raze X.

d) Diferitele valori ale vitezei fiind în progresie aritmetică, și sarcinile electrice posibile ale picăturii vor fi într-o progresie aritmetică de rație $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C ceea ce dovedește cuantificarea sarcinii electrice. Prin ionizare picătura primește sau pierde un număr întreg de electroni.

A.4. Un neutron cu energia cinetică $W_c = 25$ eV se îndreaptă către un nucleu de deuteriu în repaus. Determinați lungimile de undă de Broglie a celor două particule în sistemul centrului de masă.

REZOLVARE:

Fie $m_1 = 1{,}6748 \cdot 10^{-27}$ kg masa neutronului

$m_2 = 3{,}3472 \cdot 10^{-27}$ kg masa nucleului de deuteriu ($^2_1$H)

$$W_c = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2W_c}{m_1}} \Rightarrow v_1 = 6{,}9 \cdot 10^4 \text{ m/s}.$$

Calculăm viteza centrului de masă egalînd impulsul sistemului cu impulsul centrului de masă

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_c \Rightarrow v_c = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

$$v_c = 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ m/s}.$$

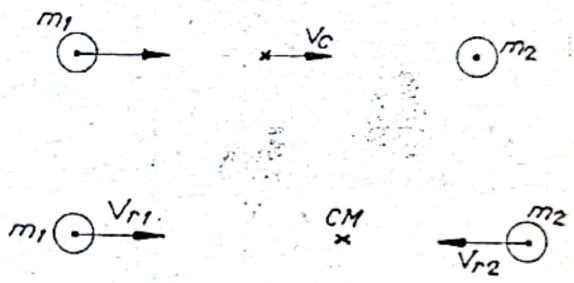


Fig. A4R

Calculăm vitezele relative ale particulelor față de centrul de masă

$$v_{r1} = v_1 - v_c \Rightarrow v_{r1} = 4{,}6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_{r2} = v_c \Rightarrow v_{r2} = 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Calculăm lungimile de undă de Broglie asociate particulelor.

$$\lambda_1 = \frac{h}{m_1 v_{r1}} \Rightarrow \lambda_1 = 0{,}86 \cdot 10^{-11} \text{ m} \qquad \lambda_2 = \frac{h}{m_2 v_{r2}}$$

$$\lambda_2 = 0{,}86 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

A.5. Găsiți expresia lungimii de undă de Broglie pentru o particulă relativistă avînd energia cinetică W_c.

REZOLVARE:

$$W_c = mc^2 - m_0 c^2.$$

Energia totală și impulsul unei particule relativiste sînt legate prin relația :

$$W^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \Rightarrow p^2 = \frac{W^2 - m_0^2c^4}{c^2}$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{(W - m_0c^2)(W + m_0c^2)}{c^2} \Rightarrow W = W_c + m_0c^2.$$

$$\Rightarrow p^2 = \frac{W_c(W_c + 2m_0c^2)}{c^2} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\sqrt{W_c(W_c + 2m_0c^2)}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A.6. Un flux paralel de electroni accelerați sub o diferență de potențial $U = 25$ V cade în incidența normală pe o diafragmă cu două fante înguste situate la distanța $d = 50\mu$m. Determinați distanța dintre două maxime vecine ale figurii de difracție obținută pe un ecran aflat la distanța $l = 1$ m, de planul fantelor.

REZOLVARE :

Interfranja are valoarea $i = \frac{\lambda \cdot l}{d}$ unde λ este lungimea de undă de Broglie asociată electronilor

$$\lambda = \frac{h}{mv} \cdot \Rightarrow eU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \Rightarrow i = \frac{hl}{d\sqrt{2meU}}.$$

$$\Rightarrow i = 4{,}9\ \mu\text{m}.$$

A.7. Un fascicul de electroni monoenergetici cade sub unghiul de alunecare $\theta = 30°$ pe una din fețele naturale ale unui monocristal de aluminiu. Distanțele între planele reticulare, paralele cu această față a monocristalului este $d = 0{,}2$ nm.

Pentru o anumită tensiune acceleratoare U_0 se observă un maxim al reflexiei regulate. Determinați U_0 știind că maximul următor al reflexiei regulate apare cînd tensiunea de accelerare crește de $\eta = 2{,}25$ ori.

REZOLVARE :

Din condiția Bragg :

$$2d\sin\theta = K\lambda_1$$

$$2d\sin\theta = (K + 1)\lambda_2$$

Scanned with OKEN Scanner

unde

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0eU_0}}; \quad \lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2m_0e\eta U_0}}$$

$$K = \frac{2d \sin \theta}{\lambda_1}; \quad K + 1 = \frac{2d \sin \theta}{\lambda_2}$$

$$\frac{2d \sin \theta}{\lambda_1} = \frac{2d \sin \theta}{\lambda_2} - 1; \quad 2d \sin \theta \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 1$$

$$U_0 = \frac{h^2}{(\sqrt{\eta} - 1)^2 8d^2 m_0 e \sin^2 \theta} \Rightarrow U_0 = 150 \text{ V}.$$

A.8. Arătaţi că în cazul unei particule pentru care nedeterminarea în poziţie este $\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi}$ unde λ este lungimea de undă de Broglie, nedeterminarea în viteză este de ordinul de mărime al vitezei.

REZOLVARE:

Conform relaţiei de nedeterminare a lui Heisenberg

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar$$

$$\Rightarrow \Delta V_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{m} \Rightarrow \Delta V_x \geq \frac{\hbar}{m \cdot \Delta x}$$

$$\Delta V_x \geq \frac{2\pi\hbar}{m\lambda} \Rightarrow \Delta V_x \geq \frac{h}{m\lambda}.$$

$$\lambda = \frac{h}{mV_x} \Rightarrow \Delta V_x \geq V_x.$$

A.9. Evaluaţi energia minimă posibilă a unui electron în atomul de hidrogen şi distanţa corespunzătoare faţă de nucleu cu ajutorul relaţiei de incertitudine.

REZOLVARE:

Considerăm $\Delta r \sim r$

$$\Delta p \sim p$$

Conform relaţiei de nedeterminare

$$\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar \Rightarrow \Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta r} \Rightarrow p \sim \frac{\hbar}{r}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Energia cinetică a electronului pe o orbită staţionară va fi :

$$W_c = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow W_c \sim \frac{\hbar^2}{2mr^2}$$

$$W_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Energia totală a sistemului va fi :

$$W = W_c + W_p \Rightarrow W = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Punem condiţia de minim pentru energia totală, anulînd derivata a I-a

$$\frac{dW}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{-2}{r^3} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{-1}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow r_0 = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} \Rightarrow r_0 = 0{,}529 \text{ Å}$$

care reprezintă raza primei orbite Bohr.

Înlocuind în expresia energiei totale obţinem :

$$W_0 = -\frac{me^4}{8\hbar^2\varepsilon_0^2} \Rightarrow W_0 = -13{,}6 \text{ eV}.$$

A.10. O particulă α avînd energia cinetică $9{,}6 \cdot 10^{-13}$ J se îndreaptă către centrul nucleului unui atom de aur care este imobil. La ce distanţă r faţă de centrul nucleului de aur se va opri particula α? Raza nucleului de aur este aproximtiv $r_0 = 7 \cdot 10^{-15}$ m. Comparaţi r cu r_0. Numerele atomice pentru He şi Au sînt : $Z_1 = 2$; $Z_2 = 79$.

REZOLVARE :

Fie $q_1 = Z_1 \cdot e$ sarcina electrică a particulei

$q_2 = Z_2 \cdot e$ sarcina electrică a nucleului.

Energia cinetică a particulei α se micşorează în timpul apropierii de nucleu, deoarece ea se deplasează în cîmpul repulsiv al acestuia

$$W = q_1 \cdot U \text{ unde } U = q_2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$W = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \Rightarrow r = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 W} = \frac{Z_1 \cdot Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 W} \Rightarrow$$

$$r = 37{,}9 \cdot 10^{-15} \text{ m}; \quad \frac{r}{r_0} = 5{,}41$$

Scanned with OKEN Scanner

A.11. Să se calculeze intensitatea curentului electric datorat mișcării electronului în jurul nucleului atomului de hidrogen pentru orbita corespunzătoare numărului cuantic principal n. Să se calculeze inducția cîmpului magnetic în centrul orbitei.

REZOLVARE:

Pornind de la definiția intensității curentului electric $I = \frac{Q}{t} \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \frac{e}{T}$ unde T = perioada de rotație a electronului pe orbita corespunzătoare numărului cuantic principal n.

$$T = \frac{2\pi r_n}{V_n} \Rightarrow I_n = \frac{eV_n}{2\pi r_n} \text{ unde } r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_0 e^2}; \quad V_n = \frac{1}{n} \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h}$$

$$\Rightarrow I_n = \frac{1}{n^3} \frac{m_0 e^5}{4\varepsilon_0^2 h^3} \Rightarrow I_n = \frac{1}{n^3} \cdot 1{,}036 \cdot 10^{-3} \text{ Å}.$$

$$B = \mu_0 \frac{I_n}{2r_n} \Rightarrow B = \frac{1}{n^5} \cdot \frac{\mu_0 \pi m_0^2 e^7}{8\varepsilon_0^3 h^5} \quad (\text{T}).$$

A.12. Un atom de hidrogen în repaus emite un foton corespunzător primei radiații din seria Lyman. Care este viteza de recul a atomului?. Calculați în procente cu cît diferă energia fotonului emis de cea a tranziției corespunzătoare din atom.

REZOLVARE:

Diferența de energie între nivelele corespunzătoare primei linii din seria Lyman ($n = 2$; $m = 1$)

$$\varepsilon = Rch\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \varepsilon = \frac{3}{4} Rch$$

Scriind legea conservării energiei și a impulsului sistemului obținem:

$$\varepsilon = h\nu' + \frac{Mv^2}{2}$$

$$Mv - \frac{h\nu'}{c} = 0$$

unde ν' frecvența fotonului emis în condițiile în care ținem cont de mișcarea de recul, iar M este masa atomului

$$\Rightarrow Mv^2 + 2Mcv - \frac{3}{2} Rch = 0$$

$$v = c\left(\sqrt{1 + \frac{3Rh}{2Mc}} - 1\right)$$

Scanned with OKEN Scanner

folosind aproximaţia $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$

dacă $x \ll 1$.

$$\Rightarrow v = \frac{3Rh}{4M} \Rightarrow v = 3{,}26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Fie $\varepsilon' = h\nu'$ energia fotonului emis.

$$\varepsilon = \varepsilon' + \frac{1}{2Mc^2} \cdot \varepsilon'^2 \Rightarrow$$

$$\varepsilon' = Mc^2\left(\sqrt{1 + \frac{2\varepsilon}{Mc^2}} - 1\right) \Rightarrow$$

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon} = 1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = 1 - \frac{4Mc}{3Rh}\left(\sqrt{1 + \frac{3Rh}{2Mc}} - 1\right)$$

folosind aproximaţia considerată anterior ţinînd cont şi de termenul de ordinul II.

$$\Rightarrow \sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \text{ cu } x \ll 1.$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{3Rh}{8Mc} = 0{,}54 \cdot 10^{-8}$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon} = 0{,}54 \cdot 10^{-6}\,\%$$

A.13. Se cere energia cinetică minimă a electronilor care pot produce : a) emisia liniei Hα atunci cînd ciocnesc atomii de hidrogen aflaţi în starea fundamentală ;

b) emisia tuturor liniilor din spectrul hidrogenului.

REZOLVARE :

Fie : m_0 — masa electronului
E_c — energia cinetică a electronului
M = masa nucleului
$M + m_0$ = masa atomului de hidrogen

Într-o ciocnire inelastică se poate transforma în energie de excitare doar energia cinetică corespunzătoare mişcării relative a celor două particule înainte de interacţiune.

$$W_{excitare} = \frac{M + m_0}{M + 2m_0} \cdot E_c$$

Scanned with OKEN Scanner

a) linia Hα corespunde tranziției electronului între nivelele $m = 2$ $n = 1$.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{21}} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

$$\Rightarrow \nu_{21} = Rc\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

deci energia fotonului emis va fi:

$$\varepsilon = h\nu_{21} = \frac{3}{4}Rch \Rightarrow \varepsilon = 10{,}22 \text{ eV}.$$

$$W_{excitare} = h\,\nu_{21}$$

$$E_c \frac{M + m_0}{M + 2m_0} = \frac{3}{4}Rch$$

$$\frac{M + m_0}{M + 2m_0} = 0{,}99 \Rightarrow E_c = 10{,}32 \text{ eV}.$$

b) pentru a se realiza emisia tuturor liniilor spectrale atomul de hidrogen trebuie excitat pe nivelul $m \to \infty$

$$\Rightarrow \varepsilon = h\,\nu_{\infty 1} = Rch.$$

$$E_c \frac{M + m_0}{M + 2m_0} = Rch \Rightarrow E_c = 13{,}76 \text{ eV}.$$

A.14. Ținînd cont de mișcarea nucleului atomului de hidrogen stabiliți expresia energiei de legătură și a constantei Rydberg. Cu cît la sută diferă valorile obținute de cele calculate fără a ține cont de mișcarea nucleului.

REZOLVARE:

Mișcarea electronului în cîmpul electric al protonului se face astfel încît centrul de masă al sistemului proton-electron rămîne imobil (fig. A.14R).

Fie m_0 = masa electronului

M = masa protonului

Centrul de masă satisface condiția:

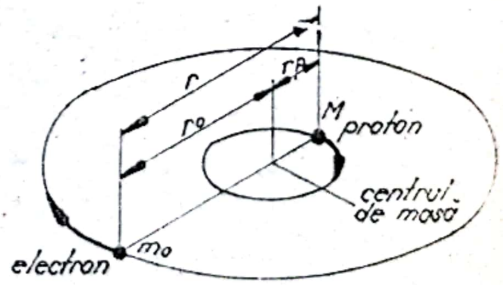


Fig. A.14R

$$\begin{cases} mr_e = Mr_p; \quad r_e = \dfrac{M}{M + m_0} r \\ \Rightarrow \\ r_e + r_p = r; \quad r_p = \dfrac{m_0}{M + m_0} r \end{cases}$$

Deoarece atît electronul cît și protonul se mișcă cu aceiași viteză unghiulară momentul cinetic al sistemului va fi dat de suma între momentul cinetic al electronului și momentul cinetic al protonului.

$$L = L_e + L_p; \qquad L = m_0 \cdot \omega \cdot r_e^2 + M \cdot \omega r_p$$

înlocuind r_e și r_p obținem:

$$L = \frac{Mm_0}{M + m_0} \cdot \omega \cdot r^2$$

Scriind condiția de stabilitate a electronului pe orbită:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = m_0\omega^2 r_e$$

înlocuind expresia lui $r_e \Rightarrow$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \omega^2 \frac{Mm_0}{M + m_0} \cdot r$$

Impunem condiția de cuantificare Bohr.:

$$L = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\frac{Mm_0}{M + m_0} \cdot \omega \cdot r_n^2 = n\frac{h}{2\pi}$$

$$\omega = \frac{nh}{2\pi r_n^2} \cdot \frac{M + m_0}{Mm_0}$$

Înlocuind în condiția de stabilitate obținem raza unei orbite staționare.

$$r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi e^2} \cdot \frac{M + m_0}{Mm_0}$$

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \Rightarrow E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \cdot \frac{Mm_0}{M + m_0}$$

$\mu = \dfrac{Mm_0}{M + m_0}$ reprezintă masa redusă și are semnificația unei mase care ar înlocui masa electronului pe orbita de rază r în jurul unui nucleu imobil

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{\mu e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$$

$R^* = \dfrac{\mu e^4}{8ch^3\varepsilon_0^2}$ reprezintă constanta Rydberg redusă

Scanned with OKEN Scanner

$$E_n = -\frac{R^* ch}{n^2}$$

$$\frac{R^*}{R} = \frac{\mu}{m_0} = \frac{M}{M + m_0} \Rightarrow$$

$$\frac{R^*}{R} = 0{,}99945$$

Deci energiile W_n sînt mai mici cu 0,055% în valoare absolută în condiţiile în care nucleul nu este considerat imobil.

A.15. Se consideră spectrul de emisie al elementului Li^{++}. Se cere compararea energetică a acestui spectru cu spectrul hidrogenului.

REZOLVARE:

Ionul Li^{++} este un ion hidrogenoid, deoarece în urma ionizării el are un singur electron. Sarcina electrică a nucleului este $Z \cdot e$ cu $Z = 3$
Condiţia de stabilitate a electronului pe orbita staţionară va fi:

$$\frac{Z \cdot e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{m_0 v^2}{r}$$

Energia ttală $E = E_c + E_p \Rightarrow$

$$E = \frac{m_0 v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Condiţia de cuantificare a momentului cinetic orbital

$$L = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow m_0 vr = \frac{nh}{2\pi}$$

Obţinem $E = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_0 e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$

Deci $E_{nH} = -\frac{Rch}{n^2}$

$$E_{nLi} = -Z^2 \frac{Rch}{n^2}$$

$$\frac{E_{nLi}}{E_{nH}} = Z^2 = 9$$

A.16. Cu un spectrograf de înaltă rezoluţie se observă linia spectrală emisă de un sistem de atomi între două nivele pentru care momentul cinetic orbital are valorile $\sqrt{6}\hbar$ şi $2\sqrt{3}\hbar$.

Atomii sînt introduşi într-un cîmp magnetic de inducţie B. Considerînd că tranziţiile nu pot avea loc decît dacă variaţia numărului cuantic

Scanned with OKEN Scanner

magnetic, corespunzătoare nivelelor între care are loc tranziția, nu este superioară în modul unității, să se stabilească numărul de linii care vor fi observate și să se deseneze schema de nivele indicînd tranzițiile posibile.

REZOLVARE:

Utilizînd condiția de cuantificare a momentului cinetic orbital $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \Rightarrow$

$$L_1 = \sqrt{l_1(l_1+1)}\,\hbar = \sqrt{6}\,\hbar \Rightarrow l_1 = 2.$$

$$L_2 = \sqrt{l_2(l_2+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\,\hbar \Rightarrow l_2 = 3.$$

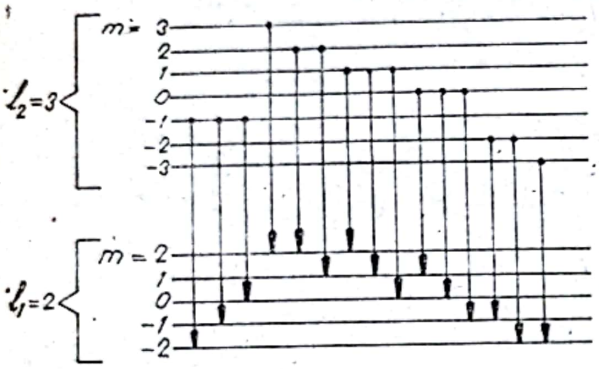


Fig. A.16R

Atomii fiind introduși în cîmp magnetic, apare în urma interacțiunii între momentul magnetic dipolar și cîmpul de inducție B o despicare a nivelului energetic caracterizat de numărul cuantic orbital l, în $2l+1$ subnivele corespunzătoare valorilor numărului cuantic magnetic m.

$l_1 = 2 \Rightarrow m = -2, -1, 0, 1, 2.$

$l_2 = 3 \Rightarrow m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.$

Pentru $\Delta m = 0, \pm 1$ sînt posibile 15 tranziții indicate în figura A.16R.

A.17. Determinați energia cinetică și viteza fotoelectronilor emiși din pătura K a atomilor de fier de către radiația $K\alpha$ a zincului. Limita benzii de absorbție K a atomului de fier este $\lambda_k = 174$ pm.

Se cunosc numerele atomice pentru Zn și Fe, $Z_1 = 30$ respectiv $Z_2 = 26$ și constanta de ecran pentru seria K a radiației X; $\sigma = 1$.

REZOLVARE:

Radiația $K\alpha$ a Zn corespunzătoare tranziției între nivelele $m = 2$; $n = 1$ are lungimea de undă dată de legea Moseley.

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = \tilde{\nu}_{mn} = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{k\alpha} = \frac{4}{3R(Z_1-1)^2} \Rightarrow \lambda_{k\alpha} = 1{,}44 \cdot 10^{-10}\ \text{m}.$$

$$\Rightarrow \nu_{k\alpha} = 2{,}08 \cdot 10^{18}\ \text{Hz}.$$

Limita benzii de absorbție K a atomului de Fe corespunde tranziției între nivelele $n = 1$; $m \to \infty$

$\Rightarrow W_{leg\ Fe} = \dfrac{hc}{\lambda}$ reprezintă energia de legătură corespunzătoare păturii K.

Scanned with OKEN Scanner

Energia cinetică a fotoelectronului emis este egală cu diferența dintre energia fotonului X incident și energia de ionizare corespunzătoare păturii K a atomului de Fe.

$$W_c = h\nu_{k\alpha} - \frac{hc}{\lambda_k} \Rightarrow W_c = 1{,}46 \text{ keV}.$$

$$W_c = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow v = 2{,}26 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A.18. Determinați tensiunea aplicată între electrozii unui tub de raze X având anticatodul din Ni, diferența lungimilor de undă între radiația $K\alpha$ și limita spectrului continuu al radiației X fiind egală cu 84 pm. Se cunoaște numărul atomic al Ni; $Z = 28$ și constanta de ecran pentru seria K a rdiației X; $\sigma = 1$.

REZOLVARE:

$$h\nu_{max} = eU \Rightarrow \nu_{max} = \frac{eU}{h}$$

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{max}} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{ch}{eu}$$

folosind legea Moseley

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = \tilde{\nu}_{mn} = R(Z - \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Radiația $K\alpha$ emisă de anticatodul de Ni are lungimea de undă corespunzătoare tranziției între nivelele $m = 2$; $n = 1$.

$$\lambda_{k\alpha} = \frac{4}{3R(Z-1)^2}; \quad \lambda_{k\alpha} - \lambda_{min} = 84 \text{ pm}.$$

$$\frac{4}{3R(Z-1)^2} - \frac{ch}{eu} = 84 \cdot 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow U = 15 \text{ kV}.$$

A.19. O picătură de ulei, electrizată, având sarcina $q = 10^{-17}$ C și densitatea $\rho = 911$ kg/m³ se află între plăcile unui condensator plan orizontal. Stabilind în condensator un cîmp omogen orientat în sus, picătura urcă cu o viteză uniformă $v_1 = 0{,}2 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$, iar schimbînd sensul cîmpului picătura coboară uniform cu $v_2 = 0{,}4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Aerul din condensator are densitatea $\rho_0 = 1{,}3$ kg/m³ și vîscozitatea dinamică $\eta = 1{,}82 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2}$. Forța de frecare între picătura de ulei și aer este dată de relația lui Stokes

$F = 6\pi\eta rv$.

Se va lua accelerația gravitației $g = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Se cer:

a) raza picăturii;
b) intensitatea cîmpului electric din condensator;
c) viteza v_3 a picăturii în lipsa cîmpului electric.

A.20. Calculați lungimea de undă de Broglie cea mai probabilă a moleculelor de hidrogen aflate în echilibru termodinamic la temperatura mediului ambiant.

A.21. Ce energie suplimentară trebuie furnizată unui electron pentru ca lungimea de undă de Broglie asociată lui să scadă de la 100 pm la 50 pm?

A.22. Un flux paralel de electroni monoenergetici cade normal pe o diafragmă prevăzută cu o fantă dreptunghiulară de lărgime $b = 0{,}1$ mm. Determinați viteza acestor electroni, știind că pe un ecran aflat la distanța $l \sim 50$ cm de fantă, se obține o figură de interferență cu interfranjă $i = 4\,\mu$m.

A.23. Evaluați cu ajutorul relației de incertitudine energia cinetică minimă a unui electron care se deplasează într-un domeniu de dimensiune $l \sim 0{,}1$ nm.

A.24. O particulă de masă m se deplasează într-un cîmp potențial unidimensional $U = \frac{KX^2}{2}$. Evaluați cu ajutorul relației de incertitudine energia minimă a particulei în acest cîmp.

A.25. Un fascicul de electroni cu energia cinetică $E_c = 10$ keV traversînd o foiță de aluminiu, formează pe un ecran un sistem de franje de difracție de forma unor cercuri concentrice.

Determinați distanța între planele reticulare, știind că maximului de ordinul 3 îi corespunde un inel de diametru $D = 3{,}2$ cm. Distanța între ecran și foița de aluminiu $l = 10$ cm.

A.26. Un fascicul paralel de atomi de hidrogen cu viteza $v = 1{,}2$ km/s, cade normal pe o diafragmă cu o fantă îngustă în spatele căreia este plasat un ecran la distanța $l = 1$ m. Evaluați cu ajutorul relației de incertitudine, lărgimea fantei, astfel încît mărimea imaginii ei pe ecran să fie minimă.

A.27. Două particule nerelativiste cu masele m_1 și m_2 au aceiași energie cinetică. Care este raportul lungimilor de undă ale undelor lor asociate?

A.28. Se cere lungimea de undă a undei asociate neutronilor termici corespunzători temperaturii 25°C.

A.29. Care este energia cinetică a unei particule a cărei lungime de undă asociată este comparabilă cu diametrul său în cazul:

a) atomului de hidrogen ($\sim 0{,}1$ nm)?
b) protonului (~ 2 fm)?

Scanned with OKEN Scanner

A.30. Un fascicul de particule încărcate electric cu masa de repaus m_0 relativiste, trec nedeviate printr-o regiune a spațiului în care există un cîmp electric E perpendicular pe direcția fasciculului și un cîmp magnetic B perpendicular atît pe direcția fasciculului cît și pe direcția cîmpului electric.

Să se arate că lungimea de undă asociată a particulelor care trec nedeviate are expresia

$$\lambda = \frac{h}{m_0 c}\sqrt{\left(\frac{cB}{E}\right)^2 - 1}$$

A.31. Pentru investigarea unui nucleu al cărui diametru este de ordinul de mărime 10^{-14} m sînt necesare particule a căror undă asociată are lungimea de undă cu cel puțin un ordin de mărime mai mică, fie 10^{-15}m

Se cere energia corespunzătoare acestei lungimi de undă pentru:

a) fotoni; b) electroni; c) neutroni.

A.32. Cu electroni avînd energiile cinetice 1 eV, 100 eV și 1000 eV este iradiat succesiv un cristal de nichel în care distanța dintre doi atomi, este 0,215 nm. Se cer:

a) lungimile de undă difractate de acest cristal (pentru care $\sin\theta < 1$) cu $n = 1$;

b) energia electronilor difractați cu $n = 1$ la unghiul $\theta = 30°$.

A.33. Se iradiază un cristal de Ni cu distanța dintre doi atomi 0,215 nm cu electroni de 300 eV și apoi cu electroni de 100 eV. În cele două figuri de difracție se observă maxime corespunzătoare diferitelor valori ale lui n. Să se calculeze valorile lui n și ale unghiului θ pentru care se obțin maxime:

a) în cazul electronilor de 300 eV;

b) în cazul electronilor de 100 eV.

A.34. Un fascicul îngust de neutroni termici de la un reactor nuclear iradiază un cristal cu distanța dintre atomi egală cu 0,016 nm. Se obține o difracție puternică ($n = 1$) pentru neutronii de 2 eV. Se cere unghiul de alunecare θ format de direcția fasciculului incident și direcția planelor reticulare.

A.35. Un fascicul de electroni de lungime de undă λ a undei asociate trece printr-o fantă cu deschiderea Δx. Ca urmare a difracției, apare în fascicul o împrăștiere caracterizată prin unghiul θ. Variația Δp a impulsului p al electronilor se află în direcția x, paralelă cu direcția pe care s-a măsurat deschiderea Δx a fantei. Unghiul θ este dat de raportul $\frac{\Delta p}{p}$.

Să se arate că expresia lui θ este: $\theta = \dfrac{\lambda}{2\pi\Delta x}$

Aplicație:

$$\lambda = 10^{-5}\text{ m}; \quad \Delta x = 10^{-4}\text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

A.36. Lungimea de undă a unui foton este măsurată cu o nedeterminare

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-6}$$

Se cere nedeterminarea Δx la măsurarea simultană a poziţiei fotonului pentru:

a) un foton cu $\lambda = 500$ nm.;
b) un foton X cu $\lambda = 0{,}1$ nm.;
c) un foton γ cu $\lambda = 10^{-15}$ m.

A.37. Un atom cu diametrul 10^{-10} m este investigat pentru localizarea unui electron în interiorul său. În scopul obţinerii unei nedeterminări a poziţiei electronului de 10^{-11} m se folosesc fotoni cu $\lambda = 10^{-10}$ m Se cer:

a) energia fotonului cu această lungime de undă
b) nedeterminarea asupra impulsului electronului.

A.38. Viteza unei particule este măsurată cu o incertitudine de 10^{-7} m/s. Se cere nedeterminarea cu care particula poate fi localizată simultan în lungul direcţiei de deplasare:

a) în cazul unui proton; b) în cazul unui electron.

A.39. Un atom de hidrogen primeşte într-o ciocnire cu o particulă energia $W = 150$ eV. Energia de legătură are valoarea 13,6 eV. După desfacerea atomului protonul are energia cinetică 76 eV. Se cere energia cinetică a electronului.

A.40. Între constituenţii atomului de hidrogen, protonul şi electronul, există o forţă electrică coulombiană şi una gravitaţională.

a) Să se arate că raportul dintre forţa electrică şi forţa gravitaţională nu depinde de distanţa r.

b) Să se calculeze valoarea acestui raport.

A.41. Într-un gaz de hidrogen atomii sînt ionizaţi şi datorită recombinării apar liniile spectrale de emisie. Seria Balmer rezultă din tranziţiile electronilor pe nivelul $n = 2$ a cărui energie în valoare absolută este de 3,4 eV. Se cere energia electromagnetică emisă la ocuparea acestui nivel de către un electron exterior cu energia cinetică:

a) 0 eV; b) 5 eV; c) 10 eV.

Să se calculeze frecvenţa radiaţiilor emise în cele 3 cazuri şi să se precizeze domeniul din spectru, ţinînd seama că domeniul vizibil se întinde pînă la $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

A.42. Într-un atom de hidrogen are loc tranziţia de la starea cu $n = 10$ la aceea cu $n = 1$. Se cere:

a) energia, impulsul şi lungimea de undă a fotonului emis;
b) viteza de recul a atomului la emisia fotonului.

A.43. Durata medie a unei stări excitate într-un atom este 10^{-8}s. Se cere numărul de revoluţii pe care electronul le execută în jurul nucleului, pe baza teoriei lui Bohr, în cazul primei stări excitate a hidrogenului înainte de a trece în starea fundamentală.

Scanned with OKEN Scanner

A.44. Să se calculeze valoarea celei mai mici și a celei mai mari lungimi de undă ale liniilor hidrogenului din

a) seria Lyman; b) seria Balmer; c) seria Paschen.

A.45. Un atom de hidrogen este într-o stare excitată pentru care energia de legătură a electronului de proton este 1,51 eV. Atomul execută o tranziție la o stare pentru care energia de excitare este 10,18 eV. Se cere energia fotonului emis.

A.46. Fie un recipient cu gaz compus din 6000 atomi de hidrogen, aflați la momentul inițial toți în stare energetică caracterizată prin $n = 4$; urmează apoi trecerea atomilor în stări energetice mai coborîte prin tranziții către $n < 4$. Se cer:

a) numărul liniilor spectrale observate în urma traziților spre stări $n < 4$;

b) numărul total al fotonilor emiși de acest gaz, cînd toți atomii au ajuns în starea fundamentală și presupunînd, pentru simplificare, că toate tranzițiile sînt la fel de probabile.

A.47. O flacără cu hidrogen este vizibilă datorită seriei Balmer. Energia cinetică minimă a atomilor de hidrogen care pot produce prin ciocnire excitarea unuia din atomi în vederea emisiei liniei $H\alpha$ este 6,1 eV.

La temperatura flăcării există o mică fracțiune de atomi care au viteza corespunzătoare energiei cinetice de 6,1 eV. Dacă această viteză este de 4 ori mai mare decît viteza cea mai probabilă pentru atomii de hidrogen la temperatura flăcării, să se calculeze temperatura flăcării.

Conform legii de distribuție, energia corespunzătoare vitezei cele mai probabile $\frac{mv_p^2}{2}$, este egală cu KT.

A.48. Doi atomi de hidrogen aflați în starea fundamentală se ciocnesc. Dacă ambii atomi se deplasează cu viteze egale și dacă ciocnirea este centrică, se cere energia cinetică minimă a fiecărui atom (în funcția de energia de ionizare W_i a atomului de hidrogen) necesară pentru a trece unul din atomi în prima stare excitată. Dacă unul din atomi este în repaus, se cere energia cinetică minimă a celui care se mișcă, pentru a trece unul din atomi în prima stare excitată.

A.49. Un ansamblu de atomi de hidrogen, aflați în stare fundamentală sînt bombardați și ca urmare, sînt emise liniile spectrale cu lungimi de undă mai mici decît aceea a celei de a treia linii din seria Lyman. Se cere energia cinetică minimă a particulelor proiectil dacă acestea sînt:

a) electroni monoenergetici; b) fotoni monoenergetici; c) atomi de hidrogen în starea fundamentală.

A.50. Care este energia cinetică minimă a electronilor care pot produce ciocniri neelastice cu atomi de He simplu ionizați aflați în starea fundamentală?

A.51. Să se calculeze raza și viteza electronului pentru prima orbită Bohr a litiului dublu ionizat și să se compare aceste valori cu acelea pentru hidrogen.

Scanned with OKEN Scanner

A.52. Dubletul sodiului corespunzător tranziției $3p - 3s$ este format din radiații cu lungimile de undă de 589 nm, respectiv 589,56 nm. Calculați în eV valoarea dedublării.

A.53. În spectrul hidrogenului atomic sînt cunoscute lungimile de undă a trei radiații: 97,26 nm; 102,58 nm și 121,57 nm. Determinați lungimile de undă ale altor radiații din spectru care pot fi prevăzute pornind de la aceste trei radiații.

A.54. O particulă de masă m descrie o orbită circulară într-un cîmp potențial cu simetrie centrală $U(r) = \frac{Kr^2}{2}$. Determinați cu ajutorul condiției de cuantificare a lui Bohr razele admisibile pentru orbite și nivelele energetice ale particulei.

A.55. Calculați pentru un atom de hidrogen și pentru un ion He^+:

a) raza primei orbite Bohr și viteza electronului pe această orbită;

b) energia cinetică și energia de legătură a unui electron în stare fundamentală;

c) energia de ionizare și lungimea de undă a radiației corespunzătoare tranziției $(n' = 2 \rightarrow n = 1)$.

A.56. Calculați viteza unghiulară a electronului pe cea de a doua orbită Bohr a ionului de He^+.

A.57. Calculați și reprezentați într-o scară de lungimi de undă, intervalele spectrale conținînd seriile Lyman, Balmer și Paschen pentru hidrogenul atomic

A.58. Cărui element îi aparține un spectru hidrogenoid în care lungimile de undă ale radiațiilor sînt de patru ori mai mici decît cele ale hidrogenului atomic?.

A.59. Cîte radiații spectrale emite hidrogenul atomic excitat pe nivelul energetic caracterizat prin numărul cuantic principal n.

A.60. Determinați numărul cuantic n corespunzător stării excitate a ionului He^+, dacă trecînd în starea fundamentală, acest ion a emis consecutiv doi fotoni cu lungimile de undă 108,5 nm, respectiv 30,4 nm.

A.61. Calculați constanta Rydberg știind că pentru ionii de He^+ diferența lungimilor de undă ale primelor radiații din seriile Balmer și Lyman este $\Delta\lambda = 133{,}7$ nm.

A.62. Pentru ce ion hidrogenoid diferența lungimilor de undă ale primelor radiații din seria Balmer respectiv Lyman este de 59,3 nm?

A.63. Determinați lungimea de undă a primei radiații dintr-o serie spectrală a ionilor de He^+ astfel încît intervalul între radiațiile externe să fie

$$\Delta\omega = 5{,}18\ 10^{15}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

A.64. Calculaţi pentru hidrogen şi deuteriu cu cît diferă:
a) energia de legătură în starea fundamentală,
b) lungimea de undă a primei radiaţii din seria Lyman.

A.65. a) Să se estimeze numărul liniilor spectrale din seriile Lyman, Balmer, etc. care pot fi emise de atomii de hidrogen care se găsesc într-un tub de descărcare la presiunea $p = 666{,}5\ \mathrm{N/m^2}$ şi temperatura $T = 300\ \mathrm{K}$.

b) Să se calculeze numărul total de linii care se emit.

Se dau: $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$; $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{F}}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$; $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; $K = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$

Se consideră că fiecare atom de hidrogen ocupă un volum de forma unui cub.

A.66. În molecula de HCl, atomii nefiind legaţi rigid, se poate asimila molecula cu un sistem mecanic format din două puncte materiale de mase m_1, respectiv m_2 cuplate printr-un resort de masă neglijabilă avînd constanta elastică K. Să se calculeze frecvenţa de oscilaţie a celor două puncte materiale.

A.67. Un dispozitiv interferenţial Young este iluminat cu o radiaţie monocromatică emisă de atomi de hidrogen. Cunoscînd distanţa dintre cele două fante $a = 1$ mm, distanţa pînă la ecranul de observare $D = 1$ m şi mărimea interfranjei $i = 0{,}6561$ mm să se determine lungimea de undă a radiaţiei monocromatice.

Să se precizeze cărei tranziţii din atomul de hidrogen corespunde radiaţia utilizată.

A.68. Să se calculeze momentul cinetic al unui electron ce se mişcă pe o orbită $3p$.

A.69. Să se calculeze în magnetoni Bohr, momentul magnetic orbital, pentru electronii $2s$, $2p$ şi $3p$ ai atomului de hidrogen.

A.70. Care sînt unghiurile de cuantificare spaţială a unui electron $4f$?

A.71. Să se calculeze inducţia magnetică a cîmpului, necesară pentru a produce o despicare Zeeman de 10^{-6} eV, a nivelului $2p$.

A.72. Care sînt unghiurile pe care poate să le facă spinul electronului $2p$ cu perpendiculara la planul traiectoriei orbitale?

A.73. Să se determine variaţia momentului cinetic orbital al electronului prin trecerea acestuia din starea excitată în starea fundamentală a atomului de hidrogen, ştiind că se emite o radiaţie a cărei lungime de undă este $\lambda = 972{,}5 \cdot 10^{-10}$ m.

Scanned with OKEN Scanner

A.74. Prin trecerea atomului de hidrogen din starea excitată în starea fundamentală, momentul magnetic variază cu doi magnetoni Bohr. Să se determine lungimea de undă a radiației emise.

A.75. În atomul excitat de He unul din electroni se află în starea p, iar cel de al doilea se află în starea d. Să se determine valorile numărului cuantic orbital și momentul cinetic orbital al electronilor.

A.76. Un gaz format din atomi de hidrogen în stare fundamentală este excitat cu o radiație monocromatică.
Ca rezultat al excitării spectrul emis este format din trei linii spectrale distincte. Folosind modelul atomic al lui Bohr să se calculeze energia radiației ce a excitat gazul și lungimile de undă ale liniilor spectrale emise.

A.77. La studiul spectrului hidrogenului obținut cu ajutorul unei rețele de difracție, avînd constanta $d = 19{,}44 \cdot 10^{-7}$ m se observă că una din liniile spectrale ale seriei Balmer de ordinul doi corespunde unghiului $\varphi = 30°$.

Să se determine cărei tranziții îi corespunde această radiație.

A.78. Să se calculeze de cîte ori se va mări raza orbitei electronului atomului de hidrogen, ce se află în starea fundamentală și care a fost adus în starea excitată cu o cuantă de energie de $12{,}09 \cdot 10^{-6}$ MeV. Care va fi numărul cuantic al stării excitate în care se află?

A.79. Să se calculeze raza orbitei electronului atomului de hidrogen știind că prin tranziția electronului de pe această orbită pe nivelul $n = 2$ se emite o cuantă de lungime de undă $\lambda = 48{,}7 \cdot 10^{-8}$ m.

A.80. Pe suprafața unui cristal sub unghiul de tangență $\theta = 60°$ cade un fascicul monocromatic de electroni. Știind că după reflexie dau imagini de interferență de ordinul unu, să se calculeze viteza electronilor. Distanța dintre planele cristaline este egală cu $2 \cdot 10^{-10}$ m.

A.81. Asupra unei fante înguste cu deschiderea 10^{-6} m este îndreptat un fascicul paralel de electroni a cărui viteză $v = 3{,}65 \cdot 10^{6}$ m/s. Avînd în vedere natura corpuscular ondulatorie a electronilor, să se determine distanța dintre două maxime consecutive ale imaginii de interferență obținută pe un ecran situat la distanța $D = 10^{-1}$ m în raport cu fanta.

A.82. Un electron ce se deplasează cu viteza $v_0 = 6.10^{6}$ m/s pătrunde într-un cîmp electric omogen cu intensitatea $E = 5$ V/cm și este accelerat. Ce distanță trebuie să parcurgă electronul pentru ca lungimea de undă asociată să fie $\lambda = 10^{-10}$ m?

A.83. Un fascicul monoenergetic de electroni accelerați sub o diferență de potențial $U = 120$ V, cade perpendicular pe o foiță de aluminiu. Pe un ecran fluorescent ce se află la o distanță $X = 0{,}1$ m față de foiță, se formează un sistem de inele concentrice. Diametrul inelului corespunzător reflexiei de ordinul întîi, dat de familia de plane cu distanța d este $D = 4 \cdot 10^{-2}$ m. Să se determine distanța dintre planele cristaline.

Scanned with OKEN Scanner

A.84. Să se determine viteza maximă a electronilor ce cad pe anticatodul unui tub de raze X știind că limita spectrului continuu corespunde lungimii de undă $\lambda = 10^{-9}$ m.

A.85. Să se determine limita spectrului continuu a radiației X știind că pe un tub se aplică o tensiune egală cu $3 \cdot 10^4$V.

A.86. Studiind spectrul caracteristic de radiații X emis de anticatodul unui tub, se constată că $\lambda_{k\alpha} = 76 \cdot 10^{-12}$ m. Din ce element este confecționat anticatodul? Constanta de ecran $\sigma = 1$.

A.87. Lungimea de undă $\lambda_{k\alpha}$ din spectrul caracteristic al radiațiilor X date de molibden este egală cu $708 \cdot 10^{-13}$ m. Să se calculeze lungimea de undă $\lambda_{k\alpha}$ din spectru caracteristic de radiații X al argintului.

$$Z_{Mo} = 42\,;\ Z_{Ag} = 47$$

A.88. Pentru tensiunea de 62 kV aplicată unui tub de raze X, limita spectrului continuu este egală cu $2 \cdot 10^{-11}$ m. Considerînd sarcina electronului și viteza luminii ca fiind cunoscute, să se determine constanta Planck.

A.89. Un fascicul de raze X cade pe un monocristal de NaCl. Maximul de reflexie de ordinul întîi se observă sub unghiul de tangență $\theta = 4{,}1°$. Cunoscînd distanța planelor reticulare $d = 0{,}28$ nm, calculați tensiunea aplicată între electrozii tubului.

A.90. Un fascicul monocromatic de raze X cu lungimea de undă $\lambda = 1{,}3$ Å cade normal pe o rețea plană, ale cărei noduri sînt așezate în vîrfurile unor pătrate. Pe un ecran situat la distanța $L = 10$ cm de rețea și așezat paralel cu rețeaua, apar maxime de interferență dintre care cele mai apropiate se găsesc la distanța $i = 2$ cm de pata centrală.

Să se calculeze constanta rețelei.

A.91. Calculați lungimea de undă a radiației $K\alpha$ a cuprului ($Z = 29$), cunoscînd că lungimea de undă a radiației $K\alpha$ a fierului ($Z = 26$), este de 193 pm.

A.92. Cîte elemente se găsesc în sistemul periodic între elementele ale căror radiații $K\alpha$ au lungimile de undă de 250 pm respectiv 179 pm.

Pentru radiația $K\alpha$ constanta de ecran $\sigma = 1$.

A.93. Calculați cu ajutorul legii Moseley:

a) lungimea de undă a radiației $K\alpha$ pentru aluminiu și cobalt.

b) diferența energiilor de legătură ale electronilor K și L pentru vanadiu.

A.94. Un tub de raze X cu anticatodul din aluminiu produce un spectru continuu în care lungimea de undă limită este egală cu 0,5 nm. Se va putea observa seria K a spectrului caracteristic?

Potențialul de excitare al seriei K este de 1,56 kV.

A.95. Cînd tensiunea între electrozii unui tub de raze X crește de la $U_1 = 10$ kV la $U_2 = 20$ kV, intervalul de lungimi de undă cuprins între radiația $K\alpha$ și limita sectrului continuu crește de $n = 3$ ori.

Aflați elementul din care este făcut anticatodul tubului.

Scanned with OKEN Scanner

A.96. Pentru ce metal diferența pulsațiilor corespunzătoare limitei seriilor K și L din spectrul radiațiilor X, este egală cu $\Delta\omega = 6{,}85\ 10^{18}$ rad/s? Constanta de ecran are valoarea $\sigma = 1$ pentru seria K și $\sigma = 7$ pentru seria L.

A.97. Calculați energia de legătură pentru electronul K al vanadiului. Lungimea de undă minimă din serie L este $\lambda_L = 2{,}4$ nm.

A.98. Între electrozii unui tub Coolidge se aplică o diferență de potențial de $4 \cdot 10^4$ V. Electronii părăsesc catodul cu viteză neglijabilă.

1) Calculați frecvența și lungimea de undă limită a spectrului continuu de raze X.

2) Anticatodul nu este prevăzut cu dispozitiv de răcire. În timpul funcționării variația de temperatură nu poate depăși 800°C. Să se calculeze durata maximă de funcționare în condițiile în care radiația X preia 2% din energia totală.

Intensitatea curentului în tub este de 30 mA, iar capacitatea calorică a anticatodului este de 15 J/K.

3) Anticatodul este prevăzut cu un sistem de răcire. Care este debitul volumic de apă necesar pentru ca variația de temperatură a apei după trecerea prin anticatod să nu depășească 50°C.

4) Calculați viteza cu care electronii lovesc anticatodul în aproximația nerelativistă și ținînd cont de efectele relativiste.

A.99. Într-un tub de raze X electronii sosesc pe anticatod cu viteza de 30000 km/s.

Intensitatea curentului anodic este de 10^{-3} A.

Calculați:

1) Numărul de electroni care sosesc pe anticatod într-un minut.

2) Energia primită de anticatod în acest timp.

3) Valoarea minimă a tensiunii necesară pentru a se obține raze X cu lungimea de undă de 0,2 Å.

A.100. Între electrozii unui tub de raze X se aplică o diferență de potențial de $5 \cdot 10^4$ V.

1) Calculați viteza cu care electronii sosesc pe anticatod neglijînd viteza cu care au fost emiși de catod.

2) Calculați frecvența și lungimea de undă limită pentru razele X din spectrul continuu.

3) Intensitatea curentului din circuit fiind de 30 mA, calculați numărul de electroni care sosesc pe anticatod în 10 s.

4) Radiația X preia 4% din energia totală a electronilor care sosesc pe anticatod, restul producînd încălzirea acestuia. Calculați variația de temperatură a anticatodului după 10s. Anticatodul are masa de 50 g și căldura specifică de 420 J/kgK.

5) Anticatodul este răcit cu apă. Apa intră în anticatod la temperatura de 15°C și iese la 50°C. Calculați volumul de apă care traversează anticatodul în timp de 1 h, presupunînd că apa preia toată energia care nu a fost radiată sub formă de raze X.

Scanned with OKEN Scanner

FIZICA NUCLEARĂ

N.1. Determinați energia de legătură a unui nucleu avînd același număr de protoni și de neutroni. Raza acestui nucleu este de 1,5 ori mai mică decît raza nucleului $^{27}_{13}Al$.

Raza nucleului este dată de relația $R = 1{,}3 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$ (m)

REZOLVARE

Calculăm raza nucleului de Al:

$$R_{Al} = 1{,}3 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{27} \Rightarrow R_{Al} = 3{,}9 \cdot 10^{-15}\text{m}$$

$$\Rightarrow R = \frac{R_{Al}}{1{,}5} \Rightarrow R = 2{,}6 \cdot 10^{-15}\ \text{m}$$

$R = 1{,}3 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{A} \Rightarrow \sqrt[3]{A} = 2 \Rightarrow A = 8$ numărul de masă al nucleului necunoscut $Z = N \Rightarrow Z = 4$, $N = 4$ deci nucleul necunoscut este $^{8}_{4}Be$.

Masa atomului neutru $^{8}_{4}Be$: $M = 8{,}00531$ u

Masa atomului de hidrogen: $m_H = 1{,}00783$ u

Masa neutronului: $m_n = 1{,}00867$ u

Calculăm energia de legătură a nucleului $^{8}_{4}Be$

$$W_l = [Z_H + Nm_n - M]\, c^2$$

$$W_l = 56{,}532 \text{ MeV}$$

N.2. Într-un spectometru de masă se face analiza izotopilor naturali ai oxigenului $^{16}_{8}O$, $^{17}_{8}O$, $^{18}_{8}O$. Ionii ionizați ai atomilor de oxigen sînt

accelerați inițial de tensiunea electrică $U' = 2000$ V și pătrund într-un condensator paralel cu plăcile sale.

Lungimea condensatorului este $l = 10$cm, distanța între plăci $d = 5$ cm și tensiunea electrică aplicată între plăci $U'' = 1000$ V.

La ieșirea din condensator, după parcurgerea spațiului $L = 20$ cm, fascicolul de ioni pătrunde într-un cîmp magnetic $B = 0{,}1$ T, perpendicular pe planul figurii. Se cere :

a) distanța față de direcția fasciculului inițial, la care trebuie situată fanta de intrare a fasciculului în cîmpul magnetic ;

b) mărimea vitezei cu care ionii de oxigen pătrund în cîmpul magnetic ;

c) distanța b între urmele lăsate pe placa fotografică OP de către ionii de oxigen 16 și 18.

REZOLVARE:

a) Ionii pătrund în condensator cu viteza $v_0 = \sqrt{\frac{2eU'}{m}}$. În cîmp ionii se deplasează sub acțiunea forței electrice $\frac{eU''}{d}$ care le imprimă o accelerație transversală $a = \frac{eU''}{md}$. Mișcarea între plăcile condensatorului se efectuează în timpul $t = \frac{l}{v_0}$.

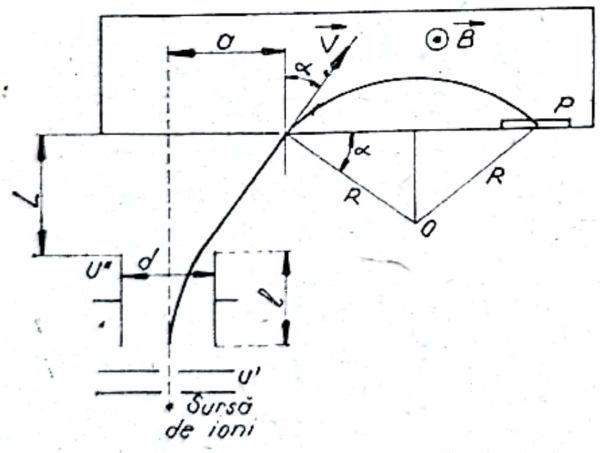


Fig. N. 2R

Deci în timpul mișcării în cîmp, ionii sînt deviați de la direcția inițială cu distanța

$$X = \frac{at^2}{2} \Rightarrow X = \frac{eU''l^2}{2md\,v_0^2} = \frac{l^2U''}{4dU'}$$

La ieșirea din condensator viteza $\vec{v}$ este îndreptată sub unghiul α față de direcța fasciculului incident, mișcarea ionului devenind o mișcare rectilinie uniformă.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_t}{v_0} = \frac{U''}{2d\,U'} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 0{,}5$$

Deviația fasciculului pe distanța L va fi $L \operatorname{tg} \alpha$

$$a = X + L\operatorname{tg}\alpha = \frac{lU''}{2dU'}\left(\frac{l}{2} + L\right)$$

$a = 12{,}5$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

b) viteza ionilor la intrarea în cîmpul magnetic este egală cu viteza ionilor la ieșirea din armăturile condensatorului :

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_t^2} = \sqrt{v_0^2 + a^2t^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{e}{m}\left(2U' + \frac{l^2\,U''^2}{2d^2U'}\right)} \Rightarrow$$

$$v = 6{,}94 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{l}{A}}\ \text{m/s}$$

c) În cîmpul magnetic ionii se deplasează pe traiectorii circulare de rază

$$R = \frac{mv}{eB}$$

pentru izotopul $^{16}_{8}O$ din relația de la punctul b se obține $v' = 1{,}735 \cdot 10^5$ m/s iar pentru izotopul $^{18}_{8}O$ se obține

$$v'' = 1{,}635 \cdot 10^5 \text{ m/s}.$$

Obținem razele traiectoriilor pe care se deplasează cei doi ioni :

$$R' = 0{,}29 \text{ m}; \qquad R'' = 0{,}31\text{m}$$

Din figură se obține distanța b

$$b = 2(R'' - R')\cos\alpha = \frac{2(R'' - R')}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\alpha}}.$$

N.3. Calculați :

a) energia medie de legătură pe nucleon în nucleul $^{16}_{8}O$;

b) energia de legătură a neutronului și a particulei α în nucleul $^{11}_{5}B$.

Se dau masele atomilor neutrii :

$M_{^{16}_{O}} = 15{,}99491$ u ; $\quad m_H = 1{,}00783$ u

$M_{^{11}_{B}} = 11{,}0093$ u ; $\quad M_{^{10}_{B}} = 10{,}01294$ u

$M_{^{4}_{He}} = 4{,}0026$ u ; $\quad M_{^{7}_{Li}} = 7{,}01601$ u

masa neutronului $m_n = 1{,}00867$ u.

REZOLVARE :

a) $Z = 8$; $\quad A - Z = 8$

$$B = \frac{We}{A} = \frac{[Zm_H + (A - Z)\,m_n - M_{^{16}_{O}}]\,c^2}{A}$$

$$We = 127{,}6993 \text{ MeV} \Rightarrow B = 7{,}9812\ \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}$$

Scanned with OKEN Scanner

b) ${}^{11}_{5}B \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{10}_{5}B$

$$W_l^n = (m_n + M_{10_B} - M_{11_B})c^2$$

$$\Rightarrow W_l^n = 11{,}466 \text{ MeV}$$

$${}^{11}_{5}B \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{7}_{3}Li$$

$$W_l^\alpha = [M_{4_{He}} + M_{7_{Li}} - M_{11_B}]c^2$$

$$\Rightarrow W_l^\alpha = 8{,}6722 \text{ MeV}$$

N.4. Calculați energia necesară pentru a descompune nuceul ${}^{20}_{10}Ne$ în două particule α și un nucleu de ${}^{12}_{6}C$, cunoscînd energiile de legătură medii pe nucleon

$$B_{Ne} = 8{,}03 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}, \qquad B_\alpha = 7{,}07 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}$$

$$B_C = 7{,}68 \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}$$

REZOLVARE:

$${}^{20}_{10}Ne \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\alpha + {}^{12}_{6}C$$

Fie: $Z_1 = 10$; $Z_2 = 2$; $Z_3 = 6$

$A_1 = 20$; $A_2 = 4$; $A_3 = 12$

Calculăm energia de reacție:

$$Q = (M_{Ne} - 2M_{He} - M_C)\,c^2$$

Obținem masele atomilor scriind energia de legătură a nucleelor:

$$W_{lNe} = [Z_1 m_H + (A_1 - Z_1)m_n - M_{Ne}]\ c^2$$

$$\Rightarrow M_{Ne} = Z_1 m_H + (A_1 - Z_1)m_n - \frac{W_{lNe}}{c^2}$$

$$W_{lHe} = [Z_2 m_H + (A_2 - Z_2)m_n - M_{He}] \cdot c^2$$

$$\Rightarrow M_{He} = Z_2 m_H + (A_2 - Z_2)m_n - \frac{W_{lNe}}{c^2}$$

$$W_{lC} = [Z_3 m_H + (A_3 - Z_3)m_n - M_C]\,c^2$$

$$\Rightarrow M_C = Z_3 m_H + (A_3 - Z_3)m_n - \frac{W_{lC}}{c^2}$$

$$Q = \left[(Z_1 - 2Z_2 - Z_3)m_H + (A_1 - Z_1 - 2A_2 + 2Z_2 - A_3 + Z_3)m_n - \right.$$

$$\left. - \frac{W_{lNe}}{c^2} + \frac{2W_{lHe}}{c^2} + \frac{W_{lC}}{c^2}\right] c^2$$

Scanned with OKEN Scanner

Dar $Z_1 = 2Z_2 + Z_3$; $A_1 = 2A_2 + A_3$

$$Q = \left[-\frac{W_{iNe}}{c^2} + \frac{2W_{iHe}}{c^2} + \frac{W_{iC}}{c^2} \right] c^2$$

$$\Rightarrow Q = 2W_{iHe} + W_{iC} - W_{iNe}$$

$$\Rightarrow Q = 2A_2B_\alpha + A_3B_C - A_1B_{Ne}$$

$$\Rightarrow Q = -11{,}88 \text{ MeV}$$

Deci energia minimă necesară pentru a descompune nucleul de Ne este

$$W = |Q| = 11{,}88 \text{ M V}$$

N.5. Calculaţi energia de reacţie în reacţia $^{14}_{7}N(\alpha, p)\,^{17}_{8}O$ cunoscînd energia cinetică a particulelor α incidente $E_\alpha = 4$ MeV şi energia cinetică a protonilor emişi sub unghiul $\theta = 60°$ faţă de direcţia particulelor incidente $E_p = 2{,}09$ MeV.

Masele atomilor neutri:

$$M_{^4He} = 4{,}0026 \text{ u}, \quad M_{^1H} = 1{,}00783 \text{ u}, \quad M_{^{17}O} = 16{,}99913 \text{ u}$$

REZOLVARE:

Pentru a calcula masele nucleelor, se scade din masa atomului neutru masa electronilor.

Masa electronului este $m_0 = 0{,}00055$ u

$$^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{17}_{8}O$$

$$Q = \left(1 + \frac{M_p}{M_{^{17}O}}\right) E_p - \left(1 - \frac{M_\alpha}{M_{^{17}O}}\right) E_\alpha - \frac{2}{M_{^{17}O}} \sqrt{M_\alpha M_p E_\alpha E_p} \cos\theta$$

$$\Rightarrow Q = -1{,}2 \text{ MeV}$$

Dacă se cunoaşte şi masa izotopului $^{14}_{7}N$

$$M_{^{14}N} = 14{,}00307 \text{ u}$$

$$Q = (M_{^{14}N} + M_{^4He} - M_H - M_{^{17}O})c^2$$

$$\Rightarrow Q = -1{,}2 \text{ MeV}$$

N.6. Un neutron ciocneşte elastic un deutron aflat în repaus. Calculaţi fracţiunea din energia iniţială pierdută de neutron:

a) în cazul ciocnirii centrale;

b) în cazul difuziei sub un unghi drept.

Masa neutronului $m = 1{,}00867$ u

Masa nucleului de deuteriu $M = 2{,}014045$ u

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

a) Scriem legile de conservare ale impulsului și ale energiei cinetice :

$$\begin{cases} mv = mv_1 + Mv_2 \\ \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{Mv_2^2}{2} \Rightarrow v_1 = \dfrac{v(m-M)}{m+M} \end{cases}$$

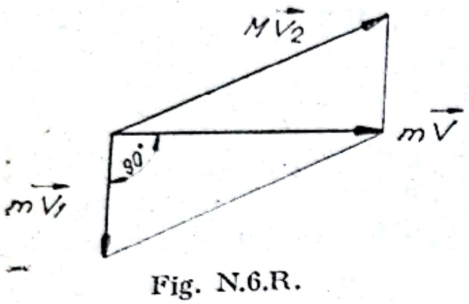


Fig. N.6.R.

$$\Delta E_n = \frac{mv^2}{2} - \frac{m}{2}\left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2 \cdot v^2;$$

$$E_n = \frac{mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta E_n = E_n \frac{4mM}{(m+M)^2}$$

$$\eta = \frac{\Delta E_n}{E_n} \Rightarrow \eta = \frac{4mM}{(m+M)^2} \Rightarrow \eta \doteq 0{,}8893$$

b) $\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow M^2v_2^2 = m^2v^2 + m^2v_1^2$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{M-m}{M+m}v^2 \Rightarrow \Delta E_n = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{M-m}{M+m}$$

$$\Rightarrow \Delta E_n = E_n \frac{2m}{M+m} \Rightarrow \eta = \frac{\Delta E_n}{E_n}$$

$$\eta = \frac{2m}{M+m} \Rightarrow \eta = 0{,}6673$$

N.7. Determinați unghiul maxim sub care poate fi difuzat un deuteron în urma ciocnirii elastice cu un proton inițial în repaus.

Masa protonului $m = 1{,}00728$ u ; Masa deutronului $M = 2{,}014045$ u

REZOLVARE

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ conform legii conservării impulsului :

$\vec{p}_2 = \vec{p} - \vec{p}_1$

Scanned with OKEN Scanner

$$p_2^2 = p^2 + p_1^2 - 2pp_1 \cos\theta$$

$$p^2 = 2mE \Rightarrow 2mE_2 = 2ME + 2ME_1 - 2.2\sqrt{M^2EE_1}\cdot\cos\theta$$

Ciocnirea fiind elastică energia cinetică se conservă

$$E = E_1 + E_2 \Rightarrow E_2 = E - E_1$$

Obținem: $E\left(\frac{m}{M} - 1\right) - E_1\left(\frac{m}{M} + 1\right) = -2\sqrt{EE_1}\cos\theta$

și ridicînd la pătrat

$$\left(\frac{m}{M} + 1\right)^2 E_1^2 - 2E\cdot\left[\left(\frac{m}{M} + 1\right)\cdot\left(\frac{m}{M} - 1\right) + 2\cos^2\theta\right]E_1 + E^2\left(\frac{m}{M} - 1\right)^2 = 0$$

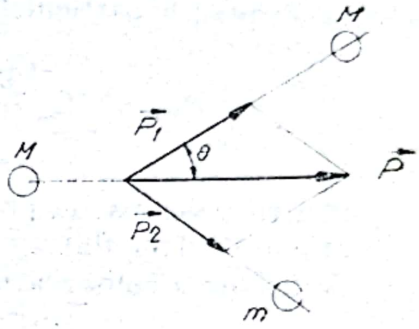


Fig. N. 7 R.

pentru ca ecuația să admită soluție $\Delta \geqslant 0$

$$\Delta = E^2\cdot\left[\left(\frac{m^2}{M^2} - 1 + 2\cos^2\theta\right)^2 - \left(\frac{m}{M} + 1\right)^2\left(\frac{m}{M} - 1\right)^2\right]$$

$$\Delta = 4E^2\cos^2\theta\cdot\left(\frac{m^2}{M^2} - 1 + \cos^2\theta\right)$$

$$\Delta \geqslant 0 \Rightarrow \cos^2\theta - 1 + \frac{m^2}{M^2} \geqslant 0$$

Dacă θ este maxim, cos θ este minim

$$\Rightarrow \cos^2\theta_m - 1 + \frac{m^2}{M^2} = 0 \Rightarrow 1 - \sin^2\theta_m + \frac{m^2}{M^2} - 1 = 0$$

$$\sin\theta_m = \frac{m}{M} \Rightarrow \sin\theta_m = 0{,}50012$$

$$\Rightarrow \theta_m = 30^\circ$$

N.8. Calculați energia cinetică de prag a unei particule α pentru reacția nucleară ${}_3^7\mathrm{Li}(\alpha, n)\ {}_5^{10}\mathrm{B}$.

Care va fi viteza nucleului de ${}_5^{10}\mathrm{B}$?

Scanned with OKEN Scanner

Masele atomilor neutri: $M_{_{4_{He}}} = 4{,}0026$ u; $M_{_{7_{Li}}} = 7{,}01601$ u; $M_{_{10_B}} = 10{,}01294$ u; Masa neutronului $M_n = 1{,}00867$ u

REZOLVARE:

$$^4_2\alpha + {}^7_3\mathrm{Li} \Rightarrow {}^1_0n + {}^{10}_5\mathrm{B}$$

Calculăm energia de reacție

$$Q = (M_{He} + M_{Li} - M_n - M_B)c^2 \Rightarrow Q = -2{,}7945 \text{ MeV}$$

Energia de prag a particulei α va fi:

$$E_{prag} = |Q| \frac{M_\alpha + M_{Li}}{M_{Li}} \Rightarrow E_{prag} = 4{,}388 \text{ MeV}$$

Pentru valoarea de prag a energiei cinetice a proiectilului unghiul de difuzie al neutronului $\theta = 0$.

$\Rightarrow$ din legea conservării impulsului $p_\alpha = p_n + p_B$

$$\Rightarrow p_n = p_\alpha - p_B$$

$$Q = E_n + E_B - E_{prag} \Rightarrow$$

$$Q + E_{prag} = \frac{p_n^2}{2M_n} + \frac{p_B^2}{2M_B}$$

$$Q + E_{prag} = \frac{(p_\alpha - p_B)^2}{2M_n} + \frac{p_B^2}{2M_B}$$

$$\Rightarrow (M_B + M_n)\, p_B^2 - 2\sqrt{2M_\alpha \cdot E_{prag}}\, M_B p_B + 2M_B M_\alpha \cdot E_{prag} -$$

$$- 2M_n M_B (Q + E_{prag}) = 0$$

se obține $p_B = 8{,}77 \cdot 10^{-20} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

$$p_B = M_B v_B \Rightarrow v_B = \frac{p_B}{M_B} = 5{,}27 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

N.9. Admițând că la fisiunea unui nucleu de $^{235}_{92}\mathrm{U}$ se eliberează o energie de 200 MeV, calculați:

a) energia degajată la fisiunea unui kilogram din izotopul $^{235}_{92}\mathrm{U}$ și masa de cărbune cu puterea calorică $q = 3 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ care degajă prin ardere aceiași energie;

b) masa de $^{235}_{92}U$ fisionată în timpul exploziei unei bombe atomice echivalentă cu 30 kt de trotil, echivalentul termic al acestuia fiind $q = 4{,}1 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}$

REZOLVARE:

a) Numărul atomilor de U în masa $m = 1$ kg este $N = m \frac{N_A}{A}$, Energia eliberată la fisiunea unui nucleu fiind $w = 200 \frac{MeV}{fisiune}$

$$\Rightarrow W = Nw = \frac{m N_A w}{A}$$

$$\Rightarrow W = 8{,}19\, 10^{13} \text{ J}$$

$$W = M_C \, q \Rightarrow M_C = 2{,}73 \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

b) Energia degajată prin explozia a $M = 30.10^6$ kg trotil va fi:

$$W_1 = M \cdot q \Rightarrow W_1 = 123.10^{12} \text{ J}$$

Masa de U care degajă prin fisiune o aceiași energie va fi:

$$M_U = \frac{W_1}{W} \Rightarrow M_U = 1{,}5 \text{ kg}.$$

N.10. Calculați energia care se degajă pe nucleon în reacția termonucleară $^6_3Li + ^2_1H \rightarrow 2 \cdot ^4_2He$.

Comparați valoarea obținută cu energia care se degajă pe nucleon la fisiunea nucleelor de $^{235}_{92}U$.

Masele atomilor neutri:

$M_{_{6_{Li}}} = 6{,}01513$ u; $M_{_{2_H}} = 2{,}0141$ u; $M_{_{4_{He}}} = 4{,}0026$ u

REZOLVARE:

Calculăm energia de reacție

$$Q = (M_{Li} + M_D - 2M_{He})\, c^2 \Rightarrow Q = 22{,}38 \text{ MeV}$$

Energia degajată pe nucleon:

$$w_1 = \frac{Q}{8} \Rightarrow w_1 = 2{,}79 \frac{MeV}{nucleon}$$

În urma fisiunii nucleului $^{235}_{92}U$ se degajă 200 MeV deci energia medie pe nucleon eliberată va fi:

$$w_2 = \frac{200}{235} = 0{,}851 \frac{MeV}{nucleon}$$

Scanned with OKEN Scanner

N.11. Într-un reactor nuclear cu neutroni termici, timpul mediu de viață al unei generații de neutroni este $\tau = 0{,}1$ s Coeficientul de multiplicare fiind $K = 1{,}01$, determinați:

a) de cîte ori crește puterea reactorului după $t = 1$ minut;

b) timpul după care puterea reactorului crește de e ori.

REZOLVARE:

a) Puterea reactorului va fi $P = \frac{W}{t} = \frac{Nw}{t}$ unde: N reprezintă numărul de fisiuni în timpul t; w energia eliberată la o fisiune.

Fie $i = \frac{t}{\tau}$ numărul de generații de neutroni care iau naștere în timpul t.

Numărul de neutroni cae iau naștere în generația n este $N = N_0 K^{n-1}$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{N}{N_0} = K^{i-1} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = 387{,}7$$

b) $$\frac{N}{N_0} = e \Rightarrow e = K^{i-1} \Rightarrow i = 1 + \frac{1}{\ln K}$$

$$T = \tau i \Rightarrow T = \tau\left(1 + \frac{1}{\ln k}\right) \Rightarrow T = 10{,}14 \text{ s.}$$

N.12. Într-un minereu de U raportul între numărul de nuclee ^{238}U și numărul de nuclee de ^{206}Pb este $\eta = 2{,}8$. Evaluați vîrsta minereului admițînd că tot plumbul ^{206}Pb reprezintă descendentul final al seriei radioactive a uraniului. Timpul de înjumătățire al izotopului ^{238}U este $T = 4{,}5 \cdot 10^9$ ani.

REZOLVARE:

Fie N_0 numărul inițial de nuclee de U, N_1 numărul actual al acestor nuclee și N_2 numărul actual al nucleelor de Pb.

$$N_0 = N_1 + N_2, \qquad N_1 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow N_0 = N_0 e^{-\lambda t} + N_2 \Rightarrow N_2 = N_0(1 - e^{-\lambda t})$$

$$\Rightarrow \frac{N_2}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t}$$

Scanned with OKEN Scanner

Din enunț $\eta = \frac{N_1}{N_2} = \frac{N_0 - N_2}{N_2}$

$$\Rightarrow \frac{N_0}{N_2} = \eta + 1 \Rightarrow \frac{N_2}{N_0} = \frac{1}{\eta + 1} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{\eta}{\eta + 1} \Rightarrow \lambda t = \frac{\eta + 1}{\eta}$$

Dar $\lambda = \frac{\ln 2}{T} \Rightarrow t = \frac{T \ln \frac{\eta + 1}{\eta}}{\ln 2}$

$$t = 1{,}983 \cdot 10^9 \text{ ani}$$

N.13. Plumbul 214 are durata de înjumătățire $T = 27$ minute și emite electroni cu energia cinetică maximă 1,03 MeV. Care este puterea inițială a unei surse radioactive de ^{214}Pb cu activitatea de 1mCi?. Poate fi absorbită această putere înr-un ecran adecvat?

Care este dependența de timp a puterii, exprimată în unități SI?

REZOLVARE

Puterea inițială a sursei va fi $P_0 = \Lambda_0 W$ unde Λ_0 reprezintă activitatea inițială a sursei iar W energia eliberată la o dezintegrare.

$$^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{0}_{1}\beta + \tilde{\nu} + {}^{214}_{83}Bi$$

Electronii fiind emiși cu energie cinetică maximă

$$\Rightarrow W_{\tilde{\nu}} = 0$$

Deoarece $\frac{M_\beta}{M_{Bi}} \ll 1$ energia cinetică a nucleului $^{214}_{83}Bi$ este neglijabilă deci

$$W = W_\beta = 1{,}03 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow P_0 = \Lambda_0 W_\beta \Rightarrow P_0 = 6{,}09 \ \mu W$$

$$P(t) = \Lambda(t) W_\beta$$

$$\Lambda(t) = \Lambda_0 e^{-\lambda t} \quad \text{unde} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

$$\Rightarrow \lambda = 4{,}27 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$\Rightarrow P(t) = \Lambda_0 W_\beta \cdot e^{-\lambda t} = P_0 \ e^{-\lambda t}$$

Deci $$P(t) = 6{,}09 \cdot 10^{-6} \ e^{-4{,}27 \cdot 10^{-4} t} (W)$$

Scanned with OKEN Scanner

N.14. Să se stabilească modurile de dezintegrare energetic posibile pentru următorii radionuclizi:

a) $^{36}_{17}Cl$; b) $^{41}_{20}Ca$; c) $^{48}_{23}V$; d) $^{54}_{25}Mn$

Masele atomilor neutri: $M_{^{36}Cl} = 35{,}968312$ u; $M_{^{4}He} = 4{,}0026$ u; $M_{^{32}P} = 31{,}973908$ u; $M_{^{36}Ar} = 35{,}967548$ u; $M_{^{36}S} = 35{,}96709$ u; $M_{^{41}Ca} = 40{,}962275$ u; $M_{^{37}Ar} = 36{,}978499$ u; $M_{^{41}Sc} = 40{,}969247$ u; $M_{^{41}K} = 40{,}961832$ u.

REZOLVARE

În calculul energiilor de reacţie trebuie ţinut cont de faptul că în tabele se găsesc masele atomilor neutri. Masele electronilor pot aduce erori mari în calcul, deci trebuie calculată cu atenţie masa nucleelor.

a) *dezintegrare* α $^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha, + {}^{32}_{15}P$

$$Q = (M_{Cl} - M_{He} - M_{P})c^2 \Rightarrow Q = -7{,}6345 \text{ MeV}$$

$Q < 0 \Rightarrow$ dezintegrarea spontană nu poate avea loc.

dezintegrare β^- $^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + \tilde{\nu} + {}^{36}_{18}Ar$

$$Q = (M_{Cl} - M_{Ar})c^2 \Rightarrow Q = 0{,}711666 \text{ MeV}$$

$Q > 0 \Rightarrow$ dezintegrare spontană poate avea loc.

Dezintegrare β^+ $^{36}_{17}Cl \rightarrow {}^{0}_{1}\beta + \nu + {}^{36}_{16}S$

$$Q = (M_{Cl} - M_{S} - 2m_{\beta})c^2 \Rightarrow Q = 0{,}113643 \text{ MeV}$$

$Q > 0 \Rightarrow$ dezintegrarea spontană poate avea loc.

Captura unui electron $^{36}_{17}Cl + {}^{0}_{-1}\beta \rightarrow {}^{36}_{16}S + \nu$

$$Q = (M_{Cl} - M_{S})c^2 \Rightarrow Q = 1{,}138293 \text{ MeV}$$

$Q > 0$ deci reacţia poate avea loc.

b) *dezintegrare* α $^{41}_{20}Ca \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{37}_{18}Ar$

$$Q = (M_{Ca} - M_{He} - M_{Ar})c^2 \Rightarrow Q = -17{,}53455 \text{ MeV}$$

$Q < 0$ dezintegrarea spontană nu poate avea loc.

dezintegrare β^- $^{41}_{20}Ca \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + \tilde{\nu} + {}^{41}_{21}Sc$

$$Q = (M_{Ca} - M_{Sc})c^2 \Rightarrow Q = -6{,}4944188 \text{ MeV}$$

$Q < O \Rightarrow$ dezintegrarea nu se produce spontan.

dezintegrare β^+ $^{41}_{20}Ca \rightarrow {}^{0}_{1}\beta + \nu + {}^{41}_{19}K$

$$Q = (M_{Ca} - M_{K} - 2m_{\beta})c^2 \Rightarrow Q = -0{,}6119955 \text{ MeV}.$$

$Q < 0 \Rightarrow$ dezintegrarea spontană nu se produce.

Captura unui electron $^{41}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}\beta \rightarrow {}^{41}_{19}K + \nu$.

Scanned with OKEN Scanner

$Q = (M_{Ca} - M_K)\, c^2 \Rightarrow Q = 0{,}412654$ MeV

$Q > 0 \Rightarrow$ reacția se poate produce spontan.

În mod analog se obține:

c) este posibilă dezintegrarea β^+ și captura unui electron;

d) este posibilă dezintegrarea β^-. β^+ și captura unui electron.

N.15. În condiții normale parcursul mediu al unei particule α în aer este dat de relația: $R = 0{,}98 \cdot 10^{-27}\, v_0^3$ (cm) unde v_0 este viteza inițială a particulei α exprimată în cm/s. Determinați pentru o particulă α cu energia cinetică inițială de 7 MeV:

a) parcursul mediu

b) numărul mediu de perechi de ioni produși de particula dată pe tot parcursul și pe prima jumătate a acestuia, considerînd energia necesară pentru formarea unei perechi de ioni $\varepsilon = 34$ eV.

REZOLVARE

$$E_\alpha = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m}} \Rightarrow v_0 = 1{,}836 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow R = 6{,}07 \text{ cm}; \; n = \frac{E}{\varepsilon} = 2.10^5 \text{ perechi ioni.}$$

Fie v_0' viteza particulei α la jumătatea parcursului:

$$\frac{R}{2} = 0{,}98 \cdot 10^{-27}\, v_0'^3 \Rightarrow v_0' = 1{,}457 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow E_\alpha' = 4{,}4 \text{ MeV}$$

Energia pierdută pentru ionizare pe prima jumătate a parcursului va fi $\Delta E = E_\alpha - E_\alpha'$

$$\Rightarrow \sigma \Delta E = 2{,}6 \text{ MeV}$$

$n' = \frac{\Delta E}{\varepsilon} = 0{,}76 \cdot 10^5$ perechi de ioni produși pe prima jumătate a parcursului.

N.16. Radiația gama monocromatică a radioizotopului $^{198}_{79}$Au cu energia de 0,411 MeV este studiată cu ajutorul unui filtru din cupru cu grosimea de 0,02 m. Să se calculeze coeficientul liniar de absorbție știind că filtrul micșorează intensitatea fasciculului incident de 5 ori.

Scanned with OKEN Scanner

REZOLVARE

$$I = I_0\, e^{-\mu X} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = e^{-\mu X} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{\ln \frac{I_0}{I}}{X} \Rightarrow \mu = 80{,}47 \ \ \mathrm{m}^{-1}$$

N.17. Să se calculeze lungimea primului și a celui de al treizecilea cilindru de accelerare într-un accelerator liniar pentru accelerat ioni de $^{200}_{80}Hg^{+}$.

Generatorul de înaltă frecvență este acordat pe frecvența de 1500 MHz și dă o tensiune egală cu $4{,}2 \cdot 10^4$V.

Care este energia căpătată de ioni la ieșirea acestora din cilindrul treizeci?

REZOLVARE

La fiecare accelerare ionul primește energia qU. Fiecare cilindru este străbătut în timpul $t = \frac{l_n}{v_n} = \frac{T}{2} = \frac{1}{2\nu}$

$$l_n = \frac{1}{2\nu}\sqrt{\frac{2qu}{m}} \cdot \sqrt{\mathrm{n}}$$

$$\Rightarrow l_n = 0{,}0666 \cdot 10^{-3}\sqrt{\mathrm{n}} \ \ (\mathrm{m})$$

$$\mathrm{n} = 1 \Rightarrow l_1 = 0{,}0666 \cdot 10^{-3} \ \mathrm{m}$$

$$\mathrm{n} = 30 \Rightarrow l_{30} = 0{,}365 \cdot 10^{-3} \ \mathrm{m}$$

Energia căpătată de ioni:

$$\Delta E = nqU \Rightarrow \Delta E = 1{,}26 \ \mathrm{MeV}$$

N.18. Care este inducția magnetică necesară pentru accelerarea deuteronilor la un ciclotron, dacă generatorul de alimentare a duanților este acordat pe frecvența de 10^7 Hz? Să se calculeze energia deuteronilor și potențialul echivalent de accelerare dacă raza maximă a orbitei de accelerare este $R = 0{,}5$ m.

REZOLVARE:

Din condiția de stabilitate a deuteronilor pe orbita de accelerare rezultă: $\frac{mv^2}{R} = qvB$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Rightarrow v = \frac{qBR}{m} \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\pi R} \Rightarrow \nu = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$B = \frac{2\pi m\nu}{q} \Rightarrow B = 1{,}294 \text{ T}$$

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \Rightarrow W = 10 \text{ MeV}$$

$$W = qU \Rightarrow U = 10^7 \text{ V}.$$

N.19. Presupunînd că viteza de variaţie a fluxului magnetic într-un betatron rămîne constantă în decurs de 10^{-3} s, raza traiectoriei de accelerare este $R = 0{,}05$ m, şi că la o rotaţie completă electronul primeşte o energie de 20 eV. Se cere:

a) viteza liniară a electronilor după o rotaţie completă;
b) timpul necesar unei rotaţii;
c) drumul parcurs de electron în 10^{-3} s;
d) numărul total de rotaţii;
e) cîştigul total de energie în 10^{-3} s.

REZOLVARE:

a) $W = \frac{m_0 v^2}{2}$ energia primită la o rotaţie

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2W}{m_0}} \Rightarrow v = 2{,}65 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) acceleraţia fiind constantă rezultă:

$$v^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{v^2}{4\pi R}$$

$\Rightarrow a = 11{,}18 \cdot 10^{12}$ m/s^2 deci timpul necesar unei rotaţii va fi:

$$t = \frac{v}{a}; \quad t = 2{,}37 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

c) $s = \frac{at_1^2}{2}$ reprezintă drumul parcurs în

$$t_1 = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Rightarrow s = 5{,}59 \cdot 10^6 \text{ m}$$

d) $n = \frac{s}{2\pi R} \Rightarrow n = 17{,}8 \cdot 10^6$ rotaţii

e) $\Delta E = nW \Rightarrow \Delta E = 356$ MeV

Scanned with OKEN Scanner

N.20. Admiţînd că raza unui nucleu este dată de relaţia $R = 1{,}3 \cdot 10^{-15} A^{1/3}$ (m), evaluaţi densitatea materiei nucleare şi numărul de nucleoni din unitatea de volum a nucleului.

N.21. În spectrometrul din fig. N.21 distanţa dintre fanta de ieşire a selectorului de viteze şi fanta de intrare a detectorului de ioni este $l = 0{,}4$ m. Inducţia magnetică a cîmpului are valoarea $B' = B = 50$ mT.

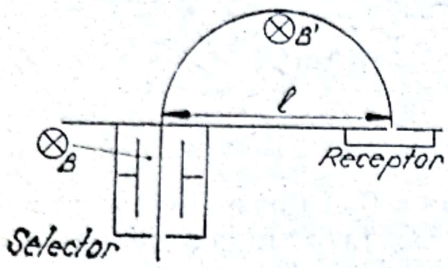


Fig. N. 21

Variind intensitatea cîmpului electric din selector se observă în detector maxime ale curentului ionic pentru valorile $E_1 = 120$ V/cm, respectiv $E_2 = 160$ V/cm ale cîmpului electric din selector. Determinaţi masele atomice ale ionilor o dată ionizaţi şi indicaţi cărui element îi corespund.

N.22. Ca filtru de viteze pentru particule încărcate, se foloseşte combinaţia de cîmpuri electrice şi magnetice perpendiculare, distribuite astfel încît să devieze particulele în sensuri contrare. Să se determine intensitatea cîmpului electric într-un astfel de filtru, pentru a permite trecerea electronilor cu energia de 1 MeV, dacă inducţia magnetică a cîmpului are valoarea $B = 0{,}2512 \cdot 10^{-10}$T.

N.23. O sursă de particule beta se află situată pe axa unui spectrometru de tip solenoidal care are 10 spire/cm. Prin trecerea unui curent electric cu intensitatea 20A prin solenoid, particulele β emise sub un unghi $\theta = 30°$ faţă de axa spectrometrului, sînt focalizate pe axă într-un punct situat la distanţa de 0,6 m faţă de sursă. Să se determine energia particulelor beta.

N.24. O particulă α cu energia cinetică $E_\alpha = 7$MeV suferă o împrăştiere elastică pe un nucleu de $^6_3$Li iniţial în repaus. Determinaţi energia cinetică a nucleului de recul dacă unghiul între direcţiile de difuzie ale celor două particule este $\theta = 60°$. Masele atomilor neutri: $M(^4_2\text{He}) = 4{,}0026$ u; $M(^6_3\text{Li}) = 6{,}01513$ u

N.25. Înlocuiţi simbolurile notate cu X în următoarele reacţii nucleare:

a) $^{10}_5\text{B}(\text{X}; {}^4_2\alpha)\ ^8_4\text{Be}$;

b) $^{23}_{11}\text{Na}(^1_1p, \text{X})\ ^{20}_{10}\text{Ne}$;

c) $^{16}_8\text{O}(^2_1d; {}^1_0n)\ \text{X}$

d) $\text{X}(^1_1p, {}^1_0n)\ ^{37}_{18}\text{Ar}$

N.26. Determinaţi diferenţa între energiile de legătură ale protonului şi neutronului în nucleul $^{11}_5$B. Explicaţi această diferenţă. Masele atomilor neutri sînt:

$M(^1_1\text{H}) = 1{,}00783$ u; $M(^{10}_4\text{Be}) = 10{,}01354$ u;

$M(^{11}_5\text{B}) = 11{,}0093$ u; $M(^{10}_5\text{B}) = 10{,}01294$ u

Scanned with OKEN Scanner

N.27. Calculaţi :

a) masa unui atom de $^{8}_{3}$Li pentru care energia de legătură a nucleului are valoarea de 41,3 MeV ;

b) masa unui nucleu de $^{10}_{6}$C pentru care energia de legătură medie pe nucleon este egală cu 6,04 MeV/nucleon.

N.28. Fiind date energiile de legătură W_1, W_2, W_3 şi W_4 ale nucleelor care participă la reacţia $A_1 + A_2 \rightarrow A_3 + A_4$, calculaţi energia de reacţie.

N.29. Ce cantitate de căldură se degajă la formarea unui gram de $^{4}_{2}$He din deuteriu ($^{2}_{1}$H)?. Ce cantitate de cărbune cu puterea calorică 3.10^{7}J/kg degajă prin ardere aceiaşi cantitate de căldură?. Masele atomilor neutri :

$$M(^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}0026 \text{ u} ; \quad M(^{2}_{1}\text{H}) = 2{,}0141 \text{ u}$$

N.30. Calculaţi energia de reacţie pentru reacţia nucleară $^{7}_{3}$Li + $+ \, ^{1}_{1}p \rightarrow 2 \, ^{4}_{2}$He cunoscînd că energia de legătură medie pe nucleon în nucleele de $^{7}_{3}$Li şi $^{4}_{2}$He are valoarea 5,6 MeV/nucleon, respectiv 7,06 $\frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}}$.

N.31. Calculaţi energia de reacţie pentru următoarele reacţii nucleare :

a) $^{7}_{3}$Li(p, n) $^{7}_{4}$Be ; b) $^{9}_{4}$Be(n, γ) $^{10}_{4}$Be

c) $^{7}_{3}$Li(α, n) $^{10}_{5}$B ; d) $^{16}_{8}$O(d, α) $^{14}_{7}$N

Masele atomilor neutri :

$M(^{7}_{3}\text{Li}) = 7{,}01601$ u? $M(^{7}_{4}\text{Be}) = 7{,}01693$ u ;

$M(^{9}_{4}\text{Be}) = 9{,}01219$ u ; $M(^{10}_{4}\text{Be}) = 10{,}01354$ u ;

$M(^{10}_{5}\text{B}) = 10{,}01294$ u ; $M(^{16}_{8}\text{O}) = 15{,}99491$ u ;

$M(^{14}_{7}\text{N}) = 14{,}00307$ u.

N.32. Determinaţi vitezele produşilor de reacţie care apar în urma interacţiunii între neutronii lenţi şi nucleele de bor în repaus $^{10}_{5}$B$(n, \alpha)^{7}_{3}$Li.

N.33. Un fascicul de protoni interacţionează cu o ţintă imobilă de litiu producînd reacţia $^{7}_{3}$Li$(p, n)^{7}_{4}$Be.

Pentru ce valoare a energiei cinetice a protonului neutronul este emis în repaus?

N.34. Protonii cu energia cinetică de 1 MeV bombardează o ţintă de litiu provocînd reaţia nucleară

$$^{1}_{1}p + \, ^{7}_{3}\text{Li} \rightarrow 2 \, ^{4}_{2}\text{He}.$$

Determinaţi energia cinetică a fiecărei particule α şi unghiul între direcţiile lor de mişcare, dacă particulele sînt difuzate simetric în raport cu direcţia de mişcare a protonilor incidenţi.

Scanned with OKEN Scanner

N.35. Ce energie cinetică trebuie să aibă un proton pentru a putea provoca fisiunea unui nucleu de deuteriu în repaus, a cărui energie de legătură este 2,2 MeV?

N.36. Bombardînd cu un fascicul monoenergetic de protoni o țintă de litiu și una de beriliu, s-a observat că reacția $^{7}_{3}\mathrm{Li}(p, n)\,^{7}_{4}\mathrm{Be}$ ($Q = -1{,}65$ MeV) se produce în timp ce reacția $^{9}_{4}\mathrm{Be}(p, n)\,^{9}_{5}\mathrm{B}$ ($Q = -1{,}85$ MeV) nu se produce. În ce interval este cuprinsă energia cinetică a protonilor?

N.37. Energia de prag a neutronilor pentru a produce reacția (n, α) pe nucleele imobile de $^{11}_{5}\mathrm{B}$ este de 4 MeV. Calculați energia de reacție.

N.38. Calculați energiile cinetice de prag ale protonilor, necesare pentru a putea produce reacțiile (p, n) și (p, d) pe nuclee de $^{7}_{3}\mathrm{Li}$.

N.39. O particulă α cu energia cinetică de 5,3 MeV produce reacția nucleară $^{9}_{4}\mathrm{Be}\,(\alpha, n)\,^{12}_{6}\mathrm{C}$ a cărei energie de reacție este de 5,7 MeV. Calculați energia cinetică a neutronului emis sub un unghi drept față de direcția particulei incidente.

N.40. Un neutron cu energia cinetică de 10 MeV provoacă reacția nucleară $^{12}_{6}\mathrm{C}(n, \alpha)\,^{9}_{4}\mathrm{Be}$. Determinați energia cinetică a particulei α emise sub un unghi drept față de direcția neutronilor incidenți.

N.41. Un proton cu energia cinetică de 1,5 MeV este captat de un nucleu de $^{2}_{1}\mathrm{H}$. Calculați energia de excitare a nucleului format.

N.42. Un neutron rapid ciocnindu-se elastic cu un nucleu de masă M, este difuzat la $\theta = 90°$ față de direcția incidentă. Nucleul de recul este proiectat la 42,6°. Să se calculeze masa nucleului.

N.43. Câți neutroni se vor găsi în cea de a o suta generație dacă fisiunea începe cu $N_0 = 1000$ neutroni și se desfășoară cu un coeficient de multiplicare $K = 1{,}05$?

N.44. Calculați numărul de neutroni emiși în unitatea de timp într-un reactor cu uraniu a cărui putere este $P = 100$ MW, numărul mediu de neutroni emis la o fisiune fiind $\nu = 2{,}5$. La fiecare fisiune se eliberează o energie de 200 MeV.

N.45. Activitatea unei anumite substanțe se micșorează de 2,5 ori după 7 zile. Calculați timpul de înjumătățire.

N.46. La momentul inițial activitatea unui radio-izotop era de 650 particule/minut.

Calculați activitatea sa după un timp egal cu jumătate din timpul de înjumătățire.

N.47. Determinați constanta de dezintegrare și durata medie de viață a radioizotopului $^{55}\mathrm{Co}$, știind că activitatea sa scade cu 4% pe oră. Produsul de dezintegrare nu este radioactiv.

Scanned with OKEN Scanner

N.48. Un preparat de ^{238}U având masa 1 g emite $1{,}24 \cdot 10^4$ particule α pe secundă. Determinați timpul de înjumătățire al izotopului.

N.49. Determinați vîrsta unor bucăți de lemn, știind că activitatea specifică a izotopului ^{14}C reprezintă 3/5 din activitatea specifică a acestui izotop într-un arbore proaspăt tăiat. Timpul de înjumătățire al izotopului ^{14}C este 5570 ani.

N.50. Calculați activitățile specifice ale izotopilor ^{24}Na și ^{235}U care au timpii de înjumătățire 15 ore și respectiv $7{,}1 \cdot 10^8$ ani.

N.51. Activitatea specifică a unui preparat din ^{58}Co radioactiv și ^{59}Co stabil este egală cu $2{,}2 \cdot 10^{12} \frac{\text{dezintegrări}}{\text{secundă} \cdot g}$. Timpul de înjumătățire al izotopului ^{58}Co este egal 71,3 zile. Determinați raportul dintre masa ^{58}Co și masa totală a preparatului.

N.52. Ce fracțiune de nuclee de ^{58}Co radioactiv cu timpul de înjumătățire 71,3 zile se dezintegrează după o lună? (30 de zile).

N.53. Cîte particule β emite izotopul ^{24}Na cu masa 1 μg în timp de o oră?

Timpul său de înjumătățire este 15h.

N.54. Într-o experiență de dezintegrare β a radioizotopului ^{23}Mg contorul este pornit la momentul $t = 0$. După $t_1 = 2$ s el înregistrează N_1 particule β, iar după $t_2 = 3\,t_1$ de 2,66 ori mai multe. Determinați timpul de viață mediu al nucleelor.

N.55. 1) Ce izotop se formează din radioizotopul $^{226}_{88}Ra$ după 5 dezintegrări α și 4 dezintegrări β ?

2) Cîte dezintegrări α și β suferă ^{238}U care se transformă în izotopul stabil ^{206}Pb?

N.56. Un nucleu de $^{200}_{84}Po$ inițial în repaus emite o particulă α cu energia cinetică 5,77 MeV. Calculați viteza de recul a nucleului derivat. Ce fracțiune din energia totală eliberată în acest proces, constituie energia de recul a nucleului derivat?

N.57. Calculați cantitatea de căldură degajată de un preparat de ^{210}Po cu masa de 1 mg după un timp egal cu durata de viață medie a acestor nuclee, știind că particulele α emise au energia cinetică de 5,3 MeV și că practic toate nucleele derivate apar direct în stare fundamentală.

N.58. Dezintegrarea α a nucleelor de ^{210}Po aflate în stare fundamentală este însoțită de emisia a două grupe de particule α cu energiile cinetice 5,3 MeV și 4,5 MeV. În urma emisiei particulelor α nucleele derivate se găsesc în stare fundamentală respectiv în stare excitată. Determinați energia cuantelor γ emise de nucleele excitate.

N.59. Determinați energia cinetică maximă a particulelor β emise de nucleele de ^{10}Be și energia cinetică de recul a nucleelor derivate care apar direct în stare fundamentală.

Scanned with OKEN Scanner

N.60. Calculaţi cantitatea de căldură degajată în 24 h într-un calorimetru în care se găseşte un preparat de ^{24}Na cu masa 1 mg şi care emite radiaţii β. Se admite că particulele β au în medie o energie cinetică egală cu o treime din energia maximă posibilă în dezintegrarea considerată. Timpul de înjumătăţire al izotopului ^{24}Na este de 15 h.

N.61. Calculaţi energiile cinetice ale pozitronului şi neutrinului emise de nucleul ^{11}C în cazul în care nucleul derivat nu are mişcare de recul.

N.62. Calculaţi energia cinetică de recul a nucleului derivat în dezintegrarea β^+ a unui nucleu ^{13}N în cazul în care energia pozitronului este maximă.

N.63. În urma tranziţiei în starea fundamentală nucleele excitate de ^{109}Ag emit fie radiaţii γ cu energia de 87 keV, fie electroni K de conversie cu energia de legătură de 26 keV. Determinaţi viteza acestor electroni.

N.64. Determinaţi energia de reacţie eliberată în cazul dezintegrărilor β^- şi β^+ şi în captura K cunoscînd masele atomilor neutrii M_1 M_2 (produsul derivat) şi masa electronului m.

N.65. Un nucleu de ^{191}Ir iniţial în repaus emite o cuantă γ trecînd în starea fundamentală. Calculaţi variaţia de energie a cuantei γ datorată mişcării de recul a nucleului.

N.66. Activitatea unui anumit material radioactiv se înjumătăţeşte de 4 ori în timp de o oră. Care este timpul de înjumătăţire şi constanta radioactivă a materialului radioactiv?

N.67. O sursă radioactivă formată dintr-un radionuclid cu constanta de dezintegrare λ are activitatea A_1 la momentul t_1 şi activitatea A_2 la momentul t_2. Să se calculeze numărul de nuclee care se dezintegrează între t_1 şi t_2.

N.68. Cîte grame de ^{14}C cu timpul de înjumătăţire 5740 ani va produce o activitate de 1 mCi?

N.69. Fie o sursă radioactivă ^{24}Na (timpul de înjumătăţire 15 h) cu activitatea $A_0 = 1 \mu Ci$.

Să se calculeze numărul de dezintegrări care se produc în sursă:

a) timp de 1 h de la momentul iniţial;

b) timp de 1 h după scurgerea unei durate egale cu durata de înjumătăţire.

N.70. O sursă radioactivă de ^{32}P (timpul de înjumătăţire 14 zile) cu activitatea $A_0 = 1$ mCi este amplasată într-un calorimetru timp de 7 zile. Pe această durată calorimetrul preia energia 2,12 J datorită absorbţiei complete a radiaţiilor β emise de ^{32}P. Dacă la fiecare dezintegrare a acestui radionuclid se emite cîte o radiaţie β, se cere energia medie a unei astfel de radiaţii.

N.71. Un anumit radionuclid emite radiaţii cu putere de 6,4 μW la un anumit timp şi cu puterea de 0,4 μW la o zi mai tîrziu. Care este durata sa de înjumătăţire?

Scanned with OKEN Scanner

N.72. Care este fracțiunea existentă astăzi din atomii radionuclidului $^{232}_{90}Th$ care existau la crearea universului acum 10^{10} ani. Durata de înjumătățire a radionuclidului este de $4{,}45 \cdot 10^{17}$ s.

N.73. Să se arate că 1 g de ^{226}Ra cu timpul de înjumătățire 1620 ani are o activitate de 1 Ci.

N.74. Radionuclidul ^{226}Ra se dezintegrează în radionuclidul derivat ^{222}Rn prin emisie α. Anumite dezintegrări conduc la starea fundamentală a nuclidului derivat, altele conduc la o stare excitată a acestuia. Energiile cinetice ale particulelor α sînt 4,863 MeV și respectiv 4,673 MeV. Care este energia de excitare a stării excitate a ^{222}Rn?

N.75. Un radionuclid se dezintegrează cu emisia a două grupuri distincte de particule α avînd energiile cinetice E_1 și respectiv E_2. Să se se arate că sînt de așteptat radiații a căror energie este $\frac{A(E_1 - E_2)}{A - 4}$ unde A — numărul de masă al radionuclidului inițial.

N.76. Care este energia cinetică maximă posibilă a electronului emis în dezintegrarea radionuclidului $^{3}_{1}H$?

N.77. Radionuclidul $^{12}_{5}B$ se dezintegrează prin emisie β^- cu timpul de înjumătățire 0,02 s. Să se calculeze energia totală emisă de o sursă radioactivă de $^{12}_{5}B$ cu masa inițială 100 μg în:

a) prima milisecundă;
b) a mia milisecundă;
c) prima secundă.

N.78. Nucleul $^{8}_{4}Be^*$ se poate dezintegra pentru a ajunge la starea fundamentală cu emisia unei radiații γ de 17,6 MeV. Să se calculeze energia cinetică de recul a nucleului.

N.79. Radionuclidul $^{7}_{4}Be$ se dezintegrează prin captura unui electron orbital la starea fundamentală a nuclidului $^{7}_{3}Li$. În unele dezintegrări ale radionuclidului $^{7}_{4}Be$ se ajunge la o stare excitată a nuclidului $^{7}_{3}Li$, care are energia 0,48 MeV. Se cer:

a) energiile celor două grupuri de neutrini monoenergetici;
b) energia fotonilor emiși la tranziția de la starea excitată la starea fundamentală a nuclidului $^{7}_{3}Li$.

N.80. Radionuclidul $^{41}_{20}Ca$ se dezintegrează prin captura unui electron orbital. Să se calculeze:

a) energia totală eliberată în dezintegrarea unui nucleu de $^{41}_{20}Ca$;
b) energia neutrinului emis;
c) energia cinetică de recul a nucleului derivat $^{41}_{19}K$;
d) fracțiunea din energia eliberată care este preluată de nucleul derivat.

Masele atomilor neutrii:

$$M(^{41}_{20}Ca) = 40{,}962275 \text{ u}; \quad M(^{41}_{19}K) = 40{,}961832 \text{ u}.$$

N.81. Care este energia minimă a unui antineutrino care poate fi capturat de un proton pentru a produce un neutron și un pozitron?

Scanned with OKEN Scanner

N.82. Un neutron liber în repaus se dezintegrează prin emisia unei radiaţii β^-. Fiind o dezintegrare în 3 particule, energia se poate împărţi oricum pe cele 3 particule.

Să se calculeze :

a) energia cinetică a protonului şi energia antineutrinului cînd electronul rămîne în repaus ;

b) energia cinetică a electronului şi energia antineutrinului cînd protonul rămîne în repaus .

N.83. O anumită probă arheologică de substanţă organică conţine 200 g carbon şi are o activitate de 1890 dezintegrări pe minut produsă de ^{14}C. Activitatea carbonului ^{14}C în organismul viu căruia se presupune că-i aparţine proba arheologică măsurată este egală cu 12 dezintegrări pe minut pentru fiecare gram de carbon. Să se calculeze vîrsta probei arheologice.

N.84. În seria radioactivă naturală care începe cu $^{238}_{92}U$ sînt 5 dezintegrări α succesive începînd cu $^{234}_{92}U$ şi terminînd cu $^{214}_{82}Pb$.

a) Să se arate că emisia unui nucleu de $^{20}_{10}Ne$ de către $^{234}_{92}U$ este energetic posibilă ;

b) Considerînd efectul tunel în dezintegrarea α, să se arate că emisia nucleului $^{20}_{10}Ne$ este mult mai improbabilă decît emisia succesivă a 5 particule α.

Masele atomilor neutrii :

$M(^{234}_{92}U) = 234{,}1137\ 9$ u ; $M(^{20}_{10}Ne) = 19{,}99886$ u ;

$M(^{214}_{28}Pb) = 214{,}06633$u ; $M(^{226}_{88}Ra) = 226{,}09574$ u ;

$M(^{222}_{86}Rn) = 222{,}08663$ u

N.85. Să se calculeze energia maximă a particulelor β^- emise de ^3_1H. Să se calculeze energia maximă a nucleului de recul şi energia medie a neutrinului emis. Energia medie a electronilor obţinuţi prin dezintegrare este 5,69 keV.

N.86. Măsurînd spectrul particulelor α emise de $^{226}_{88}Ra$ a fost găsită o structură fină formată din două grupe de energii :

$$W_1 = 4{,}793 \text{ MeV} ; \qquad W_2 = 4{,}612 \text{ MeV}.$$

Să se găsească energia de dezintegrare la trecerea Ra în Rn. Să se construiască schema energetică de nivele a nucleului derivat şi să se calculeze energia cuantelor γ emise de nucleul de Rn excitat.

Masele atomilor neutrii sînt date la problema N.84.

N.87. O sursă de neutroni Po + Be, ^9_4Be (α, n) $^{12}_6C$, după 410 zile de la preparare dă un flux de 5.10^5 neutroni/s. Să se determine cantitatea iniţială de Po ce se află în amestecul Po + Be, dacă randamentul reacţiei (α, n) este $2{,}6 \cdot 10^{-5}$. Timpul de înjumătăţire al izotopului ^{210}Po este 138 zile. Randamentul reacţiei se defineşte ca raportul dintre activitatea radioizotopului ce ia naştere şi numărul particulelor incidente.

Scanned with OKEN Scanner

N.88. În sîngele unui om a fost introdus un cm^3 de ^{24}Na (timp de înjumătățire 15 h) cu activitate de 200 particule pe secundă. După 5 h un cm^3 de sînge are o activitate de 16 particule pe minut.

Să se determine volumul de sînge din organismul omului.

N.89. La ce adîncime trebuie introdusă o sursă ce emite cuante γ cu energia de 1,6 MeV, știind că intensitatea radiațiilor gama ce trebuie înregistrată la suprafața apei este 10^{-3} din cea inițială? Coeficientul de absorbție al apei pentru radiațiile gama cu energia de 1,6 MeV este $\mu = 0{,}06\ cm^{-1}$.

N.90. Intensitatea unui fascicul de radiații gama scade de opt ori după ce străbate un strat de plumb cu grosimea de 4 cm. Să se calculeze coeficientul de absorbție al plumbului pentru aceste radiații și grosimea de înjumătățire.

N.91. Să se calculeze grosimea stratului de apă ce reduce la jumătate intensitatea unui fascicul de radiații gama, cunoscînd coeficientul liniar de absorbție $\mu = 0{,}047\ cm^{-1}$.

N.92. Două lame transparente cu grosimile de 3,8 mm și respectiv 9 mm, sînt introduse pe rînd în calea unui fascicul de lumină monocromatică. Intensitatea fasciculului transmis de prima lamă este 0,84 din cea a fasciculului incident, iar intensitatea fasciculului transmis de cea de a doua 0,7 din cea incidentă. Să se determine coeficientul de absorbție al substanței și coeficientul de reflexie al suprafeței.

N.93. De cîte ori scade intensitatea unui fascicul de raze X cu lungimea de undă 20 pm, la traversarea unei lame de plumb cu grosimea de 1 mm? Coeficientul masic de absorbție al plumbului pentru această lungime de undă este $\mu/\rho = 3{,}6\ cm^2/g$.

N.94. Un fascicul de radiații X cu lungimea de undă 62 pm traversează un ecran de Al cu grosimea de 2,6 cm.

Ce grosime trebuie să aibă un ecran de Pb care produce aceiași atenuare a fasciculului? Coeficienții masici de absorbție pentru Al și Pb au valorile 3,48 cm^2/g, respectiv 72 cm^2/g.

N.95. Determinați grosimea de înjumătățire a aluminiului pentru un fascicul monocromatic de raze X.

Coeficientul masic de absorbție are valoarea $\mu/\rho = 0{,}32\ cm^2/g$.

N.96. Cîte grosimi de înjumătățire se află într-o lamă care micșorează intensitatea unui fascicul de raze X de $\eta = 50$ ori?

N.97. Trei fascicule de radiații gama monoenergetice cu energiile 0,1; 1 și 10 MeV, dar cu intensități egale, sînt incidente pe ecrane de plumb. Coeficienții de absorbție în plumb pentru cele trei energii sînt respectiv:

$$\mu_1 = 60\ cm^{-1},\ \mu_2 = 0{,}77\ cm^{-1},\ \mu_3 = 0{,}61\ cm^{-1}.$$

Să se calculeze:

a) grosimile de înjumătățire în Pb pentru cele trei fascicule;

Scanned with OKEN Scanner

b) grosimea de Pb care reduce intensitatea fiecărui fascicul monoenergetic la 1/10 din intensitatea inițială ;

c) expresia raportului între intensitatea totală $I_1 + I_2 + I_3$ a celor trei fascicule și intensitatea totală inițială, la o grosime X.

N.98. Un fascicul de fotoni traversează :

a) un strat de Al și apoi unul de Pb cu aceiași grosime X,

b) un strat de Pb și apoi unul de Al cu aceiași grosime X. Cum este atenuarea totală a fasciculului după străbaterea primei perechi de straturi față de aceea corespunzătoare în urma străbaterii celei de a doua perechi de straturi ?

N.99. Un fascicul de radiații X monoenergetice cu intensitatea I_0 ar putea fi ecranat fie cu Pb($\mu_1 = 58$ cm^{-1}) fie cu Al ($\mu_2 = 0{,}44$ cm^{-1}). Se cere raportul grosimilor celor două ecrane care reduc fasciculul inițial la I_0/n,n fiind oarecare.

N.100. Fasciculul de particule alfa produs de un accelerator electrostatic cu tensiunea de accelerare $U = 2$ MV iradiază o țintă a cărei temperatură se ridică cu 5°C în timp de 1h.

Capacitatea calorică a țintei este 3 kJ/K. Se cer :

a) curentul electric echivalent cu fasciculul de helioni ;

b) debitul de heliu, în atomi pe secundă, furnizat de sursa de ioni, presupunînd că toți atomii se ionizează complet și că nu există pierderi de ioni de He în spațiul de accelerare.

N.101. Într-o cameră de ionizare intră 200 particule alfa pe minut, energia fiecărei particule fiind 5 MeV. Ionizarea produsă de aceste particule este colectată integral de electrozii camerei. Se cere intensitatea medie a curentului în circuitul electric al camerei de ionizare. Energia necesară formării unei perechi de ioni este $w = 35$ eV.

N.102. În cazul radiațiilor β parcursul masic, definit ca produsul dintre parcursul liniar și densitatea substanței străbătute, este practic independent de natura substanței străbătute.

Dacă parcursul masic în Al ($\rho = 2700$ kg/m^3) al radațiilor de 1 MeV este 4,2 kg/m^2, se cer :

a) grosimea de Al care frînează electronii de 1 MeV ;

b) grosimea de lemn ($\rho = 600$ kg/m^3) care frînează electronii de 1 MeV.

N.103. Raza maximă a duanților unui ciclotron fiind 0,5 m, inducția magnetică 1,2 T și tensiunea de accelerare de 100 kV să se calculeze :

a) energia maximă la care pot fi accelerați protonii în acest ciclotron și viteza lor la sfîrșitul accelerării ;

b) durata accelerării.

N.104. Inducția magnetică medie a cîmpului dintr-un betatron crește aproape liniar, în timpul $\tau = 1$ ms variind de la zero la $B_1 = 0{,}2$ T.

Scanned with OKEN Scanner

Raza orbitei unui electron fiind $r = 0{,}3$ m să se determine :

a) distanța parcursă de electroni în timpul accelerării pînă la energia $W = 50$ MeV ;

b) viteza electronilor la această energie.

N.105. Un accelerator liniar produce electroni cu energia 2 MeV]. Oscilatorul său are tensiunea $U_0 = 20$ kV și frecvența 1 GHz. Se cer :

a) lungimea primului cilindru ;

b) numărul de cilindri ;

c) lungimea ultimului cilindru ;

d) lungimea totală a acceleratorului.

N.106. Un ciclotron cu diametrul de 1,5 m și inducția magnetică a cîmpului 1,5 T poate accelera diferite tipuri de particule încărcate electric. Să se calculeze energia următoarelor particule accelerate :

a) protoni ;

b) deuteroni ;

c) particule alfa.

N.107. Un ciclotron are raza 0,5 m și inducția magnetică a cîmpului 2T. Se cere frecvența oscilatorului pentru a accelera : a) protoni, b) deuteroni, c) helioni. Dacă ciclotronul lucrează cu frecvențele calculate, se cere energia maximă la accelerarea : d) protonilor, e) deuteronilor, f) helionilor.

N.108. Un ciclotron accelerează deuteroni cu un cîmp magnetic B' și frecvența ν'. Se cer : a) valoarea cîmpului magnetic B'' pentru ca ciclotronul să accelereze protoni cu aceiași frecvență ν' ; b) raportul dintre energia protonilor și energia deuteronilor, accelerarea făcîndu-se în condițiile indicate la fiecare tip de particulă ; c) valoarea cîmpului magnetic B''' pentru ca ciclotronul să accelereze particule alfa cu aceiași frecvență ν' ; d) raportul dintre energia helionilor și energia deuteronilor, în condițiile de accelerare indicate.

N.109. Un ciclotron cu diametrul 2 m accelerează helioni pînă la energia 25 MeV. Tensiunea de accelerare este de 200 kV. Pentru simplificarea calculului se presupune că un helion are o traiectorie „medie" cu diametrul de 1m. Se cer : a) spațiul parcurs de o particulă alfa în ciclotron ; b) timpul total de accelerare pentru o particulă alfa.

N.110. Electronii de 40 keV injectați într-un betatron cu raza 1m sînt accelerați pînă la energia finală 50 MeV.

Tensiunea electromotoare a cîmpului electric de inducție este 300V. Se cer : a) distanța totală parcursă de un electron ; b) accelerația electronului pe traiectorie ; c) timpul de accelerare pentru un electron.

N.111. Calculați parcursul mediu al mezonilor π avînd o energie cinetică de $\eta = 1{,}2$ ori mai mare decît energia lor de repaus. Timpul de viață propriu al mezonilor π este $\tau_0 = 25{,}5$ ns.

N.112. Mezonii π^- cu energia cinetică $T = 100$ MeV parcurg în medie din punctul unde se nasc pînă în punctul unde se dezintegrează

Scanned with OKEN Scanner

o distanță $l = 11$m. Determinați timpul de viață propriu al acestor mezoni. Energia de repaus a mezonilor π^- are valoarea 139,6 MeV.

N.113. Un mezon π^+ în repaus se dezintegrează într-un miuon și un neutrino. Determinați energia cinetică a miuonului și energia neutrinului. Energiile de repaus au valorile $W_0(\pi^+) = 139{,}6$ MeV, respectiv $W_0(\mu) = 105{,}7$ MeV.

N.114. Calculați energia cinetică a neutronului care apare în urma dezintegrării hiperonului Σ^- aflat în repaus $\Sigma^- \to n + \pi^-$. Energiile de repaus au valorile $W_0(\Sigma^-) = 1197$ MeV, $W_0(\pi^-) = 139{,}6$ MeV, $W_0(n) = 939{,}57$ MeV.

N.115. O particulă neutră aflată în repaus se descompune într-un proton cu energia cinetică $T = 5{,}3$ MeV și un mezon π^-. Calculați energia de repaus a acestei particule și identificați-o.

N.116. Un mezon π^- cu energia cinetică $T = 50$ MeV se dezintegrează în zbor într-un miuon și un neutrino. Calculați energia neutrinului care se deplasează sub un unghi drept față de direcția de mișcare a mezonului π^-.

N.117. Un hiperon Σ^+ cu energia cinetică $T_\Sigma = 320$ MeV se dezintegrează în zbor, într-o particulă neutră și un mezon π^+ care se deplasează sub un unghi drept față de direcția de mișcare a hiperonului cu energia cinetică $T_\pi = 42$ MeV. Determinați masa de repaus a particulei neutre și identificați-o. Energia de repaus a hiperonului este $W_{0\Sigma} = 1189{,}4$ MeV.

N.118. Un mezon π^0 se dezintegrează în zbor, în două cuante γ cu energiile egale.

Unghiul între direcțiile de mișcare a cuantelor γ este $\theta = 60°$.

Determinați energia cinetică a mezonului π^0 și energia fiecărei cuante γ.

Energia de repaus a mezonului π^0 are valoarea de 135 MeV.

Scanned with OKEN Scanner

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

MECANICĂ

M. 4. R : 2,82 ; 45°

M. 5. R : 2 m. spre N.

M. 6. R : a) $d = 3{,}51$ m.

b) Vectorii deplasare pot fi adunați în orice ordine datorită proprietății de comutativitate. În această problemă bastoanele se schimbă între ele, deci vectorii își schimbă direcțiile.

M. 7. R : două blocuri spre sud.

M. 8. R : 81 km ; arctg 0,8.

M. 9. R : a) $(-2{,}81, -2{,}81)$; $(5,0)$; $(3, 5, 2)$

b) $(5{,}19, 2{,}39)$

c) 5,7 m, ; $x = \text{arctg } 0{,}4$

d) 5,7 m. ; $\beta = 180° + \alpha$

M.10. R : 4,4

M.11. R : a) 63 m.

b) Mai mare sau egală.

c) $d_x = 3$; $d_y = 3{,}6$; $d_z = 4{,}2$

M.12. R : 3000 m/s^2

M.13. R : $8 \cdot 10^{14}$ m/s^2

M.14. R : $\simeq 3 \cdot 10^6$ s

M.15. R : spirală cu 4 spire.

M.19. R : a) 1 m/s ; 6,4 m/s

b) 25,5 m, 28,1° față de direcția vasului.

Scanned with OKEN Scanner

M.20. R: a) $\alpha = \text{arctg } 2{,}16$ spre S-E

b) 595 km/h

c) 149 km.

M.21. R: a) 8,5 km/h; $\alpha = \text{arctg } 2{,}5$ față de curent.

b) 7.4 km/h; $\alpha = 90^\circ + \text{arcsin } 0{,}37$ față de curent.

M.22. R: 299 m/s; $\text{tg}x = 0{,}07$

M.26. R: este constantă.

M.27. R: $\frac{F_2}{F_1} = 1{,}5$, 9 m/s

M.28. R: 6 m/s²

M.29. R: 8 m/s², direcția lui $\vec{F}_2$

M.30. R: 3,46 N; 3,46 m/s²

M.31. R: 520 N.

M.32. R: 1 m/s²; $\text{tg. } \alpha = \frac{3}{4}$

M.33. R: a) $a = \frac{F}{m + M} = 1{,}43 \text{ m/s}^2$

b) $F' = \frac{MF}{m + M} = 2{,}86 \text{ N}$

M.34. R: 21,56 m/s², $\text{tg } \alpha = 0{,}5$

M.35. R: 10 N; 30 N

M.36. R: accelerat cu $a \geqslant 0{,}98$ m/s²

M.37. R: 11,2 m/s², Nu

M.38. R: a) $F_e = \frac{3}{4} mg = 22{,}05 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

b) $T = \frac{5}{4} mg = 36{,}75 \cdot 10^{-4} \text{ N}$

M.39. R: a) $a = \frac{m_1 g}{10\, m_2} - R = 0{,}18 \text{ m/s}^2$

b) $x = \frac{v^2}{2a} = 731 \text{ m.}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $t = \frac{v}{a} = 86$ s

M.40. R: A. a) $T_a = Mg = 5$ kN

b) $T_b = M(g + a) = 5{,}75$ kN

c) $T_c = Mg = 5$ kN

B. a) $F = m(g + a) = 11{,}5$ N

b) $F = 0$

M.41. R: $T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(a_0 + g) = 2{,}64$ N

$F = 2T = 5{,}28$ N

M.45. R: 96 km/h; $v_m = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}$

M.46. R: $v_1 = 40$ km/h $v_2 = 50$ km/h

M.47. R: a) $t = \frac{2d}{v_1 + v_2} = 2{,}4$ h

b) $x = \frac{v_1 v_2}{v - v_2}\Delta t = 150$ km.

M.48. R: $x = \frac{t}{2}\sqrt{v_1^2 - v_2^2} = 508$ m.

M.49. R: a) sensuri contrare $t = \frac{2l}{v_1 + v_2} = 8{,}6$ s

b) același sens $t = \frac{2l}{v_2 - v_1} = 60$ s

M.50. R: a) $t = \frac{a}{\sqrt{u^2 - v^2}}$

b) $t' = \frac{a}{u}$

M.51. R: a) 5 m/s

b) 25 m.

c) 5 m/s

d) 400 m.

Scanned with OKEN Scanner

M.52. R : $v_0 = \frac{x}{t} - \frac{at}{2} = 9{,}8$ m/s

M.53. R : a) nu prinde autobuzul.

b) $\Delta x = \frac{at^2}{2} + d - vt = 7$ m.

M.54. R : a) $x_1 = \frac{2v^2}{a_x} = 90$ m.

b) $v_x = 2v = 18$ m/s

M.55. R : a) 5 m/s

b) $a = \frac{2(v_2 t - d)}{t^2} = 1{,}6$ m/s^2

c) $x_1 = \frac{v_1^2}{2a} = 7{,}5$ m.

M.57. R : $t = \frac{2(v_{02} - v_{01})}{a_1 - a_2} = 237$ s.

$t = 3$ h

M.58. R : Nu

M.59. R : a) $a = 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $F = 250$ N

b) $\Delta x = 300$ m.

M.65. R : $a = g - \frac{R}{m} = 7{,}3$ m/s^2

M.66. R : $h = \frac{gt^2}{8} = 11$ m.

M.67. R : $y = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 275{,}3$ m.

$t = \frac{v_2 - v_1}{g} = 5$ s.

Scanned with OKEN Scanner

M.68. R : a) $v_0 = \sqrt{2gh} = 17{,}3$ m/s

b) $t = \dfrac{2v_0}{g} = 3{,}6$ s.

M.69. R : $h = g(\Delta t)^2 x(3 + 2\sqrt{2}) = 57$ m.

$$t = 2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 3{,}41 \text{ s.}$$

M.70. R : a) $h_{max} = \dfrac{at}{2}\left(t + \dfrac{at}{g}\right) = 105{,}84$ km

b) $t = 324$ s.

M.71 R : a) $t = \dfrac{\sqrt{2gd} - v}{a} + \sqrt{\dfrac{2d}{g}} = 17{,}15$ m.

b) $h = d + \dfrac{2gd - v^2}{2a} = 292{,}75$ m.

M.72. R : $h = v\left[\dfrac{v}{g} + t - \sqrt{\dfrac{v}{g}\left(2t + \dfrac{v}{g}\right)}\right] = 101{,}4$ m.

M.73. R : $v_s = \dfrac{h}{t - \sqrt{\dfrac{2h}{g}}} = 338$ m/s

M.74. R : a) $y = \dfrac{gt^2}{2} = 19{,}6$ m ; $v = gt = 19{,}6$ m.

b) $v = \sqrt{\dfrac{mg}{K}} = 4$ m/s

c) $T = 2\,mg = 1373{,}4$N

M.75. R : $x_1 = \dfrac{h}{g} = 3$ m.

$x_2 = \dfrac{4h}{g} = 12$ m.

$x_3 = h = 27$ m.

Scanned with OKEN Scanner

M.76. R: a) la coborîrea primei pietre.

b) $t' = \dfrac{t(2v_1 - gt)}{2(v_2 - v_1 + gt)} = 0{,}8$ s.

$y' = \dfrac{v^2}{2g} - \dfrac{gt'^2}{2} = 16{,}8$ m.

M.77. R: a) $v_0 = \dfrac{h - \dfrac{gt^2}{2}}{t \cos \alpha} = 225{,}8$ m/s

b) $d = \left(h - \dfrac{gt^2}{2}\right) \operatorname{tg}\alpha = 903{,}2$ m.

c) $v_x = v_0 \sin\alpha = 180{,}6$ m/s.

$v_y = \dfrac{h}{t} + \dfrac{gt}{2} = 184{,}5$ m/s.

M.78. R: Da

M.79. R: $h = \dfrac{x^2}{4\cos^2\alpha\,(x\operatorname{tg}\alpha - y)} = 30{,}8$ cm.

M.80. R: a) $a_1 = 2$ m/s^2; $a_2 = -2$ m/s^2

b) $v_{02} = 4$ m/s

c) $x = 4$ m.

M.81. R: a) $x = \dfrac{v_0^2}{2g \sin\theta}$; $x = 0{,}4$ m.

b) $t = \dfrac{v_0}{g \sin\theta}$; $t = 0{,}4$ s

c) $v = v_0 = 2$ m/s

M.82. R: a) $a = g \sin\theta$

b) $a = g \sin\theta$

c) $a = (g - a_0) \sin\theta$

d) $a = (g + a_0) \sin\theta$

e) $a = 0$

Scanned with OKEN Scanner

M.83. R: a) $T = mg \sin\alpha = 98\ \text{N}$

$N = mg \cos\alpha = 170\ \text{N}$

b) $a = g \sin\alpha = 4{,}9\ \text{m/s}^2$

M.84. R: a) $v = \sqrt{v_0^2 + 2g\,D \sin\alpha} = 5\ \text{m/s}$

b) $t = \dfrac{v - v_0}{g \sin\alpha} = 14\ \text{s}$

M.85. R: a) $v_A = \sqrt{\dfrac{3}{2} gL \sin\alpha} = 2{,}42\ \text{m/s}$

$v_B = \sqrt{\dfrac{5}{2} gL \sin\alpha} = 3{,}13\ \text{m/s}$

$x_A = 5{,}27\ \text{m};\ x = 4{,}53\ \text{m}.$

b) $d_A = 7{,}8\ \text{m};\ t = 3{,}22\ \text{s}$

M.86. R: a) $\sin\alpha = 0{,}1$

b) $s = v_0 t + \dfrac{gt^2 \sin\alpha}{2} = 7{,}5\ \text{m}.$

M.87. R: a) $t = 7\ \text{s};\ h = 245\ \text{m}.$

b) $v_2 = 10\ \text{m/s}$

c) $h\ \text{max.} = 320\ \text{m}.$

M.93. R: a) $F_f = \dfrac{mv^2}{2l} = 1{,}13\ \text{mN}$

b) $\mu_c = \dfrac{v^2}{2lg} = 0{,}001$

M.94. R: $d = \dfrac{v^2}{2\mu_s g} = 39{,}3\ \text{m}.$

M.95. R: $a = \dfrac{F_2 \cos\alpha_2 - F_1 \cos\alpha_1 - \mu\,[g(m_1+m_2) - F_1 \sin\alpha_1 - F_2 \sin\alpha_2]}{m_1 + m_2}$

Scanned with OKEN Scanner

M.96. R : a) accelerată, cu $a = \dfrac{g(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2} = 2{,}45\ \text{m/s}^2$

b) $t = \sqrt{\dfrac{2h}{a}} = 3\ \text{s}$

c) $m_2 = \mu m_1 = 10\ \text{kg}$

M.97. R : a) $F = \mu_s mg = 9{,}8\ \text{N}$

b) $F' = \dfrac{\mu_s\, mg}{\cos\alpha + \mu_s \sin\alpha} = 10{,}3\ \text{N}$

c) $F'' \leqslant \dfrac{m\,\mu_s g}{\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha} = 126\ \text{N}$

M.98. R : a) $F' = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1} F = 27\ \text{N}$

b) $a = \dfrac{F'}{m_1 + m_2} = 1{,}6\ \text{m/s}^2$

M.99. R : a) Nu

b) $N = F = 20\ \text{N}$

M.100. R : $t = \dfrac{v_0 - v}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 5{,}1\ \text{s}$

M.101. R : a) $F = mg\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 14{,}9\ \text{N}$

b) $t = \sqrt{\dfrac{2l}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = 8{,}72\ \text{s}$

M.102. R : a) $\varphi = \text{arctg}\,\mu$

b) $v = \sqrt{\dfrac{2Hg\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\sin\alpha}}$

$t = \sqrt{\dfrac{2H}{g\sin\alpha\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$

c) $h = H\,\dfrac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha} = 0{,}33\ \text{m}.$

Scanned with OKEN Scanner

M.103. R : a) $a_1 = 0{,}116\ \text{m/s}^2$; $a_2 = 0{,}24\ \text{m/s}^2$

b) $\mu = \dfrac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}$; $\quad \mu_1 = 0{,}041$ $\quad \mu_2 = 0{,}028$

M.104. R : $\mu = \dfrac{3}{4} \operatorname{tg} \alpha = 0{,}75$

M.105. R : $a = \dfrac{g m_B (\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha) - m_A}{m_A + m_B}$

$a = 0{,}16\ \text{m/s}^2$

M.106. R : $\dfrac{\sin \beta - \mu \cos \beta}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \leqslant \dfrac{m_1}{m_2} \leqslant \dfrac{\sin \beta + \mu \cos \beta}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}$

$$0{,}33 \leqslant \frac{m_1}{m_2} \leqslant 0{,}88$$

M.107. R : a) $v = \sqrt{2g(h - \mu d)}$

b) $l' = \dfrac{h}{\mu} - d$

c) $\mu' = \dfrac{h}{d}$

M.108. R : a) $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 3{,}2\ \text{m/s}^2$

b) $v = \sqrt{2al} = 8\ \text{m/s}.$

c) $\Delta x = \dfrac{v\left(t - \dfrac{v}{a}\right)}{2} = 12\ \text{m}.$

d) $\mu_2 = \dfrac{v^2}{2g\,\Delta x} = 0{,}27$

M.109. R : a) $v_A = gt \sin \alpha$

b) $v_B = \sqrt{g^2 t^2 \sin^2 \alpha - 2\mu g S}$

c) $h = \dfrac{gt^2 \sin^2 \alpha - 2\mu S}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

M.110. R : $a = 2\dfrac{v_0(t_5 - t_4) - (x_5 - x_4)}{t_5^2 - t_4^2}$

$a = 3{,}33\ \text{m/s}^2$

M.111. R : a) $a = \dfrac{F\sin\theta - \mu(G - F\cos\theta)}{m} = 1{,}93\ \text{m/s}^2$

b) $\theta_{\text{max}} = \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{1}{10}\right)\text{rad.}$

$v_{\text{max}} = \sqrt{2\left(\dfrac{F}{m}\sqrt{1+\mu^2} - \mu g\right)d} \simeq 20\ \text{m/s.}$

c) $F_{\text{max}} = \dfrac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\,mg \simeq 0{,}995\ \text{N}$

M.115. R : a) $|\overrightarrow{OP}| = 4{,}23\ \text{m.};\ \alpha_1 = 45°$

$|\overrightarrow{OQ}| = 5{,}5\ \text{m.};\ \alpha_2 = 67{,}5°$

$|\overrightarrow{OS}| = 6\ \text{m.};\ \alpha_3 = 90°$

b) $|\overrightarrow{SP}| = 4{,}23\ \text{m.};\ \alpha_4 = 135°$

c) $v_m = 0{,}84\ \text{m};\ \alpha_4 = 135°$

d) $v_p = v_s = 0{,}94\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}};\ \alpha_p = 90°\ ;\ \alpha_s = 180°$

e) $a_m = 0{,}27\ \text{m/s}^2;\ \alpha_{am} = 225°$

f) $a_s = a_p = 0{,}30\ \text{m/s}^2;\quad \alpha_s = 180°$

$\alpha_p = 270°$

M.116. R : a) crește tensiunea în fire, $T = mg + \dfrac{mv^2}{R}$

b) $l' = d\sqrt{1 + \dfrac{v^2}{lg}} = 2{,}8\ \text{mm.}$

Scanned with OKEN Scanner

M.117. R: a) $R = \frac{v^2}{g} = 1\ \text{km}$

b) $F = mg + \frac{mv^2}{R} = 19{,}8\ \text{kN}$

M.118. R: a) $v = gt\frac{h}{l} = 20\ \text{m/s}$

b) $l = \frac{gt^2h}{2l} = 200\ \text{m}.$

c) $\alpha = \text{arctg}\frac{v^2}{Rg} = 45°$

M.119. R: a) $F_c = \frac{mv^2}{R} = 10\ \text{kN}$

b) $h = \frac{lv^2}{Rg} = 7{,}5\ \text{cm}.$

c) $\mu = \frac{v^2}{Rg} = 0{,}05$

M.120. R: paralelă cu suprafața masei, cu apa din lac formează unghiul

$$\alpha = \text{arctg}\frac{v^2}{Rg} \simeq 51°$$

M.121. R: $v = \sqrt{Rg\cos\alpha}$

M.122. R: a) $r = \frac{v^2}{\mu g} = 20{,}7\ \text{m}$

b) $\alpha = 18°$

M.123. R: $F = m\sqrt{g^2 + \omega^2 l^2 \sin^2\varphi}$

$$\text{tg}\,\varphi_1 = \frac{\omega^2 l \sin\varphi}{g}$$

M.124. R: se rupe firul a pentru

$$\omega = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{mab^2}\left(R - \frac{mg\,a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)} = 10\ \text{rad/s}$$

Scanned with OKEN Scanner

M.125. R: $\nu_{min} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{r(\cos\theta + \mu\sin\theta)}}$

$$\nu_{max} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(\sin\theta + \mu\cos\theta}{r(\cos\theta - \mu\sin\theta)}}$$

M.126. R: $h = R_0(\sqrt{2} - 1) = 0{,}41\ R_0 = 2624$ km.

M.127. R: $M_P = \frac{4\pi^2}{KT^2}(R + h)^3 = 5{,}55 \cdot 10^{24}$ kg

M.128. R: a) $T = 2\pi d\sqrt{\frac{d}{mk}} = 120$ zile

$$v = \frac{2\pi}{T}d = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{m/s}$$

M.129. R: $F = m\left(a + \frac{KM}{r^2}\right)$

M.130. R: un punct de pe Ecuator

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi g_0}{T}r_0^2}$$

M.131. R: $g_0 = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{R_L^3}{R_P^3} \simeq 9{,}8\ \text{m/s}^2$

M.132. R: a) direcţia razei cu sensul spre centrul discului;

b) devine perpendiculară pe rază.

M.133. R: $\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{1}{1 - \frac{\mu g}{\omega^2 l_0}}$

M.134. R: $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}} = 1{,}59$ Hz.

M.138. R: a) 52 N

b) −260 J

c) 300 J

d) −40 J

e) zero

f) zero

Scanned with OKEN Scanner

M.139. R : a) 50 N

b) Nu

c) Da, 100 J

d) Nu

M.140. R : a) $t = 3{,}82$; $d = 15{,}5$ m.

b) $P = 840$ W

M.141. R : a) $V_m = 12{,}2$ m/s

b) $a_1 \simeq 1{,}1$ m/s^2 ; $a_2 = 0{,}022$ m/s^2

M.142. R : a) $L = 3{,}72 \cdot 10^4$ J

b) $P = 1{,}24 \cdot 10^3$ W

M.143. R : a) $\Delta t = 40$ s

b) $L = 24 \cdot 10^4$ J

c) $P_{max} = 1{,}95 \cdot 10^4$ W

M.144. R : a) $\mu = 0{,}05$

b) $\Delta t = 32$ s ; $d = 256$ m.

c) $v_{lim} = 4{,}6$ m/s

M.145. R : a) $G = g \dfrac{2L}{v_2^2 - v_1^2} = 2.10^4$ N

b) $\Delta x = \dfrac{v_2 + v_1}{2} \cdot \dfrac{L}{P} = 62{,}5$ m.

c) $F = 2 \dfrac{P}{v_1 + v_2} = 6 \cdot 10^3$ N

M.146. R : a) $v_m = 20{,}40$ m/s

b) $a_1 = 3{,}9$ m/s^2 ; $a_2 = 0{,}3$ m/s^2.

c) $L = 800$ kJ

M.147. R : a) $P_m = 225$ kW

b) $d = 4000$ m

c) $L = -36$ MJ

Scanned with OKEN Scanner

M.148. R : a) $a = \dfrac{2L}{F\Delta t^2} = 2\ \text{m/s}^2$

b) $F_f = \dfrac{PF\Delta t}{2L} = 2 \cdot 10^3\ \text{N}$

c) $\mu = \dfrac{aF_f}{g(F - F_f)} = 0{,}1$

M.149. R : a) $E_P = mgh = 9800\ \text{J}$

b) $E_c = \dfrac{1}{2}mv^2 = mgh = 9800\ \text{J}$

c) $E'_c = \dfrac{1}{2}\ mv'^2 = mgh' = 4\ 900\ \text{J}$

d) $E'_P = mgh' = 4\ 900\ \text{J}$

e) $E'_c + E'_P = 2\ mgh' = mgh$

M.150. R : a) $a = 1\ \text{m/s}^2$

b) $E_{P\,\max} = 6{,}125 \cdot 10^2\ \text{J}$

c) $L = 6{,}75 \cdot 10^4\ \text{J}$

M.151. R : a) $t = 2\ \text{s}$

b) $E_c = 384{,}16\ \text{J}$

M.152. R : a) $v = \sqrt{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)l} = 14{,}1\ \text{m/s}$

b) $d = \dfrac{(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)l}{\mu} \simeq 34{,}6\ \text{m}.$

M.153. R : a) $E = \dfrac{1}{2}m(v_0 + g\Delta t)^2 + mg\left(h - v_0\,\Delta t - \dfrac{1}{2}\,g\Delta t^2\right) = 2496{,}5\ \text{J}$

b) $E_C = \dfrac{1}{2}\ mv^2 = 2352\ \text{J}$

c) $\Delta E_c = L;\ F = \dfrac{\Delta E_c}{d} = 11{,}76\ \text{kN}$

Scanned with OKEN Scanner

M.154. R : a) $a = 3{,}5\ \text{m/s}^2$

b) $E_C = 560\ \text{J}$

c) $\Delta t \simeq 6{,}1\ \text{s}$.

M.155. R : a) $h = 100\ \text{m}$.

b) $h_{max} = 180\ \text{m}$; $\Delta t' = 9\ \text{s}$

c) $L_F = 10{,}8\ \text{kJ}$; $E_P = 10{,}8\ \text{kJ}$; $E_C = 10{,}8\ \text{kJ}$

M.156. R : $d = 2\sqrt{hH - h^2}$; $d' = \dfrac{H - 2h}{\sqrt{RH - h^2}} = 0$

$h = \dfrac{H}{2}$;

$d = H$

M.157. R : a) $E_P = mgl\,(1 - \cos\alpha)$

b) $L = \int_0^{\alpha} mal \cos\alpha\, d\alpha = mal \sin\alpha$

c) $E_P = L \Rightarrow \alpha_{max} = 2 \operatorname{arc\,tg} \dfrac{a}{g}$

d) $\alpha_{max} = 2\alpha_0$, $\alpha_0 = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{a}{g}$

M.161. R : a) 2450 N.s ;

b) 9,67 km/h ;

c) 20,9 km/h.

M.162. R : a) $\simeq 6$ N.s

b) $\simeq 4$ N.s

M.163. R : $v = 10\ \text{cm/s}$

M.164. R : $F = \dfrac{m^2 v^2}{2dM} = 166{,}6\ \text{N}$

M.165. R : $v = \dfrac{M}{m} \cdot \dfrac{\sqrt{2gl \sin\alpha}}{\cos\alpha}$, s-a neglijat acțiunea forței de gravitație.

Scanned with OKEN Scanner

M.166. R : $v = 1{,}875$ mm/s

M.167. R : a) $\vec{v}_1 = \vec{v} = \frac{m}{M}\vec{u}$; $\vec{v}_2 = \vec{v}$; $\vec{v}_3 = \vec{v} - \frac{m}{M}\vec{u}$

b) 1. prima aruncare este în faţă.

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \frac{m}{M+2m}\vec{u};\quad \vec{v}_2 = \vec{v} + \frac{m^2}{(M+m)(M+2m)}\vec{u};$$

$$\vec{v}_3 = \vec{v} - m\,\frac{M(M+2m)+m(M+m)}{(M+m)^2(M+2m)}\vec{u};$$

2. — prima aruncare este în spate

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + m\,\frac{M(M+2m)+m(M+m)}{(M+m)^2(M+2m)}\vec{u};$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v} - \frac{m^2}{(M+m)(M+2m)}u;$$

$$\vec{v}_3 = \vec{v} - \frac{m}{M+2m}\vec{u}$$

M.168. R : $v_1 = 9$ m/s; $v_2 = 1$ m/s.

M.169. R : $v_3 = 10\sqrt{2}$ m/s; $\alpha = 135°$ faţă de fiecare.

M.170. R : $d = 37$ km.

M.171. R : v' 160 m/s

M.172. R : $F \simeq 500$ kN; $p = 5 \cdot 10^6$ N/m^2

M.173. R : a) Descrie deasupra planului o parabolă

b) alunecă uniform pe plan, cu viteza $\sqrt{gh}$

M.174. R : $U \approx 1$ m/s

M.175. R : a) $\frac{m_2}{m_1} = 3$

b) $\vec{u}_1 = -2\vec{v}_1$

M.176. R : a) $u_1 = 1{,}72$ ms/s; $u_2 = 2{,}22$ m/s

b) $u_1' = 0$; $u_2' = 3{,}5$ m/s

Scanned with OKEN Scanner

M.177. R : $u = 1{,}2$ m/s ; $u_2 = 2{,}4$ m/s

M.178. R : a) $u = 4{,}1$ m/s ; $\Delta E_c = -2{,}4 \cdot 10^3$ J

b) $u_1 = 3{,}3$ m/s ; $u_2 = 5{,}3$ m/s

M.179. R : a) 1,4

b) 1,2

M.180. R : a) $h_{max} = 20$ m ; $E_P = 24$ J

b) $\Delta t = 2{,}2$ s ; $h = 19{,}8$ m.

c) $u = 4$ m/s în sus

M.181. R : $x = \dfrac{m_2 - m_1}{M + m_1 + m_2} l$

M.182. R : a) $v_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\left(1 + \dfrac{m}{2M}\right) \sin 2\alpha}} \simeq 3{,}3$ m/s

b) $h_m = 13{,}75$ cm

M.183. R : a) $v_0 = \sqrt{\dfrac{lg}{\dfrac{m^2 \cos^2 \alpha}{2\alpha M^2} + \sin 2\alpha}}$; $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{m}{2\mu M}$

b) $\Delta x = \dfrac{m^2 v_0^2 \cos^2 \alpha}{2\mu g (M - m)^2}$

M.187. R : $H = h + \dfrac{\dfrac{l}{2} T}{\sqrt{4P^2 - T^2}} \simeq 5{,}5$ m.

M.188. R : a) $T_{AB} = 339$ N ; $T_{AC} = 392$ N.

b) $\alpha' = 30°$

M.189. R : bara va cădea indiferent de valoarea tensiunii T

M.190. R : a) $T = 490$ N

b) $R = 686$ N

M.191. R : $F = 25\sqrt{10}$ N

Scanned with OKEN Scanner

M.192. R : $x = l\dfrac{F_1 \sin \alpha_1 - F_2 \sin \alpha_2}{2(P - F_1 \sin \alpha_1 - F_2 \sin \alpha_2)}$

M.193. R : $R = 7340$ N

M.194. R : a) $R = \sqrt{3}$ kN — direcție orizontală

b) $R_S = \sqrt{3}$ kN ; $R_T = \sqrt{6}$ kN

c) $M_R = 8650$ N.m ; $M_T = 8650$ N.m

M.195. R : 10 N în ambele cazuri.

M.196. R : coincide cu poziția corpului cu masa 3 m.

M.197. R : $x_C = 15{,}7$ cm față de baza cilindrului.

M.198. R : a) $x_C = -\dfrac{a}{120}$ față de centrul pătratului mare.

b) $\begin{cases} x_C = \dfrac{11}{21}a \\ y_C = \dfrac{13}{28}a \end{cases}$ față de punctul 0.

c) $x_C = \dfrac{5}{6}R$ față de punctul A.

M.199. R : a) $x = \dfrac{2}{3}\left(AD - \dfrac{AX}{2}\right)$

b) X, se află la jumătatea lui AD.

M.200. R : a) $R' = 10$ cm

b) $y_C = 9{,}58$ cm. față de fundul vasului

c) $E_C \approx 9$ J

d) $L = 3$ J

M.203. R : $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\rho_m - \rho}{\rho - \rho_a} = 0{,}85$

M.204. R : $y = 1{,}2$ cm.

M.205. R : $x = \sqrt[3]{\dfrac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho}} = 21$ cm

Scanned with OKEN Scanner

M.206. R : a) $a = g\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right) = 5{,}88 \text{ m/s}^2$

b) $v_2 = 16{,}15 \text{ m/s}$

c) $h_2 = 13{,}27 \text{ m.}$

d) $h_3 \approx 22{,}1 \text{ m.}$

M.207. R : a) $R = l^3 g\,(\rho_a - \rho) = 1 \text{ N}$

b) $a = g\left(\frac{\rho_a}{\rho} - 1\right) = 2{,}45 \text{ m/s}^2$

c) $x = l\frac{\rho}{\rho_a} = 6{,}4 \text{ cm.}$

M.208. R : a) $v = 20 \text{ m/s}$

b) $E_c = 207{,}5 \text{ J}$

c) $h = H\frac{1}{\frac{\rho}{\rho_{apă}} - 1} = 80 \text{ m.}$

M.209. R : a) $v_1 = \sqrt{gH(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} = 9 \text{ m/s}$

b) $a_2 = g\left(1 - \frac{1}{d}\right)\sin\alpha = 1{,}19 \text{ m/s}^2$

c) $v_2 = \sqrt{gH\left(2 - \mu \operatorname{ctg} \alpha - \frac{1}{d}\right)} = 9{,}9 \text{ m/s}$

d) $\Delta t = \frac{v_1}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} + \frac{v_2 - v_1}{a_2} = 2{,}31 \text{ s.}$

M.210. R : a) $h' = \frac{M + nm - nsl\,\rho_a}{S\rho_a} = 0{,}29 \text{ m}$

b) $F = S(h - h')\,\rho_a g = 13155 \text{ N}$

c) $L = \frac{F^2 l}{2n\,sE} = 108{,}1 \text{ J}$

d) $V = \frac{F}{\rho_a g} = 0{,}61 \text{ m}^3$

Scanned with OKEN Scanner

M.211. R: $\Delta p_d = \frac{1}{2}\rho Q^2\left(\frac{1}{S_2^2}-\frac{1}{S_1^2}\right) = 0{,}45$ atm.

M.212. R: $h = \frac{q_{0v}^2}{2gS} = 0{,}128$ m.

M.213. R: $h = 25$ cm, $l_{max} = 50$ cm.

M. 214. R: $P(x, y)$; $x = 2\sqrt{h(h+a)}$; $y = a + h$

M.215. R: a) $q_{va} = S\sqrt{\frac{2(\rho_a gh - \Delta p_s)}{\rho_a}} = 1{,}692$ dm³/s

$q_{vu} = 1{,}32$ dm³/s

b) $q_v = \sqrt{\frac{(\rho_u + \rho_a)gh - 2\Delta p_s}{\rho_a}} \approx 3{,}6$ m/s

M.216. R: $L = q_v \cdot \Delta p \cdot \Delta t = 24{,}8$ kJ

M.217. R: $L = \frac{\rho V^3}{2s^2\,\Delta t^2}$.

M.218. R: $P_c = \frac{Q_v}{\eta}\left[\Delta p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho Q_v^2\left(\frac{1}{S_2^2}-\frac{1}{S_1^2}\right)\right] \approx 52$ kW

M.219. R: a) $P_r \approx 2269$ W

b) $M_{rez.} \approx 1134$ N.m

M.220. R: a) $Q_v \approx 2{,}8$ m³/s

b) $P_u \approx 6{,}17$ MW,

c) $v = 700$ m/s.

d) $Q_v' = 7{,}65$ m³/s

M.223. R: 0,01 s; 100 Hz; 50 cm; $\frac{\pi}{3}$; 43,25 cm; 47,5 cm; 0.

M.224. R: $y = 5\sin(314t - 53°10')$ cm.

M.225. R: $y_2 = 3\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

M.226. R : a) 1256 cm/s ; 3,94 cm/s².

b) $\frac{2K-1}{200}$ s ; $\frac{K}{100}$ s.

M.227. R : a) $y = 0{,}098 \sin\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$ m

b) $\Delta l_{max} = 0{,}196$ m.

M.228. R : a) $\omega \approx 70 \frac{1}{s}$; $T \approx 0{,}089$ s ; $\nu \approx 11{,}1$ Hz ;

b) $\frac{E_C}{E_P} = 3$

M.229. R : a) $l = 0{,}1$ m.

b) $y = 0{,}1 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

c) $v = \cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ m/s.

$a = -10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ m/s².

M.230. R : a) $y = 0{,}2 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ m.

b) $E = 1$ J

M.231. R : 9) $y = 0{,}0424 \sin 100t$ m ;

b) $p_{max} = 0{,}424$ N.s.

c) $E_P = 0{,}8$ J ; $E_C = 0{,}1$ J.

M.232. R : a) $y = 0{,}12 \sin 80t$ m ;

b) $y_1 = 10{,}38$ cm ;

c) $y_2 = 11{,}61$ cm ;

d) $F_{max} = 19{,}2$ N ;

e) $\nu = 12{,}73$ Hz ; $T = 78{,}5$ ms.

Scanned with OKEN Scanner

M.233. R: $E = 0{,}4$ J; $E = 0{,}337$ J

M.233. R: K = 1, 0002

M.235. R: $T = T_0\left(1 + \frac{h}{R}\right) = 2{,}000625$ s,

$\Delta t = 24\,\Delta T = 27$ s.

M.236. R: $T = T_0\left(1 + \frac{h}{R}\right)$.

M.237. R: a) $T = 0{,}998$ s;

b) N = 17;

c) $\Delta t = 3$ min 40 s, avans în 24 h.

M.238. R: a) $T' = \frac{T}{\sqrt{\cos\alpha}} \approx 0{,}6$ s;

b) $T = 0{,}5$ s.

M.239. R: $T_1 = T_0\sqrt{\frac{g}{g + a_1}}$; $T_2 = T_0$; $T_3 = T_0\sqrt{\frac{g}{g - a_3}}$

$n = \frac{\Delta t_1}{T_1} + \frac{\Delta t_2}{T_2} + \frac{\Delta t_3}{T_3} \approx 26{,}3$ oscilații.

M.240. R: a) $y = 10 \sin(\omega t + 53°10')$

b) $y = 11{,}6 \sin(\omega t + 47°30')$.

M.241. R: $y_3 = 8{,}2 \sin(\omega t - 90°)$.

M.244. R: $\lambda_1 = 100$ m; $\lambda_2 = 29$ m.

M.245. R: a) $y_P = \sin 2\pi(100\,t - 40)$ mm;

b) $y_{P_1} = -0{,}58$ mm; $y_2 = y_3 = 0$.

M.246. R: a) $u = 40$ cm/s,

b) $\Delta\varphi_1 = 60°$,

c) $\Delta\varphi_2 = 157°30'$.

Scanned with OKEN Scanner

M.247. R: a) $\nu = 60$ Hz,

b) $v_{max} = 0{,}75$ m/s,

c) $u = 1507{,}2$ m/s.

M.248. R: $r = \arcsin \sqrt{\frac{E_2 \rho_1}{E_1 \rho_2}} \sin i = 9°30'$.

M.249. R: a) $\Delta\varphi = 200\,\pi \frac{d_2 - d_1}{u} - \frac{\pi}{3}$,

b) $A = 6 \cos^2 \frac{\pi}{2} \left[\frac{5}{2} (d_2 - d_1) - \frac{1}{3} \right]$.

c) $\Delta x_1 = \frac{1}{750}$ m; $\Delta x_2 = \frac{13}{750}$ m.

M. 250. R: a) $A = 5$ cm.

M.251. R: a) $A_0 = 0$

b) $y_P = 0{,}324 \sin \left(1120\,\pi t - \frac{9\pi}{20} \right)$ mm.

M.252. R: a) $\lambda = 20$ cm; 10 ventre; 11 noduri;

b) cu amplitudine maximă.

M.253. R: a) $\lambda = 10$ m, 3 fuse;

b) se modifică numărul de fuse: 6 fuse, 12 fuse, nu se mai formează undă staţionară.

M.254. R: a) $\nu = 21{,}75$ Hz.

b) $G = 0{,}42$ N.

M.255. R: a) $\nu = 315$ Hz.

b) $\lambda = 1{,}04$ m.

c) $u = 330$ m/s.

d) $v_{max} = 99$ cm/s.

Scanned with OKEN Scanner

T. 1. R : $55{,}5 \cdot 10^{-3}$ kmol ; $11 \cdot 10^{-3}$ kmol ; $46{,}4 \cdot 10^{-3}$ kmol.

T. 2. R : $4{,}65 \cdot 10^{-26}$ kg ; $3 \cdot 10^{-26}$ kg.

T. 3. R : 1,43 kg/m³ ; 0,55 ; 8.

T. 4. R : $\nu = \Sigma \nu_i$;

T. 5. R : a) $\mu_a = \Sigma r_i \cdot \mu_i$; b) $\mu_a = 1/\Sigma \frac{g_i}{\mu_i}$

T. 6. R : $7{,}7 \cdot 10^{-10}$ m ; $474 \cdot 10^{-30}$ m³ ; $6{,}6 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1}.

T. 7. R : Aerul uscat.

T. 8. R : 4 atm ; 9 l.

T. 9. R : $p_0 = \frac{l_1 d}{l_1 - l_0} = \frac{l_2 d}{l_0 - l_2} = \frac{(l_1 + l_2)\, d}{l_1 - l_2}$

T.10. R : 10 cm

T.11. R : 10 Torr

T.12. R : 5,6 cm

T.13. R : 25 cm ; 37,5 cm

T.14. R : $p^2 + [\rho g\,(L - l - x) - p_0] \cdot p_2 - \rho g p_0\,(L - l_0) = 0$, de unde cu valoarea lui p_2 se revine în :
$x = l_0(p_0 S - Mg)/(p_2 S - Mg)$

T.15. R : a) $M = (p_0 + \rho g \cdot l_0) S/g$
b) l rezultă din rezolvarea ecuației :

$$(\rho g + K)\, l^2 + \left(p_0 - K l_0 - \rho g L - \frac{Mg}{S}\right) l - p_0 l_0 = 0.$$

T.16. R : Denivelarea $\Delta h = h_0 - x$, unde x rezultă din :

$$[p_0 + g(\rho_0 h_0 - \rho x)] \cdot [(l - h)\, S_1 + (l - x)\, S_2] - p_0 (l - h)\,(S_1 + S_2) = 0$$

(x reprezintă denivelarea mercurului din cele două ramuri)

T.17. R : $n = \frac{m - \rho_0 \cdot V}{\rho_0 \cdot v}$; $p = p_0\left(1 + n \cdot \frac{v}{V}\right)$

T.18. R : $n = \lg \frac{p_n}{p_0} / \lg \frac{V}{V + v}$

T.19. R : $p = p_0 \cdot e^{-\frac{c \cdot t}{V}}$

T.20. R : Pompa (1) videază mai rapid, dar vidul obținut este mai slab decît la pompa (2)

T.21. R : $T'/T = 1/\sqrt{2(1 + p_0/\rho g h)}$

T.22. R : $y = a \sin\left(\sqrt{2(k + \rho S g)/\rho \cdot l \cdot S}\, t + \frac{\pi}{2}\right)$

T.23. R : $x = \frac{[S(p_1 - p_0) - Mg]V}{(p_0 S + Mg)S}$. dacă $p_1 > p_2$

T.24. R : $h = l^3/G(p_0 \pm \sqrt{p_0^2 - 2p_0 G^2/\rho g l^5})$; $x = G/\rho l\, hg$.

Scanned with OKEN Scanner

T.25. R : Vezi problemele T.9 respectiv T.12.

T.26. R : 273°C ; $t = 1/\alpha + 2l_1$.

T.27. R : $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{V}{T} = \dfrac{\nu \cdot R}{p}$. Se discută pantele în funcţie de valorile parametrilor de stare în situaţia în care unul din ei se păstrează constant şi celălalt variază.

T.28. R : $\Delta T = (mg + p_0 \cdot \Delta S) \cdot l/R$.

T.29. R : 327°C

T.30. R : 137°C

T.31. R : $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{p}{T} = \dfrac{\nu \cdot R}{V}$. Se reia discuţia de la problema T.27

T.32. R : $l_0' = l_0 \cdot \sqrt[\gamma]{p_0 S/(p_0 S - 3\,Mg)}$

T.34. R : $\rho = \dfrac{\mu \cdot p}{RT}$. Într-un proces izobar $\rho \sim \dfrac{1}{T}$ (hiperbolă) ; într-un proces izoterm $\rho \sim p$ (dreaptă care trece prin origine).

T.35. R : Presiunea a scăzut.

T.36. R : Volumul a crescut

T.37. R : $T_{max} = \dfrac{\mu \cdot p_{max} \cdot V_{max}}{mR}$, unde $V_{max} = -\dfrac{V_2 p_1 - V_1 p_2}{2(p_2 - p_1)}$

şi $p_{max} = \dfrac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} \cdot V_m + \dfrac{V_2 p_1 - V_1 p_2}{V_2 - V_1}$.

T.38. R : $p = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)\, RT/V$; $M = (\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3)/ / (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)$

T.39. R : $\dfrac{m_1}{m_2} = \left(1 - \dfrac{m}{M_2} \cdot \dfrac{RT}{pV}\right) \Big/ \left(\dfrac{m}{M_1}\dfrac{RT}{pV} - 1\right)$

T.40. R : $\rho = \dfrac{p_0(m_1 + m_2)}{RT(m_1/M_1 + m_2/M_2)}$

T.41. R : $p = (p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3) / (V_1 + V_2 + V_3)$.

T.42. R : $T_1 = \dfrac{3T_0}{2}$; $\nu' = \dfrac{\nu}{2}$; $\dfrac{T}{T'} = \dfrac{3}{2}$; $\dfrac{U}{U'} = 3$;

$\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{2p_0 S}{m \cdot l}}$.

T.43. R : $p_1 = 1{,}2 \cdot 10^5$ N/m² ; $p_2 = 1{,}6 \cdot 10^5$ N/m² ; $x = 0{,}075$ m ; $F = 6{,}2$ kN.

T.44. R : $\dfrac{p \cdot T_0 (l_1 + l_3)}{T(l_1 + l_2 + l_3 - l_2')} + \dfrac{K(l_2' - l_2)}{S} - \dfrac{p \cdot l_2}{l_2'} = 0$, de unde rezultă l_2'.

Scanned with OKEN Scanner

T.45. R: $(S_1 + S_2)p^2 + [(S_1+S_2+S_3) \cdot \rho gL - (S_1 + S_2) \cdot (\rho gh + p_0)]\,p - (S_1 + S_2 + S_3) \cdot \rho gL \cdot p_0 = 0$, de unde cu p determinat, rezultă $l = \dfrac{p_0 \cdot l_0}{p}$

T.46. R: $m = 20 - 0,1t$; $T = 300 - 0,3\ t$;

$p = 1/200(6000 - 36t + 0,03\ t^2)$.

T.47. R: $T_e = \dfrac{p_b V_1(V_2 - V_1)}{R|\nu_1(V_2 - V_1) - \nu_2 V_1|}$;

$p = (\nu_1 + \nu_2)\dfrac{p_b V_1(V_2 - V_1)}{V_2|\nu_1(V_2 - V_1) - \nu_2 V_1|}$;

$\dfrac{\nu_1}{V_1} = \dfrac{\nu_2}{V_2 - V_1}$.

T.48. R: $x = \dfrac{Ap_0}{\rho_2 g} \cdot \left[\rho_1 + \dfrac{m}{V_1} - \rho_2\right]$; $a = g\left(1 - \dfrac{V_1 \cdot \rho_2}{V_1 \cdot \rho_1 + m}\right)$

T.49. R: $p = 2mnv^2 \cos^2\theta$; $p = 2mn(v\cos\theta \pm u)^2$

T.50. R: $p = \dfrac{m}{M}\dfrac{RT}{V}(1 + \alpha)$

T.51. R: $\dfrac{v_{T_1}}{v_{T_2}} = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

T.52. R: a) Gazul curge din vasul (1) cu CO_2 înspre vasul (2) cu H_2;
b) Gazul curge din vasul (2) cu H_2 spre vasul (1) cu CO_2.

T.53. R: $t_2 = t_1 + \dfrac{v^2}{2c_v}$.

T.54. R: $\Delta U = \dfrac{\nu_1 T_1 V_2 - \nu_2 T_2 V_1}{T_1 V_2 + T_2 V_1} C_v(T_2 - T_1)$

T.55. R: a) $V_2 = 6,1$ l, $T_2 = 366$ K; b) $T_1 = T_2 = 300$ K; $V_2 = 5$l

T.56. R: $L = 0,25$ J

T.58. R: a) $T =$ constant; b) $\Delta U = \dfrac{p \cdot \Delta V}{\gamma - 1}$.

T.63. R: $C = \dfrac{nC_v - C}{n - 1} = \dfrac{R(n - \gamma)}{(\gamma - 1)(n - 1)}$.

T.64. R: $\gamma = 1,41$

T.65. R: $\Delta U = C_v \cdot \dfrac{pV}{mR}\,Q \cdot \Delta T$

Scanned with OKEN Scanner

T.66. R : a) $n_1 = 0{,}401$ mol ; $n_2 = 1{,}203$ mol ; b) $n_1' = 0{,}472$ mol, $n_2' = 1{,}132$ mol ; c) $\Delta U = -705{,}5$ J.

T.67. R : a) $L = 9{,}65$ J ; c) $L = 34{,}65$ J.

T.68. R : $L_{efect} = 3{,}68$ kJ

T.70. R : a) $L_a = (mg)^2/K - L_{irev}$; b) $L_b = \dfrac{L_a}{2} = L_{rev.}$

T.71. R : a) $\eta_{motor} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$; $\eta_{maşină\ frigorifică} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$;

b) $Q_1 = 120$ J ; $Q_2 = 90$ J ; $\eta = 0{,}25$

T.72. R : a) Cel mai eficient este să se scadă temperatura izvorului rece cu $\Delta T'$, temperatura izvorului cald rămînînd neschimbată ;
b) Randamentul minim se obţine cînd întreaga variaţie $\Delta T'$ afectează izvorul cald.

T.73. R : a) $n = \dfrac{R}{k \cdot V_m} = 4{,}3 \cdot 10^{25}$ molec/m^3 ;

b) $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 0{,}6$; c) $Q_2 = L\left(\dfrac{1}{\eta} - 1\right) = 80$ kJ

T.74. R : $x = 150$ K.

T.75. R : $\eta = \dfrac{(\gamma - 1)(\varepsilon - 1)}{\varepsilon\gamma + 1}$;

$\eta_c = (\varepsilon^2 - 1)/\varepsilon^2$

T.76. R : a) $L = \nu\, TR_A/2$; b) $Q_{abs} = 6\nu RT_A$; c) $\eta = 1/2$

d) $L' = -L$; $Q'_{abs} = \dfrac{11}{2} \cdot \nu RT_A$

Deoarece $Q'_{ced} > Q'_{abs}$ rezultă că sistemul funcţionează ca maşină frigorifică.

T.77. R : $\eta = 1 - \dfrac{1 - 1/\varepsilon^{\gamma-1}}{(\gamma - 1) \cdot \ln \varepsilon} = 23\,\%$

$\eta_c = 1 - 1/\varepsilon^{\gamma-1} = 42{,}5\,\%$

T.78. R : $\eta = 1 - \dfrac{(\gamma - 1) \cdot \ln \varepsilon}{\gamma \cdot (\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)} = 18{,}5\,\%$

$\eta_c = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 33\,\%$

T.79. R : $\eta = 1 - \dfrac{(\gamma - 1) \cdot \ln \varepsilon}{\rho - 1 + (\gamma - 1)\rho \cdot \ln(\varepsilon \cdot \rho^{\frac{\gamma}{\gamma-1}})}$

Scanned with OKEN Scanner

T.80. R : $\eta = \dfrac{(\rho - 1)\cdot \ln \varepsilon}{\dfrac{\gamma}{\gamma - 1}\cdot(\rho - 1) + \rho \ln \varepsilon} = 22\%$

$$\eta_c = 1 - \frac{1}{\tau} = 50\%$$

T.81. R : $\eta = \dfrac{(\tau - 1)\cdot \ln \varepsilon}{\dfrac{\tau - 1}{\gamma - 1} + \tau \cdot \ln \varepsilon} = 28\%$

$$\eta_c = 1 - \frac{1}{\tau} = 50\%$$

T.82. R : $C_{13} = \dfrac{C_p + C_v}{2} = \dfrac{R(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}$

$$\eta = 1 - \frac{\gamma + 1}{2\left[1 + \dfrac{\varepsilon^2(\gamma - 1)}{\varepsilon^2 - 1}\cdot \ln \varepsilon\right]}$$

T.83. R : $\eta = 1 - \dfrac{2\cdot \varepsilon^2(T_2 - T_1) + (\gamma + 1)(\varepsilon^2 - 1)\cdot T_1}{2\cdot(T_2 - T_1) + (\gamma + 1)(\varepsilon^2 - 1)\cdot T_2}$

T.84. R : a) $\eta = \dfrac{(\varepsilon - 1)\cdot(\rho^2 - 1)(\gamma - 1)}{(\rho^2 - 1)(\gamma + 1) + 2\rho^2 \cdot \gamma \cdot (\varepsilon - 1)}$

b) $\eta = \dfrac{2(\rho^2 - 1)\cdot \ln \varepsilon}{\rho^2 \cdot (2\ln \varepsilon + 1) - 1}$

T.85. R : $\eta = 1 - \dfrac{2T_3}{T_1 + T_2}$

T.86. R : a) $\eta = 1 - \dfrac{(\gamma - 1)\cdot \ln \varepsilon}{\varepsilon^{\gamma - 1} - 1}$; b) $\eta = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma - 1}}$

c) $\eta = 1 - \dfrac{\varepsilon^{\gamma - 1} - 1}{(\gamma - 1)\cdot \varepsilon^{\gamma - 1}\cdot \ln \varepsilon}$; d) $\eta = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma - 1}}$

e) $\eta = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma - 1}}$.

Scanned with OKEN Scanner

T.88. R : $\mu = \dfrac{i+2}{2}\dfrac{R}{c_p} = 28$ kg/kmol. $(i = 5)$

T.89. R : $c_v = \dfrac{i}{2}\dfrac{R}{\rho_0 V_0} = 650$ J/kg.K $\quad (i = 5)$

$c_p = \gamma \cdot c_v = 910$ J/kg.K.

T.90. R : $c_v = \dfrac{R}{\mu(\gamma - 1)} = 693$ J/kg.K.

$c_p = \gamma \cdot c_v = 970$ J/kg. K

T.91. R : $c_v = \dfrac{p}{(\gamma - 1) \cdot \rho T} = 720$ J/kg.K

$c_p = \gamma \cdot c_v = 1010$ J/kg.K

T.92. R : $c_v = \dfrac{i}{2}\dfrac{u^2}{3T} = 1000$ J/kg.K

T.93. R : a) $KT_1 l^2 + (p_0 S T_1 - K T_1 l_0) \cdot l - p_0 \cdot l_0 S T_2 = 0$, de unde $V_2 = l.s.$

b) $L_{ext} = -\left[p_0(l - l_0)S + \dfrac{K(l - l_0)^2}{2}\right]$

c) $Q = \dfrac{p_0 \cdot l_0 \cdot S}{\gamma - 1}\left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right) - L_{ext}$

T.94. R : a) $(\sin\alpha + \cos\alpha)x^2 + [p_0 + (l_0 - l_1)\sin\alpha + (l_0 + l_2)\cos\alpha]x + l_0 \cdot [l_2 \cos\alpha - l_1 \cdot \sin\alpha - l_2)] = 0$, unde x este deplasarea coloanei de lichid,

b) $Q = \dfrac{\rho \cdot gS}{2}[(l_1^2 - a^2) \cdot \sin\alpha + (l_2^2 - b^2) \cdot \cos\alpha]$,

unde $a = l_1 - x$; $b = l_2 + x$.

c) $L = \dfrac{\rho g S}{2} \cdot l_1 \cdot (l_1 + 2 \cdot l_2) + p_0 S \cdot l_1$

$\Delta U = p_0 \cdot l_1 S + \rho g S (l_0 \cdot l_2 + l_1 \cdot l_2 + l_1^2)$.

$Q = \Delta U + L$.

Scanned with OKEN Scanner

T.95. R : $Q = \frac{3}{2} p_0 hS + \frac{\rho g h}{4}(5aS + 6la^2 + 8hS)$

T.96. R : $I = 1{,}5$ A.

T.97. R : a) $\Delta H = \frac{m^2}{2g(M+m)^2}(v_0^2 - 2gH_1) = 125\,\text{m}$

b) $\Delta t_1 = \frac{Mm}{2c(M+m)^2}(v_0^2 - 2gH_1) = 3{,}1°\text{C}$

$\Delta t_2 = \frac{1}{c}\eta g(H_1 + \Delta H) = 9{,}9\ °\text{C}$

c) $\Delta t_3 = \frac{mv_0^2}{2(M+m)c} - \frac{mgH_1}{(M+m)\cdot c} = 16{,}7°\text{C}$

T.98. R : $v = \left[\frac{1}{m_1+m_2}(m_1v_1^2 + m_2v_2^2 - 2C\cdot\Delta t)\right]^{1/2}$

$\cos\theta = \frac{1}{2v_1v_2}\left[v_1^2 + v_2^2 - \frac{2(m_1+m_2)}{m_1m_2}C\cdot\Delta t\right]$

T.99. R : $T = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{p_1V_1/T_1 + p_2V_2/T_2} = 340$ K.

$p_1' = p_1\cdot\frac{T}{T_1} = 3{,}4$ atm

$p_2' = p_2\cdot\frac{T}{T_2} = 1{,}7$ atm

T.100. R : $T = \frac{p_1V_1 + \varepsilon p_2V_2}{p_1V_1/T_1 + \varepsilon p_2V_2/T_2} = 383$ K

$p = \frac{T}{V_1+V_2}\left(\frac{p_1V_1}{T_1} + \frac{p_2V_2}{T_2}\right) = 1{,}7\cdot10^5\,\text{N/m}^2$

T.101. R : $p_i = p_0 + \frac{4\sigma_i h}{d\cdot h_i}$ $(i = 1, 2)$

T.102. R : $\rho g r h^2 - (p_0\cdot r + \rho\cdot g r\cdot l + 2\sigma)h + 2\sigma l = 0$

de unde rezultă h.

Scanned with OKEN Scanner

T.103. R : $xy = \dfrac{\sigma \cos\theta}{\rho g \sin\dfrac{\alpha}{2}} = \text{const.}$, reprezintă ecuația unei hiperbole. (y = denivelarea, x = distanța de la muchie pînă la un punct oarecare de pe plăci căruia îi corespunde denivelarea y)

T.104. R : $\Delta t = \dfrac{2\pi\sigma^2}{(C + C')\rho g}\left(n - \dfrac{n^2 \cdot \pi \cdot r^2}{S}\right)$

$$n = \frac{S}{2\pi r^2}$$

T.105. R : $\sigma = \dfrac{(m + m')g}{2} = 26{,}6\,\dfrac{\text{mN}}{\text{m}}$

T.106. R : $\sigma = \dfrac{mg}{2\left(l + 2R\cos\dfrac{l'}{2R}\right)} = 28{,}45\,\dfrac{\text{mN}}{\text{m}}$

T.107. R : $T = \sigma \cdot R$

T.108. R : $l_{10} = \sqrt[3]{V_0 \dfrac{(1 + \alpha_2 t)(1 + \alpha_3 t)}{(1 + \alpha_1 t)^2}}$

$$l_{20} = l_{10}\frac{1 + \alpha_1 t}{1 + \alpha_2 t}\ ;\ l_{30} = l_{10}\frac{1 + \alpha_1 t}{1 + \alpha_3 t}$$

$$\Delta V = l^3 - l_{10} \cdot l_{20} \cdot l_{30} \approx V_0(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)\,t$$

T.109. R : $V_{1f} + V_{2f} = V_1 + V_2 = \text{invariant.}$

T.110. R : a) $t_f = \dfrac{\sum m_i c_i t_i}{\sum m_i c_i}$; $\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{m_i \cdot \gamma_i}{\rho_{0i}}(t_f - t_i)$

b) $\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{m_i \cdot \gamma_i}{\rho_{0i}} \cdot \Delta t_i$; $Q = \sum_{i=1}^{n} m_i c_i \cdot \Delta t_i$

În cazul general variația volumului depinde de modul de distribuție a căldurii Q.

T.111. R : Temperatura finală a sferei suspendate este mai mare decît aceea a sferei sprijinite.

T.112. R : a) $t_f = \dfrac{m_2 c_2 t_2 + m_1 c_1 t_1}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = 40°\text{C}$

b) $\alpha = \dfrac{1}{3}\gamma = \dfrac{m_1 - m_2}{3 \cdot \Delta t \cdot m_2} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$

Scanned with OKEN Scanner

c) $F = ES \cdot \alpha \cdot \Delta t = E \cdot \frac{m}{\rho l} \cdot \alpha \cdot \Delta t = 6{,}46 \cdot 10^4$ N.

T.113. R : Comprimăm gazul cu ajutorul pistonului. Dacă presiunea crește tot timpul avem situația (a) dacă presiunea crește la început, iar apoi rămîne constantă avem situația (b), iar dacă presiunea rămîne constantă, avem situația (c).

T.114. R : Este de ajuns să înclinăm tubul în planul vertical (în care se află tubul.). Dacă sînt numai vapori saturanți, suprafața lichidului va fi la același nivel în cele două ramuri ; dacă există și aer se produce o denivelare.

T.115. R : a) Nivelele lichidului se egalează ca la vase comunicante. Vaporii din vasul (1) se condensează parțial, iar în vasul (2) se evaporă puțin lichid.
b) Nivelele se egalează de asemenea. În adevăr ; temperatura fiind aceeași peste tot, în vecinătatea suprafeței lichidului presiunea vaporilor saturanți este aceeași și scade cu înălțimea, conform formulei aerostatice $\rho_v \cdot gh$ de aceea în stînga robinetului superior presiunea va fi mai mică decît în dreapta lui și deschizîndu-l vor trece vapori de la dreapta spre stînga, evaporîndu-se în dreapta și condensîndu-se în stînga pînă cînd nivelele se egalează.

T.116. R : Nu se schimbă ; o parte din vapori se condensează.

T.117. R : AB — încălzirea vaporilor saturanți în prezența lichidului în B se termină evaporarea lichidului ;
BC — încălzirea vaporilor nesaturanți după legea lui Charles.

T.118. R : În starea de vapori saturanți

T.119. R : $p = 1{,}9 \cdot 10^5$ N/m^2

T.120. R : $p_{aer} = p - p_S = 667{,}5$ Torr

$$\rho_{aer} = \frac{\mu p}{RT} = 0.96 \text{ g/l}$$

T.121. R : $p_1 = p_0 + p_v = H \cdot \frac{T_1}{T} + p_{S_1} = 940$ Torr

$$p_2 = H \cdot \frac{T_2}{T} + \frac{mRT_2}{\mu V} = 1106 \text{ Torr}$$

T.122. R : a) $p = \frac{(m - \rho_s \cdot V)RT}{\mu_{N_2} \cdot V} + p_s = 676{,}7$ Torr

b) $m = \rho_s \cdot V \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 172$ mg

c) $p' = n(p - p_S) + p_S = 2{,}6$ atm

Scanned with OKEN Scanner

T.123 R: $p_s = H + \frac{mg}{S} = 1760$ Torr, ceea ce corespunde temperaturii $\theta_1 \approx 126°C$.

$$h = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{RT}{S \cdot p} 8{,}4 \text{ cm}$$

T.124. R: $p = H + \frac{(m_1 - m_2)g}{S} = 255$ Torr, ceea ce corespunde temperaturii $\theta_2 = 72°C$.

a) $h_1 = \frac{mRT_1}{\mu \cdot S \cdot p} = 8{,}8$ dm

b) $h_2 = h_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 8{,}4$ dm

c) $h_3 \approx 0$.

T.125. R: $\Delta U = Q - p \cdot \Delta V = 3{,}75 \cdot 10^4$ J/mol.

T.126. R: $\lambda = \frac{t_2}{t_1} \cdot 100 = 533$ cal.

T.127. R: $m_{\text{minimă}} = M \frac{(p_{\max} - p)V}{RT} \approx 0{,}6$ kg

T.128. R: $m_1 = \frac{\lambda_v}{\lambda_t + \lambda_v} \cdot m = 87\ \%$

T.129. R: $m_v = \frac{m_2 c_2(\theta_2 - \theta_f) - m_1 c_1(\theta_f - \theta_1)}{\lambda_v + RT_f/\mu} = 33{,}8$ g

$$h = \frac{1}{H \cdot S} \cdot \frac{m_v}{\mu} \cdot RT_f = 0{,}57 \text{ m}.$$

T.130. R: $M = \frac{mc}{\lambda} \cdot \frac{V \cdot \rho_0 - m}{\beta \cdot m} \approx 64$ g

T.131. R: a) $t = -\frac{x \cdot v}{\gamma} = -5°C$

b) $Q = -Mct + xM\lambda = 177{,}5 \cdot 10^3$ J

T.132. R: $\lambda_v = 1{,}88 \cdot 10^5$ J/kg.

ELECTRICITATEA

E. 5.R: Scăderea gradului de electrizare.

E. 6.R: 1. (a) Sarcinile sînt distribuite pe un corp de dimensiuni neglijabile ori pe o suprafață sferică și sînt pozitive;

(b) Sarcinile sînt distribuite pe o suprafață plană, sînt pozitive;

Scanned with OKEN Scanner

2. (a) Intensitatea cîmpului electric se poate determina cu relaţia $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$, vectorul $\vec{E}$ este tangent în fiecare punct la liniile de cîmp şi are sensul lor;

(b) Intensitatea cîmpului electric va depinde doar de densitatea de sarcină de pe suprafaţă şi de proprietăţile electrice ale mediului $\left(E = \frac{\sigma A}{2\xi}\right)$ deci cîmpul creat de o astfel de distribuţie de sarcină este uniform.

3. În ambele cazuri corpul se va deplasa în direcţia şi sensul liniilor de cîmp.

(a) $F = q\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$, mişcare accelerată cu acceleraţie variabilă.

(b) $\vec{F} = q\vec{E}$ — mişcare uniform accelerată.

E. 7. R. Spre potenţialul mai mare.

E. 8. R. Pe baza comportării diferite a conductoarelor faţă de a dielectricilor aflate în stare de electrizare : starea de electrizare a unui conductor punctiform se anulează instantaneu prin contactul cu un conductor masiv neelectrizat;

Starea de electrizare a unui dielectric adus în contact cu un conductor masiv neelectrizat nu se anulează decît după un interval de timp.

În acest scop se folosesc două electrometre. Se aduc corpurile în contact cu unul din electrometre şi se va observa deviaţia foiţelor, după care corpurile se pun în contact cu sfera celuilalt electrometru. Dacă la acesta forţele rămîn imobile corpul este conductor —acesta s-a descărcat la contactul cu primul electrometru.

Dacă foiţele se îndepărtează, corpul este dielectric, întrucît acesta nu s-a descărcat complet la primul contact.

E. 9. R. Descărcînd una din sfere acestea se vor apropia pînă se vor atinge, după care se vor îndepărta din nou la o distanţă d_1. Sferele fiind identice, după atingere sarcina pe fiecare va fi $Q_1 = Q_2 = \frac{Q}{2}$, Q fiind sarcina înainte de atingere de pe una din sfere.

E.10. R. $\rho_s = 1600\ \text{kg/m}^3$.

E.11. R. $\frac{q_1}{q_2} = 2$ şi $\frac{1}{2}$

E.12. R. $x = d(2 - \sqrt{2})$ faţă de sfera A.

E.13. R. $Q = 0{,}46\ Q$.

E.14. R. $Q = 4l\sqrt{2\pi\varepsilon\, mg \sin^3\frac{\alpha}{2}}$

$$V = 2\sqrt{\frac{2mg}{\pi\varepsilon}\sin^3\frac{\alpha}{2}}$$

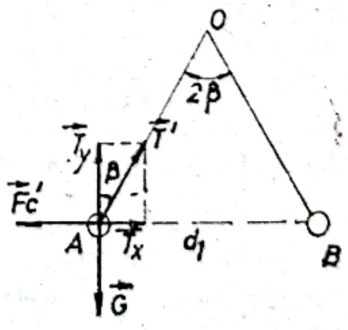


Fig. E 9 R

E.15. R. $Q_n = Q\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^{10}}\right]$

$Q_{10} = 39{,}91$ nC.

E.16. R. Fig. E 16 R.(a) și (b).

Rezultatele nu depind de direcția dreptei deoarece cîmpul produs are simetrie sferică.

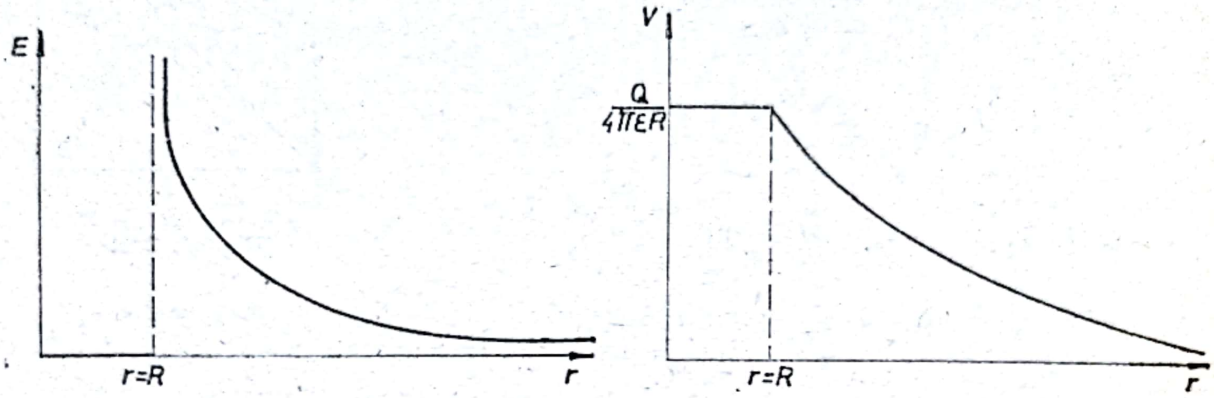


Fig. 16 E.R.(a, b)

E.17. R. $E = 0$ și deci și $F_e = q\,E = 0$. În această situație asupra particulei va acționa doar greutatea proprie.

E.18. R. $V_A - V_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) = -4{,}5 \cdot 10^3$ V.

E.19. R. 1. Conform figurii E.19R, pentru $y = 0{,}3$ cm.

$E_x = -E_{1x} - E_{2x}$

$E_x = -10{,}08 \cdot 10^{-6}$ V/m

$E_y = E_{1y} - E_{2y}$

$E_y = -7{,}884 \cdot 10^{-6}$ V/m

$E_{(y=0,3)} = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$

$E = 12{,}78 \cdot 10^{-6}$ V/m

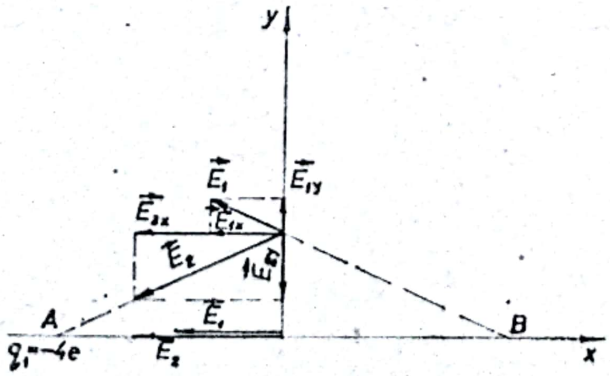


Fig. E 19 R

În punctul pentru care $y = 0$, $E_{1y} = E_{2y} = 0$, deci:

$E_{(y=0)} = -E_{1x} - E_{2x}$

$E_{(y=0)} = -18 \cdot 10^{-6}$V/m.

2. $E = 0$ numai pentru $x = +6$ cm și $y = 0$ deci în afara intervalului [A B].

3. $V_{(y=0,3)} = -21{,}38 \cdot 10^{-8}$V

$V_{(y=0)} = -21{,}6 \cdot 10^{-8}$V

$V_{(x=8cm,y=0)} = -3{,}6 \cdot 10^{-8}$V.

Scanned with OKEN Scanner

E.20. R. 1. pentru $q = 1$; $F = E$
Avînd în vedere distribuţia de sarcini din figura E 20 R :

$$E_{(o)} = \frac{3q}{\pi \varepsilon b^2}$$

$$2.\ V_{(o)} = \frac{q}{\pi \varepsilon b \sqrt{2}}$$

$$3.\ L_{o \to M} = \frac{0{,}38\ q}{\pi \varepsilon b}$$

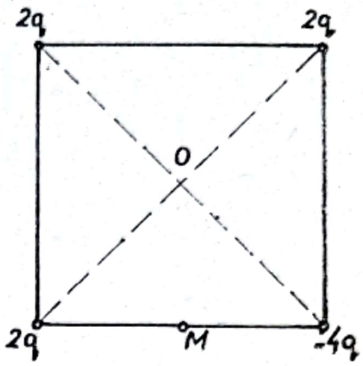


Fig. E. 20R

E.21. R. 1. $x = v_{0x} \cdot \Delta t = 0{,}61$ m.

$$y = v_{0y} \cdot \Delta t + \frac{e}{2} \frac{E}{m} \cdot \Delta t^2 \approx 1{,}12 \text{ m}$$

$$2.\ \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha + \frac{eE}{m} \Delta t}{v_0 \cos \alpha} = 3{,}0981$$

$$\beta = 72^\circ\ 10'$$

$$3.\ E_c = \frac{mv^2}{2} = 71{,}83 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$4.\ L = E_c - E_{c0} = 62{,}73 \cdot 10^{-17} \text{J}$$

E.22. R. 1. Asupra electronului introdus în cîmp va acţiona forţa electrică $F = qE$ orientată în sens contrar lui $\vec{E}$ deci pe direcţia lui $\vec{E}$ va avea o mişcare uniform accelerată, iar pe direcţia perpendiculară pe $\vec{E}$ va avea o mişcare uniformă cu $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$.

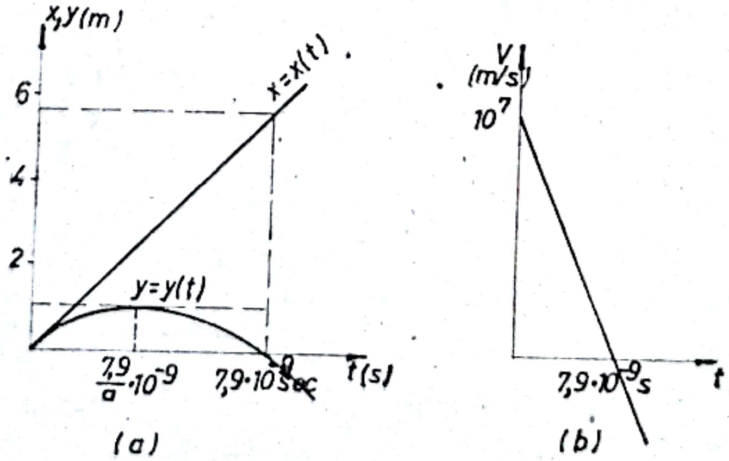


Fig. E. 22.R(a,b)

Mișcarea electronului este similară mișcării unui corp în cîmpul gravitațional care a fost lansat după o direcție ce face unghiul α cu orizontala.

2. $y_{max} = \dfrac{v_0^2 \sin \alpha}{2\dfrac{eE}{m}} = 1{,}4 \text{ cm}$

3. $y = 0$ pentru $v_0 \sin\alpha \, \Delta t + \dfrac{eE}{2m} \Delta t^2 = 0,$

deci $\Delta t = 0$

și

$$\Delta t = -2 \frac{v_0 \sin\alpha}{eE} = 7{,}9 \cdot 10^{-9} \text{ sec.}$$

4. Mișcarea în cîmp avînd loc numai sub acțiunea forțelor electrice, neexistînd pierderi de energie, electronul va reveni cu aceiași viteză v_0.

5. $\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$

$$p = -2\, p_{0y} = -2mv_0 \sin\alpha = -9\sqrt{2} \cdot 10^{-24} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

6. Fig. E 22 R (a) și (b)

E.23. R. 1. $L_{A\to C\to B} = L_{A\to C} + L_{A\to B} = -Q \cdot E \cdot AC + 0 =$

$= -10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 = -5 \cdot 10^{-4}$ J.

2. $L_{A\to D\to B} = L_{A\to D} + L_{D\to B} = 0 + (Q \cdot E \cdot DB) = -5 \cdot 10^{-4}$ J.

3. Pentru aceasta vom aproxima diagonala prin o serie de segmente orizontale și verticale. De-a lungul segmentelor orizontale $L = 0$, iar lucrul mecanic de-a lungul segmentelor verticale va fi egal cu suma lucrurilor efectuate pe fiecare segment. Cum forța se menține constantă, QE, rezultă că: $L_{B\to A} = -Q \cdot E \cdot AC = -Q \cdot E \cdot DB$, în concluzie lucrul mecanic al forțelor electrostatice nu depinde de drum (de stările intermediare) ci numai de stările extreme.

E.24. R. $v = \sqrt{2gh} = 9{,}9$ m/s

2. $E_c = \dfrac{mv'^2}{2} = 5{,}0049 \cdot 10^{-2}$ J

$$E_c = \left(mg + \frac{qU}{d}\right) \Delta h = 5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\Delta p = m(v' - v) = 306{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Scanned with OKEN Scanner

3. $a = g\dfrac{qU}{md} = 9{,}8 + 5 \cdot 10^5\ \mathrm{m/s^2} \approx 5 \cdot 10^5\ \mathrm{m/s^2}$

4. $E_c + m\,g\,h' = m\,c\,\Delta t + x\lambda$

$x = 0{,}46 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g}.$

E.25. R. 1. Ionul va avea o mişcare uniform variată, similară mişcării unui corp aruncat pe verticală, de jos în sus, cu viteza v_0 în cîmpul gravitaţional.

2. $y = v_0 t - \dfrac{qE}{2m} t^2$

Fig. E 25 R(a) şi (b)

$v = v_0 - \dfrac{qE}{m} t$

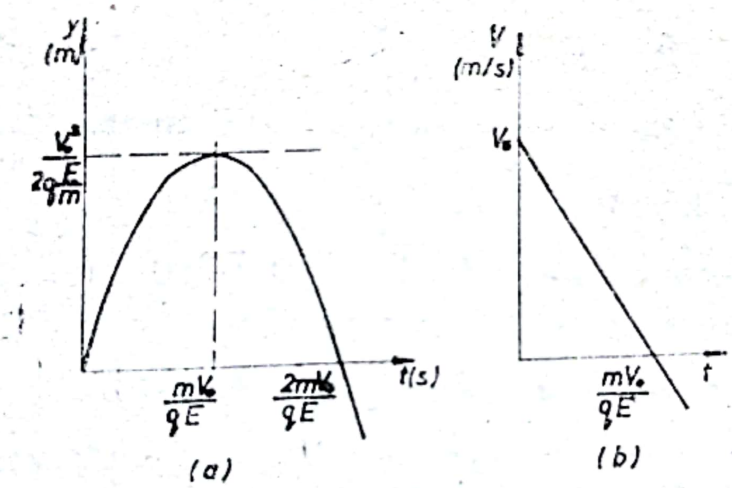


Fig. E. 25 R. (a, b)

3. Neexistînd pierderi de energie şi neglijînd efectul forţei de gravitaţie, energia cinetică iniţială a ionului scade la zero sub acţiunea forţei electrice în intervalul de timp $\dfrac{mV_0}{qE}$, după care, sub acţiunea aceleiaşi forţe ($F = q\,E$), ionul revine spre locul de lansare, energia cinetică crescînd pînă la valoarea iniţială.

4. $t = \dfrac{2mv_0}{qE} + \dfrac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2\dfrac{qE}{m} d}}{\dfrac{qE}{m}} =$

$= \dfrac{m}{qE}\left(v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + \dfrac{2qEd}{m}},\right)$

Scanned with OKEN Scanner

E.26. R. 1. $\vec{v}_0 \perp \vec{E}$

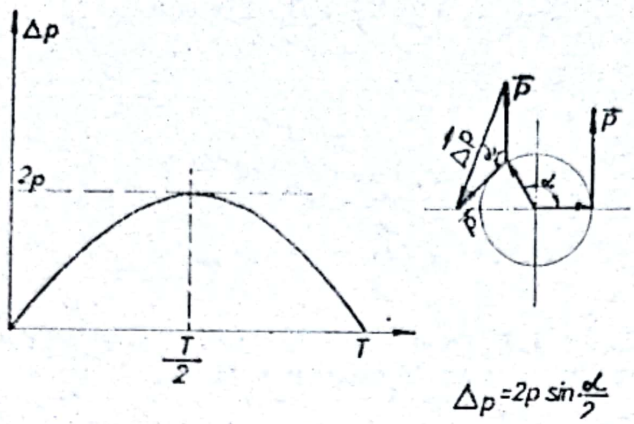


Fig. E. 26 R.

$$\frac{mv_0^2}{R} = qE$$

$$\frac{mv_0^2}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{R^2}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon\, mR}}$$

2. $\Delta E_c = 0$

3. Fig. E 26.R

4. $\Delta W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon R}$

E.27. R. 1. $C = \frac{Q}{V} = 200\ \text{nF}$

2. $C = 4\pi\varepsilon R$

3. $R = \frac{C}{4\pi\varepsilon} = 9 \cdot 10^9\ \text{m}.$

E.28. R. 1. $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = 1{,}77\ \text{nF}$

2. $E = \frac{U}{d} = 10^5\ \text{V/m}$

3. $C' = \varepsilon_r C = 4\,C$

După cum se observă capacitatea electrică a unui condensator variază direct proporţional cu permitivitatea electrică a dielectricului.

4. $\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = \frac{Q}{U};\ \frac{U}{d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$, conform acestei relaţii intensitatea cîmpului electric variază invers proporţional cu permitivitatea dielectricului.

E.29. R. 1. $Q_1' = (Q_1 + Q_2)\frac{r_1}{r_1 + r_2} = 0{,}35\ \mu\text{C}$

$$Q_2' = (Q_1 + Q_2)\frac{r_2}{r_1 + r_2} = 47\ \mu\text{C}$$

Scanned with OKEN Scanner

2. Capacitatea electrică a unui corp este puternic influențată de apropierea cu alte corpuri.

3. Transferul de sarcini este însoțit de consum de energie.

E.30. R. $C = 4\pi\varepsilon r \dfrac{V_1 - V_3}{V_3 - V_2} \approx 83$ pF

E.31. R. 1. $\varepsilon_p = \dfrac{U}{2U' - U} = 6$

2. Prin introducerea plăcii de porțelan, considerînd că sistemul format este echivalent cu două condensatoare legate în serie:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_{r2}}}$$

3. Pentru situația în care în spațiul dintre armături se introduc mai multe straturi izolatoare diferite, generalizînd relația de la punctul 2, obținem:

$$C_e = \frac{\varepsilon_0 S}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{d_i}{\varepsilon_{ri}}}$$

E.32. R. 1. Pentru poziția inițială a sferelor (distanța dintre sfere fiind foarte mare) atît intensitatea cîmpului electric cît și potențialul electric în punctul considerat, va fi zero.

Apropiind cele două sfere:

$$E = E_1 - E_2 = -520 \text{ V/m}$$

și va fi orientat spre sarcina Q_1

$$V = V_1 + V_2 = 426{,}15 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

2. Energia sistemului va crește cu lucrul mecanic necesar aducerii fiecărei sfere în cîmpul creat de cealaltă, de la infinit la distanța „n" una de cealaltă.

$$L = Q_1' \frac{Q_2'}{4\pi\varepsilon d} + Q_2' \frac{Q_1'}{4\pi\varepsilon d} = 2\frac{Q_1' Q_2'}{4\pi\varepsilon d} = 18{,}10^9 \frac{47 \cdot 0{,}35 \cdot 10^{-12}}{2}$$

$$L \approx 148 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

E.33. R. 1. $\Delta W = 2\pi\varepsilon \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}(V_1^2 - V_2^2)$

2. $m = \dfrac{W}{C\Delta t}$

Scanned with OKEN Scanner

E.34. R. 1. $m = \dfrac{Q}{2g(l+r)(1-\cos\alpha)} = 10$ g.

2. $q = 4(l+r)\sqrt{\pi\varepsilon mg\,\mathrm{tg}\alpha\sin\alpha} = 940$ nC.

E.35. R. 1. $C = \dfrac{\pi\varepsilon R^2}{d} = 227{,}8$ pF.

2. $Q = CU = 13{,}9$ nC.

$W = \dfrac{CU^2}{2} = 3{,}47$ mJ

3. $Q = 2\,CU'$; $U' = \dfrac{U}{2}$; $W' = \dfrac{W}{2}$

$C' = \dfrac{\varepsilon\pi R^2(1+\alpha_m\Delta t)^2}{d(1+\alpha_S\Delta t)} \approx C\dfrac{1+2\alpha_m\Delta t}{1+\alpha_S\Delta t}$

$C = C\dfrac{(2\alpha_m-\alpha_S)\Delta t}{1+\alpha_S\Delta t} = 0{,}44\cdot10^{-14}$ F

E.36. R. 1. $q = CU = 25\cdot10^{-2}$ C

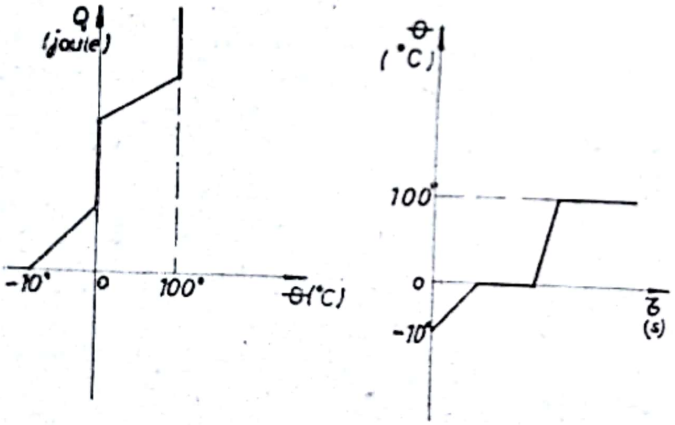


Fig. E. 36 R.

$W = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{625}{2}$ J.

2. $m\lambda = W$

$m = 0{,}93$ g.

3. $Q = m\,(C_{gh}\Delta t_1 + \lambda t +$

$+ C_a\,\Delta t + \lambda_V)$

$Q = 2811{,}8$ J.

4. $V = \dfrac{mR}{pM}\left(T_1 + \dfrac{W}{mC_p}\right) = 290$ cm³.

E.37. R. 1. $S = \dfrac{eC}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = 5{,}13$ m²

2. $W_c = \dfrac{1}{2}CU_0^2 = 0{,}5$ J.

3. $W_S = qU_0 = CU_0^2 = 2W_c$

Randamentul de încărcare al condensatorului este, deci de 50%

Scanned with OKEN Scanner

E.38. R. 1. $C = 516$ pF.

E.39. R. Da, la condensatorul cu capacitate mai mică

$$U_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U \cdot \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 U}{C_1 + C_2}$$

$$U_2 = \frac{1\,100 \cdot 30\,000}{1500} = 22\,000 \text{ V}.$$

$U_2 > 18\,000$ V, care este tensiunea de străpungere a prespanului.

E.40. R. $U = 13\ U_1 = 6500$ V.

E.41. R. 1. $\Delta V' = 7\ \Delta V = 700$ V

2. $mg = QE = Q\dfrac{\Delta V'}{d}$

$m = 7 \cdot 10^{-8}$ kg

3. $d' = \dfrac{d}{\varepsilon_r} = \dfrac{1}{7}$ cm

4. $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - x + \dfrac{x}{\varepsilon_r}}$

E.42. R. 1. $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - e + \dfrac{e}{\varepsilon_r}} = 11{,}8$ p

2. $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d} = 2{,}556$ p F

$Q = C\,V = 2{,}556 \cdot 10^{-10}$ C.

3. $mg = 5e\dfrac{U}{d}$; $d = 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ m

E.43. R. 1. $L = W_f - W_i = \dfrac{1}{2} U^2 (C' - C) = \dfrac{1}{4} CU^2 = -7{,}5 \cdot 10^{-3}$ J.

2. $\Delta W = L$

3. $\Delta W_i = U\,\Delta Q = \dfrac{CU^2}{2} = 15 \cdot 10^{-3}$ J.

4. $L = \dfrac{CU^2}{8}$

Scanned with OKEN Scanner

E.44. R. $\Delta W = \frac{1}{2} CU^2 \frac{(\varepsilon_r - 1)^2}{\varepsilon_r(\varepsilon_r + 1)} = 60\ J$

E.45. R. 1. $\Delta W = \frac{CU^2}{2n(n-1)}$

2. Energia debitată suplimentar de sursă este:

$$W_s = U\Delta q = \frac{CU^2}{n(n-1)}$$ și se cheltuiește prin efect Joule.

$$W_j = W_s - \Delta W = \frac{CU^2}{2n(n-1)}$$

E.46. R. 1° Condensatorul rămînînd cuplat la baterie tensiunea U rămîne aceiași, în schimb, se modifică capacitatea. Aceasta micșorîndu-se de ε_r ori, determină micșorarea energiei.

Ca energia să rămînă neschimbată trebuie să readucem capacitatea condensatorului la valoarea inițială prin modificarea distanței dintre armături

$$\frac{\varepsilon_0 S}{\frac{e}{\varepsilon_r} + d - e} = \frac{\varepsilon_0 S}{d + x} \Rightarrow x = e\left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right) = -3{,}4\ cm$$

2° Decuplînd condensatorul de la sursă sarcina acumulată prin încărcare rămîne neschimbată, dar energia se modifică din cauza modificării capacității electrice.

Cum $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ soluția va fi aceiași ca în cazul precedent.

E.47. R. 1. $Q_1 = 8 \cdot 10^{-4}\ C$; $Q_2 = 16 \cdot 10^{-4}\ C$; $Q_3 = 24 \cdot 10^{-4}\ C$

2. $V_B = 800\ V$.

E.48. R. 1. $q_1 = \frac{C_1}{2} \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} E = -24 \cdot 10^{-6}\ C$

2. $q_2 = \frac{C_2}{2} \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} E = -36 \cdot 10^{-6}\ C$.

3. $q_3 = \frac{C_2 - C_1}{2} E = 60 \cdot 10^{-6}\ C$

E.49. R. În interiorul unei sfere încărcată cu o sarcină electrică, potențialul are aceiași valoare în orice punct din interior și este egal cu cel de pe suprafața acesteia. Deci:

1. $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$; $V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$

Scanned with OKEN Scanner

$$q_1 = 4\pi\varepsilon (V_1 - V_2)\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

$$q_2 = 4\pi\varepsilon R_2 \frac{V_2 R_2 - V_1 R_1}{R_2 - R_1}$$

2. $\sigma_1 = \dfrac{q_1}{s_1}$; $\sigma_2 = \dfrac{q_2}{s_2}$

3. $V = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon r} + \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon R_2}$; $V_1 = \dfrac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon r}$

4. Intensitatea cîmpului electric în interiorul unei sfere încărcate este nulă. Între sfere :

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r^2}$$ iar în afara lor :.

$$E' = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon r^2}$$

E.50. R. Se stabileşte în mod arbitrar polaritatea condensatoarelor. Fie q_1, q_2, q_3 sarcinile cu care se încarcă şi potenţialele, din figură.
Conform primei legi a lui Kirchhoff (în jurul unui nod sarcina totală apărută prin inducţie este zero)

$$-C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3 = 0.$$

Conform legii referitoare la ochiul de reţea avem :

$$U_1 + U_3 = E_1 ; \; U_1 + U_2 = E_1 + E_2$$

Rezolvînd sistemul se obţine :

$$U_1 = \frac{C_3E_1 + C_2(E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$U_2 = \frac{C_3E_2 + C_1(E_1 + E_2)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$U_3 = \frac{C_1E_1 - C_2E_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

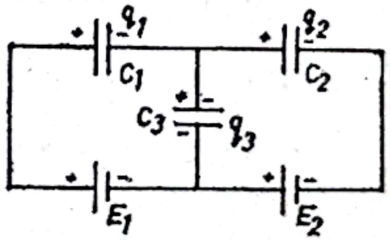


Fig. E 50 R.

iar $q_1 = C_1U_1$; $q_2 = C_2U_2$; $q_3 = C_3U_3$

E.51. R. Se vor grupa astfel : 2 în paralel, iar gruparea obţinută va fi legată în serie cu celelalte două :

$$C_e = \frac{\frac{1}{2}\cdot 3}{\frac{1}{2} + 3} = \frac{3}{7}\ \mu\text{F}.$$

Scanned with OKEN Scanner

E.52. R. Prin conectarea celor două condensatoare sarcina totală rămîne neschimbată :

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2',$$

iar tensiunea dintre armăturile condensatoarelor va fi aceiași pentru ambele :

$$U' = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$$

$$U' = 3 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

2. $Q_1' = C_1U' = 6.10^{-3}$ C.

$Q_2' = C_2\,U' = 15 \cdot 10^{-3}$ C

E.53. R. 1. $C = 2{,}5\mu\text{F}$

2. $U_{AB} = 60$ V

3. $U_{AB} = 9$ V

E.54. R. 1. $U_1 = E_1$; $U_2 = E_1 + E_2$

$U_3 = E_1 + E_2 - E_3$

2. Sarcinile se calculează aplicînd relația $Q = CU$

E.55. R. 1. Înainte de închiderea întrerupătorului :

$q_1 = q_2 = 140\mu\text{C}$; $q_3 = 0$; $q_4 = q_5 = 72\ \mu\text{C}$

2. După închiderea întrerupătorului :

$q_1 = 164\ \mu\text{C}$; $q_2 = 116\ \mu\text{C}$; $q_3 = 48\ \mu\text{C}$; $q_4 = 92\ \mu\text{C}$;

$q_5 = 44\ \mu\text{C}$.

E.56. R. $U_2^{(n)} = \left[1 - \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^n\right] E.$

E.62. R. $I = \frac{q}{T} = \frac{\frac{Q}{N}}{T} = \frac{CU}{NT} = \frac{nCU}{N} = 6{,}25$ A

E.63. R. $I = nCE = K\alpha'$

$E = I'R = K\alpha'R$

Din cele două relații rezultă :

$$C = \frac{\alpha}{\alpha'}\,\frac{1}{nR} = 78\ \mu\text{F}$$

E.64. R. 1. Din cauza plăcii care se rotește, capacitatea condensatorului variază între valorile :

$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\pi R^2}{2d} = \frac{Q_1}{U}$ cînd lama este introdusă complet între armături, și :

$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{2d} = \frac{Q_2}{U}$ cînd placa este complet în afara armăturilor.

Din cele două relaţii rezultă:

$$Q_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \pi R^2}{2d} U = 150 \text{ nC}.$$

$$Q_2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_r} = 25 \text{ nC}.$$

2. Curentul din circuit va avea valoarea:

$$I = \frac{2(Q_1 - Q_2)}{T} = 0{,}5 \ \mu\text{A}.$$

E.65. R. $U = 0$, circuitul fiind întrerupt.

E.66. R. Cărbunele prezentînd un coeficient negativ de variaţie a rezistenţei cu temperatura, problema este rezolvabilă.
Fie deci R_{01} şi R_{02} rezistenţele celor două bare la 0°C şi R_1 şi R_2, rezistenţele lor la o temperatură oarecare. Între acestea trebuie să existe relaţia:

$R_{01} + R_{02} = R_1 + R_2$, unde:

$$R_1 = R_{01}(1 + \alpha_1 t) = \rho_{01} \frac{l_1}{S} (1 + \alpha_1 t)$$

$$R_2 = R_{02}(1 + \alpha_2 t) = \rho_{02} \frac{l_2}{S} (1 + \alpha_2 t)$$

Din aceste relaţii se obţine:

$$\frac{l_1}{l_2} = -\frac{\rho_{02} \alpha_2}{\rho_{01} \alpha_1}$$

E.67. R. 1. $r = 3\Omega$

2. $q = 500$ C.

E.68. R. $R_x = 3\Omega$; $E = 2\text{V}$

E.69. R. $I = 2{,}5\text{A}$; $r = 0{,}2\ \Omega$

E.70. R. $I = 1{,}5\text{A}$; $U = 5{,}7V$; $\eta = 95\ \%$

E.71. R.
$$\left.\begin{aligned} I_0 &= \frac{E}{r} \\ I &= \frac{E}{R + r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow r(I_0 - I) = IR$$

$$r = \frac{IR}{I_0 - I} = 0{,}4\ \Omega$$

$$E = I_0 r = 12\ V.$$

Scanned with OKEN Scanner

E.72. R. $U = E + Ir = 2{,}5$ V.

E.73. R. 1. $R_s = R_1 + R_2 = 16\,\Omega$

2. $$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 3\Omega$$

3. La gruparea în serie, rezistența echivalentă este mai mare decît cea mai mare, pe cînd. la gruparea în paralel, rezistența echivalentă este mai mică decît cea mai mică dintre ele.

E.74. R. $R_1 = 3\Omega$; $R_2 = 6\Omega$

E.75. R. 1. K este deschis

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_1')(R_2 + R_2')}{R_1 + R_1' + R_2 + R_2'} = 9{,}12\,\Omega$$

2. K este închis

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1' R_2'}{R_1' + R_2'} = 8{,}8\,\Omega$$

E.76. R. $R_e = 6\Omega$

E.77. R. $U = I\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 12$ V

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 3\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = 2\text{A}$$

E.78.R. Sarcina care circulă prin sîrmă este pusă în mișcare de un cîmp electric. Acest cîmp electric este distribuit atît în interiorul conductorului cît și în exteriorul acestuia. Cîmpul electric din interiorul conductorului are liniile de cîmp orientate în lungul acestuia, de la borna pozitivă a sursei care alimentează conductorul, la borna negativă, și, oricît de curbat este conductorul acestea nu pot ieși în afara lui.
Cîmpul electric din exteriorul conductorului este mult prea complicat și spre deosebire de cel interior. cel exterior, este dependent de locul sursei, de forma conductorului, de poziția celorlalte corpuri, încărcate, din jur.

Cîmpul electric în interiorul unei sîrme conductoare, are vectorul intensitate $\vec{E}$ paralel cu laturile sîrmei, iar mărimea lui $\vec{E}$ este constantă pe tot parcursul unei sîrme uniforme $E = \dfrac{\varepsilon}{l}$, ε fiind t.e.m. a sursei ce alimentează sîrma de lungime l. Dacă sîrma nu este uniformă, valoarea lui E, diferă de la un punct la altul. De exemplu, dacă sîrma este formată din doi conductori diferiți, de lungime l_1 și l_2, primul fiind un conductor

mai bun ca al doilea, sarcina se va acumula pe joncțiunea dintre cei doi conductori pînă cînd $\vec{E}_2$ în l_2 este suficient de mare și cîmpul $\vec{E}_1$ în l_1 suficient de slab, astfel, încît intensitatea curentului să fie aceiași prin fiecare conductor, iar suma $E_1 l_1 + E_2 l_2$ va reprezenta diferența de potențial de la extremitățile conductorului, respectiv, bornele sursei.

2. $E = \frac{\varepsilon}{l} = 3\text{V/m}$.

3. Nu, întrucît diferența de potențial între extremitățile conductorului rămîne egală cu forța electromotoare a bateriei, indiferent ce se mai conectează în paralel.

E.79. R. 1. $\rho = \frac{RS}{l}$; $\rho_1 = 0{,}1\ \Omega\text{m}$

$\rho_2 = 0{,}05\ \Omega\text{m}$

2. $= E_1 l_1 + E_2 l_2$

$$E_1 = \frac{V_1}{l_1} = \frac{IR_1}{l_1} = \frac{V}{R_1 + R_2} : \frac{R_1}{l_1} = 1\ \text{V/m}$$

$$E_2 = \frac{V}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2}{l_2} = \frac{1}{2}\ \text{V/m}$$

3. $V_1 = E_1 l_1 = 40\ \text{V}$

$V_2 = E_2 l_2 = 20\ \text{V}$.

E.80. R. 1. (a) $\varepsilon = El$

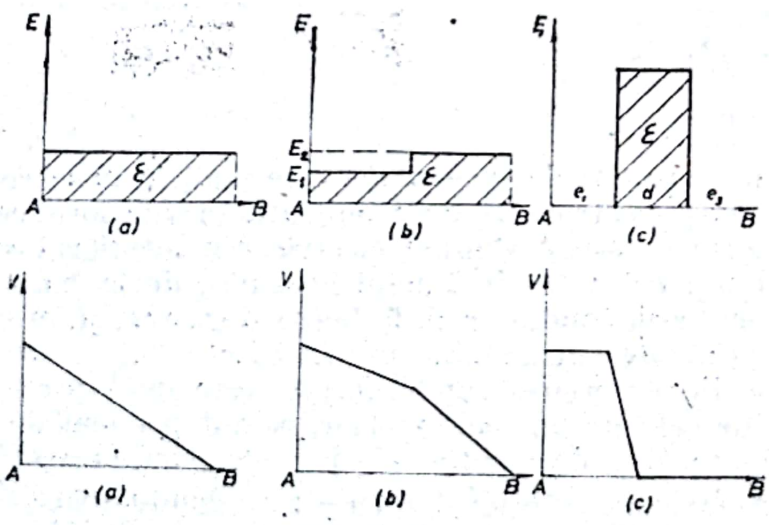


Fig. E. 80 R.

(b) $E_1 = \frac{V_1}{\frac{l}{2}} = \frac{I\frac{R}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{I\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} \frac{R}{l} = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{l}$

$$E_2 = \frac{\frac{V_2}{l}}{\frac{}{2}} = \frac{\frac{IR}{l}}{\frac{}{2}} = \frac{\frac{\varepsilon}{3R}}{\frac{}{2}} \cdot \frac{\frac{R}{l}}{\frac{}{2}} = \frac{4}{3}\frac{\varepsilon}{l}$$

$$E_2 = 2E_1$$

S-a notat cu l lungimea AB.

(c) $E_1 = \frac{V_1}{l_1} = 0$ întrucît $V_1 = 0$

$E_2 = \frac{u}{d} = \frac{\varepsilon}{d}$, d fiind distanţa dintre armăturile condensatorului

$$E_3 = \frac{V_3}{l_3} = 0$$

E.81. R. În condiţii de încărcare.

E.82. R. Se măsoară intensitatea curentului I_0 înainte de a introduce rezistorul de rezistenţă R şi I după introducerea lui. Conform legii lui Ohm:

$$I_0 = \frac{E}{r + R_0}$$

$$I = \frac{R}{r + R_0 + R}$$

Rezolvînd sistemul, se obţine:

$$E = \frac{IR}{\left(1 - \frac{I}{I_0}\right)}$$

E.83. R. Aplicînd relaţia:

$$V_A - V_B = \left(\sum_{i=1}^{k} E_i - \sum_{i=1}^{k} R_i I_i\right)_{B \to A}$$

pentru calculul diferenţei de potenţial dintre două puncte ale circuitului electric, înainte şi după inversarea sursei E_2, obţinem:

$$\left.\begin{aligned} U &= E_1 - I(r_1 + R) \\ U &= -E_2 + Ir_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{U - E_1}{U + E_2} = \frac{r_1 + R}{r_2} \text{ şi}$$

$$\left.\begin{aligned} U' &= E_1 - I'(r + R) \\ U' &= E_2 + I'r_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{U' - E_1}{U' - E_2} = \frac{r_1 + R}{r_2}$$

Scanned with OKEN Scanner

și prin eliminarea raportului $\frac{r_1 + R}{r_2}$ se obține pentru U'

$$U' = \frac{2E_1E_2 + U(E_1 - E_2)}{E_1 + E_2}$$

Înlocuind valorile cunoscute se obține pentru $U = +3\text{V} \Rightarrow U' = 5{,}4\text{V}$, iar pentru $U = -3\text{ V} \Rightarrow U' = 4{,}2\text{ V}-$

E. 84. R. $U_1 = \frac{URX_1}{R(X_1+X_2) + X_1X_2}$

$$U_2 = \frac{URX_2}{R(X_1+X_2) + X_1X_2}$$

Rezolvind sistemul, se obține:

$X_1 = 1000\Omega$ și $X_2 = 1500\ \Omega$

E.85. R. $R_1 = 2\,000\ \Omega$; 0,1 V/div

$R_2 = 10\,000\ \Omega$; 0,5 V/div

E.86. R. $R_s = \frac{R_a}{n-1} = \frac{R_a}{\frac{I_{max}}{I_a} - 1}$

$R_s = 0{,}02552\ \Omega$

E.87. R. $I_{max} = 15\text{A}.$

E.88. R. $R_s = 0{,}002501\ \Omega$; 0,4 A/div

E.89. R. 1. $I = \frac{E}{R_{AB}} = 0{,}1\text{A}$

$U_1 = IR_{AM} = 10\text{ V}$

$U_2 = IR_{MB} = 90\text{ V}$

2. $U_1' = \frac{E}{R_{MB} + \frac{R_{AM}R_V}{R_{AM} + R_V}} \cdot \frac{R_VR_{AM}}{R_V + R_{AM}} = 9{,}65\text{ V}$

$U_2' = \frac{E}{R_{AM} + \frac{R_{MB}R_V}{R_{MB} + R_V}} \cdot \frac{R_{MB}R_V}{R_{MB} + R_V} = 87{,}7\text{ V}$

3. Vezi problemele E 57 și E 59.

Scanned with OKEN Scanner

E.90. R. 1. K este deschis.

$$U_1 = U\frac{R_1}{R_1+R_2} = 108\ \text{V};\quad U_2 = U - U_1 = 72\ \text{V}$$

2. K este închis

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1'}{R_2'} \text{ unde } R_1' = \frac{R_1\frac{R_3}{2}}{R_1+\frac{R_3}{2}};\quad R_2' = \frac{R_2\frac{R_3}{2}}{R_2+\frac{R_3}{2}}$$

Rezultă : $U_1 = 99\ \text{V};\ U_2 = 81\ \text{V}$.

3. $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1''}{R_2''} = 1$

$$R_1'' = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3};\quad R_2'' = \frac{R_2\cdot R_3''}{R_2+R_3''};\quad R_r' + R_3'' = R_3$$

Se obține : $R_3' = R_2$; $R_3'' = R_1$

E.91. R. 1. $R = \frac{U}{i_r} = \frac{U}{i_A - i_V} = \frac{U}{i_A - \frac{U}{R_V}} = 100\ \Omega$

2. $U_V = E = U + I_A r_A = 55{,}1\ \text{V}$

$$I_A = i_a - \frac{U_V}{R_V} \approx 0{,}55\ \text{A}$$

E.92. R. 1. $R_e = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} + R_4$

$$I = \frac{E}{R+r} = 5\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{IR_3}{R_2+R_3} = 4\ \text{A}$$

$$I_3 = I - I_2 = 1\text{A}$$

2. $IR_1 + IR_3 + I\frac{R_2R_3}{R_2+R_3} + Ir = E$ relație care se verifică ușor.

Scanned with OKEN Scanner

E.93. R. 1. $E = I\,(R_e + r)$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 15\ \text{A}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = 1\ \text{A}$$

$$I_5 = \frac{U_4}{R_5} = \frac{3}{2}\ \text{A}$$

$$I_3 = I_4 + I_5 = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \text{A}$$

$$U_{AB} = I_2 R_2 = (I - I_3) R_2$$

$$U_{AB} = I_3 R_3 + U_4 = 15 + 60 = 75\ \text{V}$$

$$E = U_{AB} + U_1 + Ir$$

$$E = 75 + 30 + 15 = 120\ \text{V}.$$

$$U = E - Ir = 105\ \text{V}.$$

$$R_2 = \frac{U_{AB}}{I - I_3} = \frac{75}{15 - \frac{5}{2}} = 6\Omega$$

E.94 R. 1. $U_l = \frac{3}{100} U = 6{,}6\text{V}$

$$U = I\,(R + R_l)$$

$$\frac{U - U_l}{R} = I$$

$$R_l = \frac{U_l}{I} = \frac{U_l R}{U - U_l}\ ;\ \frac{2L}{S} = \frac{U_l R}{U - U_l}$$

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

din aceste ultime două relații rezultă pentru d :

$$d = 2\sqrt{\frac{2L\,\rho(U - U_l)}{\pi U_l R}}$$

$$d = 1{,}12\ \text{mm}.$$

E.95. R. a) $U = -E + r\,I$

b) $-U = -E + rI$

c) $U = E + Ir$

d) $-U = -E - Ir$

Scanned with OKEN Scanner

E.96. R. a) $I_1 = U\dfrac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$

$$I_2 = I_1\frac{R_3}{R_3 + R_2}$$

$$I_3 = I_1\frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$U_1 = I_1R_1; \quad U_2 = U_3 = I_1\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

b) $I = \dfrac{U(R_3 + R_1 + R_2)}{R_3(R_1 + R_2)}$

$$I_3 = \frac{U}{R_3}; \qquad I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$U_3 = U; \qquad U_1 = I_1R_1; \quad U_2 = I_1R_2$$

c) $I_1 = \dfrac{(R_2 + R_3)(U + E_1) - R_3E_2}{R_2R_3 + r_1(R_2 + R_3)}$

$$I_3 = \frac{R_2(U + E_1) + r_1E_2}{R_2R_3 + r_1(R_2 + R_3)}$$

$$I_2 = I_1 - I_3$$

$$U_1 = r_1I_1 - E_1$$

$$U'' = R_3I_3$$

d) $I' = -\dfrac{(R_3 + R_4 + r_3)(E_1 + E_2) - R_4E_3}{(R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2 + r_3)R_4 + (r_3 + R_3)(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)}$

$$I'' = \frac{(r_3 + R_3)(E_1 + E_2) + (R_1 + R_2 + r_1 + r_2)E_3}{(R_1 + R_2 + R_3 + r_1 + r_2 + r_3)R_4 + (r_3 + R_3)(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)}$$

$$I = \frac{(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)E_3 - R_4(E_1 + E_2)}{(r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2 + R_3)R_4 + (r_3 + R_3)(R_1 + R_2 + r_1 + r_2)}$$

E.97. R. 1. $I_1 = \dfrac{n\,e}{R + nr}$

$$I_2 = \frac{\frac{n}{2}e}{R + \frac{n}{2}r}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvind sistemul se obține:

$$R = \frac{nε(I_1 - I_2)}{I_1 I_2} = 20\ \Omega$$

2. $$nr = \frac{R(I_1 - 2I_2)}{I_2 - I_1} = 20\ \Omega$$

$$n = \frac{20}{r} = 40 \text{ elemente.}$$

3. $$C = \frac{Q}{nε} = \frac{180 \cdot 10^{-9}}{60} = 3 \cdot 10^{-9} \text{F}$$

4. $$C = C_1 + C_2$$

$$C = \frac{ε_0 S}{2d} + \frac{ε_0 ε_r S}{2d} \text{ de unde}$$

$$ε_r = \frac{2dC}{ε_0 S} - 1 = 5$$

E.98. R. 1. $$U_1 = \frac{UR_1}{R_1 + R_2}\ ;\quad U_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2}$$

2. $$U_1 = \frac{UC_2}{C_1 + C_2}\ ;\quad U_2 = \frac{UC_1}{C_1 + C_2}$$

3. Rezistorul R_2 scurtcircuitează condensatorul C_2 deci $U_1 = U$ în timp ce $U_2 = 0$.

E.99. R. 1. $R = 10\ \Omega$

2. $U = 100$ V

3. $I = 10$A; $I_1 = 5$ A; $I_2 = 2{,}5$ A

$I_3 = I = 10$ A; $I_4 = 6$ A; $I_5 = 4$ A

4. $Q = 2{,}16$ MJ.

5. $$\eta = \frac{100}{5.25} = \frac{4}{5} = 0{,}8\ ;\quad \eta = 80\ \%$$

E.100. R. $$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I^2 = P_1 + P_2$$

R_1 și R_2 fiind rezistențele becurilor.

$$E = \left(R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r\right) I = (R + r)I + \frac{P_1 + P_2}{I}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvînd ecuația în I se obține:

$I = 5A$

$R_e = 2{,}4\ \Omega$; $R_1 = 6\ \Omega$; $R_2 = 4\ \Omega$

$R_x = 2{,}61\ \Omega$

E.101. R. 1. $R = \dfrac{W}{I^2 t} = 9\Omega$

$$l = \frac{R S}{\rho} = 16{,}8\ \text{m}$$

2. $R_e = 5\ \Omega$

3. $E = 12\ \text{V}$; $r = 1\ \Omega$

E.102. R. 1. $R_2 = 4\ \Omega$

2. $U_3 = 2\ \text{V}$

3. $U = 4\ \text{V}$; $E = 6\ \text{V}$

4. $\eta = 66{,}6\%$

E.103. R. 1. $I = 2A$

2. $V_b = -8\ \text{V}$.

$V_c = -28\ \text{V}$

$V_d = -32\ \text{V}$

$V_F = 12\ \text{V}$

$V_A = 0\text{V}$

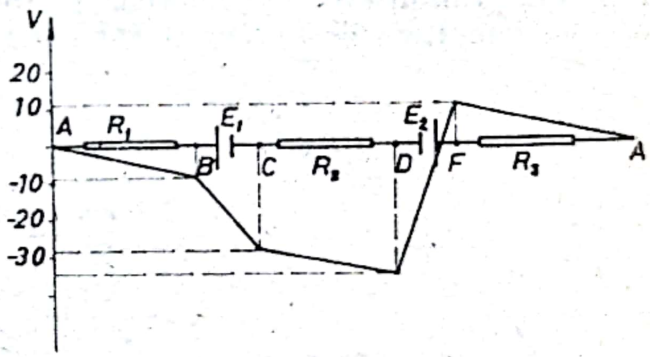


Figura E 103 R.

Fig. E 103 R

E.104. R. 1. $I = 4\ \text{A}$

a) $U_{B\to A} = -128\ \text{V}$; $U_{C\to B} = 56\ \text{V}$; $U_{A\to C} = 184\ \text{V}$

$U_{B\to D} = 10\ \text{V}$; $U_{A\to F} = 148\ \text{V}$; $U_{F\to B} = 20\ \text{V}$

b) $I = 0$.

$U_{A\to B} = -24\ \text{V}$; $U_{C\to B} = 12\ \text{V}$; $U_{A\to C} = -36\ \text{V}$

$U_{B\to D} = -6\ \text{V}$; $U_{A\to F} = -24\ \text{V}$; $U_{F\to B} = 0$

E.105. R. 1. Din diagramele curent-tensiune (fig. E105 R) (a) și (b), a celor două elemente de circuit se citește cu ușurință:

$$U_1 = 140\ \text{V}; \quad U_2 = 200\ \text{V}.$$

Scanned with OKEN Scanner

2. În condițiile în care neglijăm rezistența conductorilor de legătură, din aceleași diagrame obținem:

$I_{\text{Rezistor}} = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$

$I_{\text{Diodă}} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$

3. $I_{\text{total}} = I_R + I_D = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$

4. $R = \dfrac{\Delta V}{\Delta I} = \dfrac{V - V_0}{I - I_0} = \dfrac{140}{5 \cdot 10^{-3}} = 2{,}8 \cdot 10^4\ \Omega$

5. Problema se rezolvă numai grafic din cauza diodei la care diagrama curent-tensiune nu mai este o dreaptă.
Ținînd seama că $I_{\text{total}} = I_R + I_D$.

I_{total} se calculează din grafic pentru valorile lui U cuprinse între 0 și 600 V. (Vezi diagrama din fig. 105R (a)). Deci grupul celor două elemente legate în paralel poate fi înlocuit cu un element pentru care dependența curent-tensiune este identică cu cea obținută pentru rezistor+diodă.

Dacă conectăm cele două elemente în serie, același curent electric trebuie să circule prin ambele, curent a cărui valoare maximă este limitată de diodă. În acest caz diferența de potențial de la bornele circuitului este dată de suma căderilor de tensiune pe fiecare element în parte, pe care le citim pe axa orizontală a graficelor curent-tensiune pentru fiecare curent în parte. Prin însumarea valorilor găsite pentru intensități diferite se obțin mai multe valori cu ajutorul cărora putem obține diagrama I — V pentru gruparea rezistor-diodă în serie, analog cu cea obținută anterior. În acest mod putem înlocui circuitul serie printr-un circuit echivalent alcătuit dintr-un singur element reprezentat prin această nouă dependență a curentului de diferența de potențial aplicată.

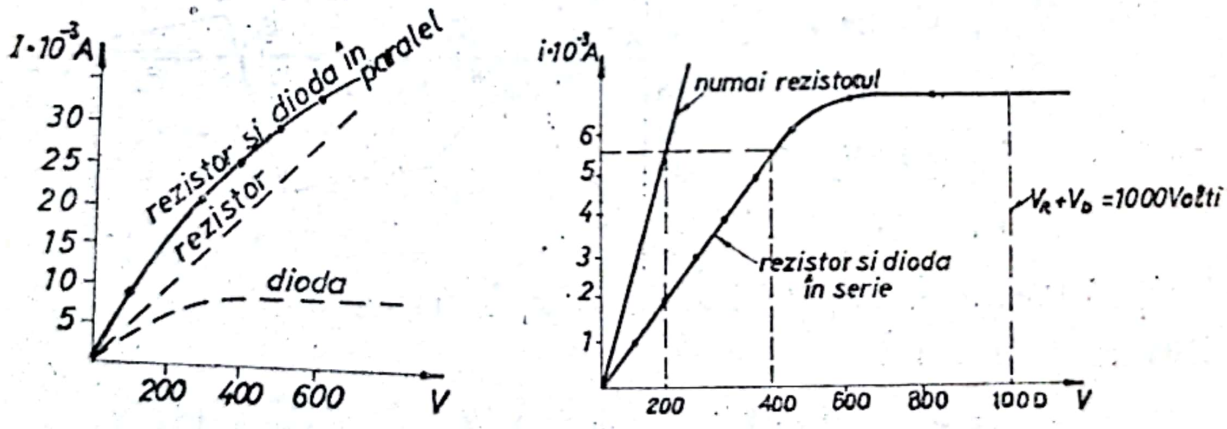


Fig. E 105 R. (a,b)

E.106. R. a) $I = \dfrac{E}{R + r} = \dfrac{2}{R+100}$

$U = IR$

Scanned with OKEN Scanner

R	0	100	200	300	400	500	Ω
I	$2\cdot10^{-2}$	$1\cdot10^{-2}$	$\frac{2}{3}\cdot10^{-2}$	$\frac{1}{2}\cdot10^{-2}$	$0{,}4\cdot10^{-2}$	$\frac{1}{3}\cdot10^{-2}$	A
U	0	1	$\frac{4}{3}$	1,5	1,6	$\frac{5}{3}$	V
$U\cdot I=P$	0	10^{-2}	$0{,}9\cdot10^{-2}$	$0{,}75\cdot10^{-2}$	$0{,}64\cdot10^{-2}$	$0{,}55\cdot10^{-2}$	W

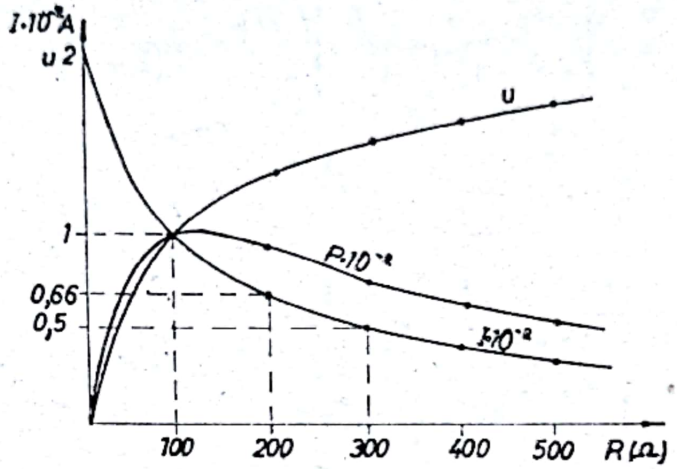


Fig. E 106 R.

2. Reprezentarea grafică a mărimilor I, U, $U.I$, arată ca în fig. E.106 R, se observă că produsul UI are un maximum pentru $R = r = 100$. Cu aceasta $P_{max} = \dfrac{E^2}{4r^2}$

3. $P_{max} = \dfrac{E^2}{4r}$

E.107. R. Pentru ca becul cu $P = 500$ W să funcţioneze normal are nevoie de un curent cu intensitate de 20 de ori mai mare decît becul cu $P = 25$ W, condiţie ce nu-i este asigurată de baterie.

E.108. R. $W = RI^2t = UIt = 108.10^3$ J.

E.109. R. $P = UI \Rightarrow I = \dfrac{P}{U}$

$$U_c = \frac{5}{100}U = \frac{2l}{S}\frac{P}{U}$$

$$S = \frac{2\rho Pl}{5U^2}10^2 = 35 \text{ mm}^2$$

E.110. R. $\eta = \dfrac{P}{P+P'}$ unde $P' = IU_l$ -putere disipată pe linie.

$$P' = \frac{P(1-\eta)}{\eta}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$U = \frac{P}{I} + \frac{P'}{I} = \frac{P + P'}{I}$$

$$P + P' = \frac{P}{\eta}$$

$$I = \sqrt{\frac{P'}{R_1}} = \frac{P'S}{2l\rho}$$

$$U = \frac{P}{\eta} \cdot \sqrt{\frac{2l\rho}{S}} \cdot \frac{1}{P'} = \frac{P}{\eta} \sqrt{\frac{2l\rho}{S} \cdot \frac{\eta}{P(1-\eta)}}$$

$$U = 10^4 \text{ V}$$

E.111. R. 1. $\eta = \frac{P_2}{P_1} = 80'\%$

2. $m = \frac{(P_1 - P_2)t}{C\Delta t + \lambda_v} = 9t$

3. $I = \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{R}} = 20 \text{ A}$

E.112. R. 1. $R_1 = \frac{U_1}{I} = 5\Omega$; $R_2 = R_1$

2. $C = \frac{0{,}8 \cdot U_1 It}{m \cdot \Delta t} = \frac{2\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{grd.}}$

3. $\eta = \frac{U_1}{U} = 50\%$

4. $\alpha = \frac{\rho \Delta V}{m \Delta \theta} = 0{,}001 \text{ grd}^{-1}$

5. $A = \frac{0{,}2\ U_1 It}{\Delta \theta} = 0{,}4 \frac{\text{kJ}}{\text{grd}}$

$m_a = 95{,}5\text{g.}$

E.113. R. 1. $I_b = 0{,}42 \text{ A}$

2. $R_a = \frac{U - nU_b}{I} = 355{,}2\ \Omega$

3. $R_a' = \frac{U - U_b}{nI_b} = 83{,}2\Omega$

4. $P = R_a'(n\,I)^2 = 523{,}8 \text{ W}$

Scanned with OKEN Scanner

E.114. R. 1. $I = I_1 + I_2$

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{\frac{U_1^2}{P_1} + \frac{U_1^2}{P_2}} = 0{,}436 \text{ A}$$

$$I = 0{,}872 \text{ A}.$$

Puterea consumată de becul cu puterea nominală $P_1 = 40$ W este $P_1' = 0{,}436^2 \cdot \frac{110^2}{40} = 57{,}5$ W, deci este în pericol de a se arde, în schimb, becul cu puterea nominală $P_2 = 60$ W consumînd doar $P_2' = 38{,}3$ W, va lumina slab.

2. $U_{AB} = I_1 R_1 - I_2 R_2 = -44\text{V}.$

E.115. R. 1. $i_1 = \frac{4}{11}$ A ; $\quad i_2 = \frac{10}{11}$ A

$$R_1 = 302{,}5\ \Omega\ ; \quad R_2 = 121\ \Omega$$

2. Şuntul se va monta în paralel cu becul de 40 W, întrucît, la un curent de $\frac{10}{11}$ A cît îi este necesar becului de 100 W, acesta s-ar arde.

$$R_s = \frac{U_b}{i_2 - i_1} = 201{,}7\ \Omega$$

3. a) Cînd becurile sînt montate în serie rezistenţa auxiliară va avea valoarea :

$$R_s = \frac{U' - 2U_b}{i_2} = 33{,}33\ \Omega$$

b) Cînd becurile sînt montate în paralel

$$R_a = \frac{U' - U_b}{i_1 + i_2} = 111{,}1\ \Omega$$

4. Randamentul montajului în cele două situaţii, va fi :

$$\eta_1 = 62\,\%\ ; \qquad \eta_2 = 44\,\%$$

E.116. R. 1. Echilibrul punţii este realizat pentru

$$\frac{r}{109{,}5} = \frac{40}{60}\ ; \qquad r = \frac{2}{3}\,109{,}5\ \Omega\ ;$$

$$\frac{r}{l} = 14{,}6\ \Omega\text{m}^{-1}.$$

2. $\rho = \frac{rS}{l} = 10^{-6}\ \Omega\text{m}.$

3. $\frac{U^2}{R}\,t = mc\,\Delta\theta\ ; \qquad l = \frac{U^2 d^2 t \pi}{4\rho mc} = 4{,}76$ m.

Scanned with OKEN Scanner

E.117. R. 1. Aplicînd legile lui Kirchhoff obținem:

$$I_1 + I_2 = I$$
$$n \cdot r\, I_1 + RI = nE$$
$$(r + n_2 r_2) I_2 + RI = n_2 E_2$$

Ca I_1 să fie independent de r trebuie ca $I_2 = 0$. În acest caz $I_1 = I$, iar

$$R = \frac{n_1 n_2 r_1}{n_1 - n_2} = 6\,\Omega$$

2. Rezolvînd același sistem de ecuații în care se introduce $R = 2\Omega$ se obține pentru intensitățile celor doi curenți:

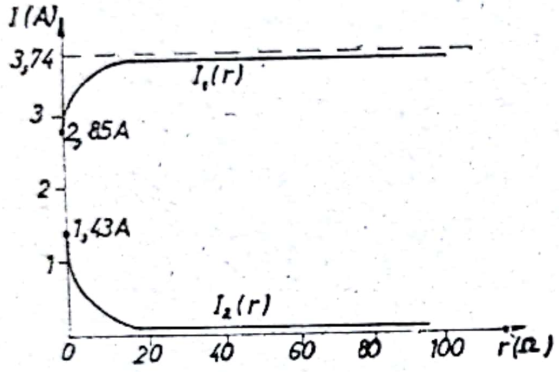


Fig. E. 117 R

$$I_1 = \frac{3r + 4}{0{,}8r + 1{,}4} \quad \text{și} \quad I_2 = \frac{1}{0{,}4\,r + 0{,}7}$$

Diagramele lor în raport cu r arată că fig. E 117 R.

3. Pentru $r = 0$ și R oarecare $I = I_1 + I_2$ deci:

$$I = \frac{12}{1{,}1\,R + 0{,}6}$$

$P = P_{max}$ cînd $\frac{dP}{dR} = 0$, adică

$$\frac{d}{dR}\left(\frac{12^2}{(1{,}1R + 0{,}6)^2} R\right) = 0. \text{ Se obține } R = \frac{6}{11}\Omega.$$

Se observă că aceasta este egală tocmai cu rezistența totală a celor două baterii legate în paralel.

$$r_p = \frac{5r_1\, 6r_1}{(5+6)r_1} = \frac{30r_1}{11} = \frac{6}{11}\,\Omega$$

4. $t = \frac{R_t - R}{\alpha R} = 50°\text{C}.$

E.118. R. 1. $P = RI_1^2 = R\left(\frac{E^2}{(R + r)^2}\right)$

$P = \max$ pentru $\frac{dP}{dR} = 0$. Se obține pentru R valoarea

$R = r = 1{,}1\ \Omega$ și $I_1 = 10$ A.

2. $I_2 = \frac{P}{R} = 5\text{A}$

$I_3 = I_1 - I_2 = 5\text{A}$

Scanned with OKEN Scanner

3. $R_1 = 1{,}1 - 0{,}5\, R_3$

$R_2 = R_3 - 1{,}1$

Cum R_1 și $R_2 > 0$; $R_3 \in [1{,}1\,;\, 2{,}2]\Omega$

4. Din relațiile $\Delta R = \alpha R\, \Delta\, \theta$ și

$$W = Pt$$

rezultă $\frac{l}{s} = \frac{R}{\rho} = 5{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^{-1}$ și

$$ls = 6{,}18 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3,$$

de unde $l = 58{,}3$ m și $s = 1{,}06\ \mathrm{mm}^2$

E.119. R. $m = KIt = 35{,}64$ g

E.120. R. $P_n = \frac{r}{4} I^2 = 3175{,}2$ W

$$P = \left(\frac{r}{4} + R\right) I^2 = 3969\ \mathrm{W}$$

$\eta = 80\,\%$

E.121.R. $U = 4\ V$

E.122. R. $I = 4\mathrm{A}$; $m = 4\mathrm{kg}$; $W = 4{,}8$ kWh

E.123. R. 1. $K = \frac{A}{n\,F} = 1{,}1181$ mg/C

2. $m = 6{,}708 \cdot 10^{-2}$ g.

3. $m' = 2{,}637$ g

$t = 6\mathrm{h} \cdot 33$ min. 20s.

E.124. R. 1. $I = \frac{E - E_c}{r + R + R_V} = 2{,}5$ A

$U_V = R_V I + E_c = 4{,}25$ V.

2. $V = \frac{mRT}{MP} = \frac{A}{nF} It \cdot \frac{RT}{Mp} = 0{,}28\ \mathrm{dm}^3$

E.125. R. 1. $E_1 = 10$ V

$r_1 = 0{,}4\Omega$

2. $I_V = \frac{U}{R_V} = 0{,}5$ A

$I_R = 2\mathrm{A}$

$I_{\text{total}} = 2{,}5\mathrm{A}$

Scanned with OKEN Scanner

$$U_l = IR_l = E - Ir - IR_l$$

$$U_l = E - I\left(r + \frac{R_V R}{R_V + R}\right) = 20\ \text{V}$$

$$R_l = \frac{U_l}{I} = 8\Omega$$

3. $RI_1^2 t = m'\lambda + (m' + m'')c\Delta t$

$t = 600$ s.

4. $m = KI_2 t = 0{,}288$ g.

E.126. R. 1. $m = \frac{pV}{RT} M = 2{,}06 \cdot 10^{-4}$ kg.

2. $i_b = \frac{P_b}{U_b} = 1{,}5$ A

$I = 3\, i_b = 4{,}5$ A

3. $t = 551$s.

4. $U = 123{,}9$ V

5. $\Delta 0 = 25{,}02°$C.

E.127. R. 1. Din condiția de echilibru a punții $I_1 R_1 = I_4 R_4$

$I_2 R_2 = I_3 R_3$

și $I_1 = I_2$; $I_3 = I_4$, rezultă

$$E_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2} = 1\Omega$$

2. $I_4 = \frac{m}{K\,t} = 5$A

3. $I_2 = \frac{I_3 R_3}{R_2} = 2{,}5$ A

$0{,}2\ R_2 I_2\, t = C\,\Delta 0$

$C = 100$ J/grd.

4. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1}$ din $\begin{cases} pV = \frac{m_1}{M} = RT_1 \\ pV = \frac{m_2}{M} RT_2 \end{cases}$

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1} = \frac{\Delta T}{T_2}$$

$$\frac{\Delta m}{m_1} = 24\,\%$$

Scanned with OKEN Scanner

S-a considerat aerul gaz perfect și $p = \text{const.}$ în timpul încălzirii sistemului de la $T_1 = 273$ K la $T_2 = 383$ K.

E.128. R. 1. $r_s = \dfrac{r_0}{\dfrac{L}{i_0} - 1} = \dfrac{9{,}8}{49} = 0{,}2\ \Omega$

2. $V_a = \dfrac{U_{max} - i_0 r_0}{i_0} = 290{,}2\ \Omega$

$$I = \frac{E}{\dfrac{R_1(r_a + r_0)}{R_1 + r_a + r_0} + R_2 \dfrac{r_s r_0}{r_s r_0} + r} =$$

$= 3{,}882$ A

$$I_1 = I \frac{r_a + r_0}{r_a + r_0 + R_1} = 3{,}856 \text{ A}$$

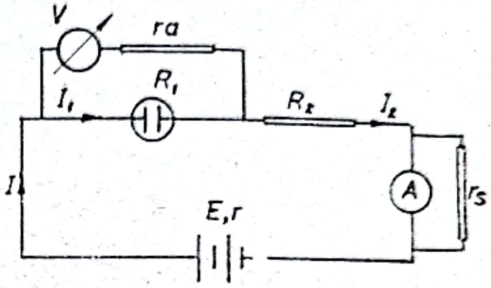


Fig. E. 128 R

$$m = KI_1 t = 31{,}04 \text{ g.}$$

E.136. R. 1. $B = \dfrac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi d}$; $B = 4 \cdot 10^{-5}$T

$$H = \frac{I}{2\pi d} ; \quad H = \frac{100}{\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

2. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Conform fig. E 136 R(a) $\vec{B}_1$ este coliniar cu $\vec{B}_2$ în punctul M, dar de sens contrar

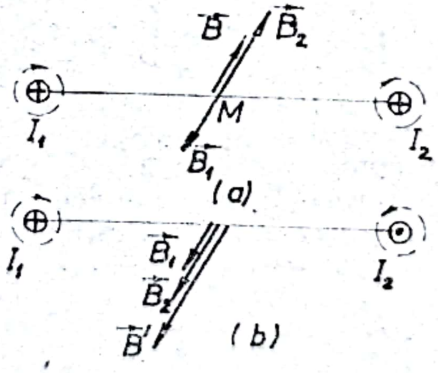


Fig. E. 136 R. (a, b)

$$B_M = B_2 - B_1 = 2B_1 - B_1 = B_1 = 4 \cdot 10^{-5}\text{ T}$$

$$H_M = H_2 - H_1 = \frac{100}{\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

3. $B'_M = B_1 + B_2 = 3B_1 = 12 \cdot 10^{-5}$T

$$H'_M = H_1 + H_2 = \frac{300}{\pi} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Scanned with OKEN Scanner

4. Fig. E 136R(c) și (d)

a) Curenții au același sens, și pentru $x \in [0, d]$

$$H_x = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{I_1}{x} - \frac{I_2}{d-x}\right).$$

Se observă că indiferent de valorile I_1 și I_2 între cei doi conductori pentru

$$x \in [0\,;\ d], \qquad H_x \in [+\infty\,;\ -\infty] \text{ deci,}$$

pentru $x = \dfrac{I_1 d}{I_1 + I_2}$, $H_x = 0$, deci $x = \dfrac{1}{3}\ d$

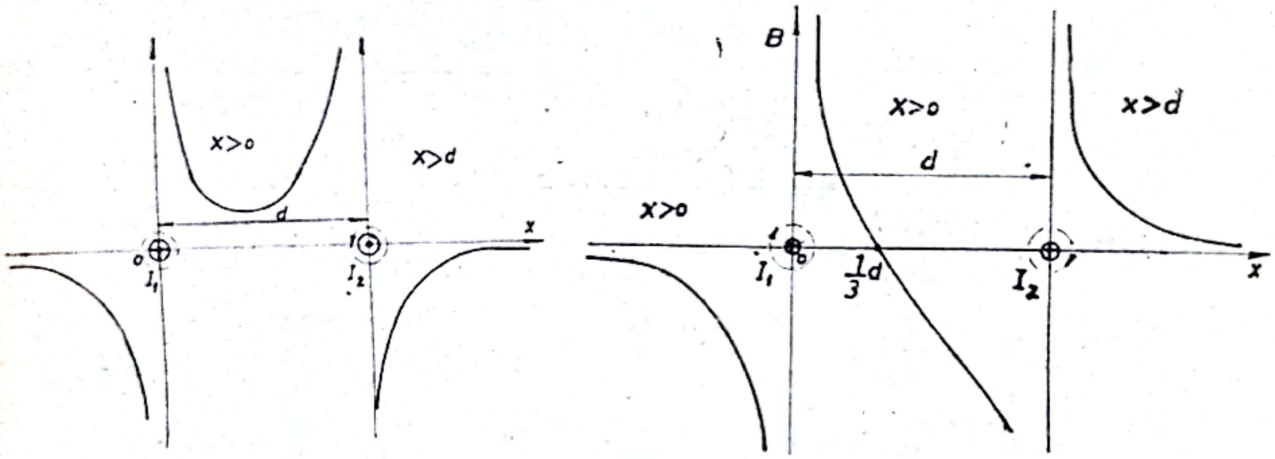


Fig. E. 136 R. (c) și (d)

Pentru $x > d$; $x \in [d, +\infty]$

$$H_{ext} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{I_1}{x} + \frac{I_2}{x-d}\right),\ H > 0 \text{ și}$$

pentru $x \to +\infty$, $H \to 0$

Concluzie: Între cei doi conductori H variază și ca modul și își schimbă și sensul. În afara zonei cuprinsă între cei doi conductori H scade în modul pe măsură ce ne depărtăm de conductori dar își menține același sens.

b) Pentru cazul în care curenții au sens contrar, pentru $x \in [0, d]$

$$H_{int} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{I_1}{x} + \frac{I_2}{d-x}\right) \text{ deci}$$

$H_{int} > 0$, $H_{int} \in [+\infty, +\infty]$ dar trece printr-o valoare minimă. Valoarea lui x pentru care H_{int} este minim se determină egalînd derivata cu zero

$$\frac{dH}{dx} = 0$$

$$\frac{I_1}{x^2} + \frac{I_2}{(d-x)^2} = 0$$

$$I_1(d-x)^2 = I_2\, x^2$$

$$x^2(I_2 - I_1) + 2\,dx\,I_1 - I_1 d^2 = 0$$

Pentru valorile date ecuația devine:

$$x^2 + 2dx - d^2 = 0$$

$$x_{12} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + d^2}}{1}$$

$$x = -d + d\sqrt{2} = d(\sqrt{2} - 1)$$

$$x = 0{,}41\ d.$$

Pentru $x \in [d\,;\, +\infty]$,

$$H_{ext} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{I_1}{x} - \frac{I_2}{d-x}\right] \text{ deci}$$

$$H_{ext} \in [-\infty\,,\, 0]$$

Analog se determină și pentru domeniul lui $x < 0$.

Concluzie: În acest caz H își menține același sens între cei doi conductori dar își modifică modulul în funcție de poziția față de conductori.

E.137. R. Numai în cazurile:

a) Cîmp creat de un curent liniar;

b) Cîmp omogen și uniform.

E.138. R. În fig. E 138 R sînt reprezentate cîteva linii de cîmp provenite de la două fire vecine.

Se observă că în zona cuprinsă între cele două spire cîmpurile au sensuri contrare și deci cîmpul rezultant are intensitatea zero.

Pentru zonele superioară și inferioară celor două spire cîmpurile au același sens și se însumează. Întrucît firele sînt adiacente și străbătute de același curent în zona de deasupra ori sub conductor se va obține un cîmp magnetic omogen.

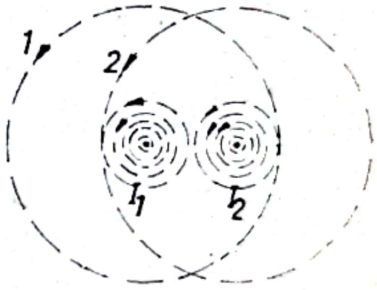


Fig. E 138 R

E.139. R. Conform fig. 139 R

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}$$

$$\text{dar } B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{i}{\pi\sqrt{4R^2+d^2}}$$

$$\alpha = \pi - \beta\,;\ \cos(\pi - \beta) = -\cos\beta$$

$$1 - \cos\beta = 2\sin^2\frac{\beta}{2}$$

$$\sin\frac{\beta}{2} = \frac{d}{\sqrt{4R^2 + d^2}}$$

$$B = 2B_1\sin\frac{\beta}{2} = \frac{2\mu_0 id}{\pi(4R^2+d^2)}$$

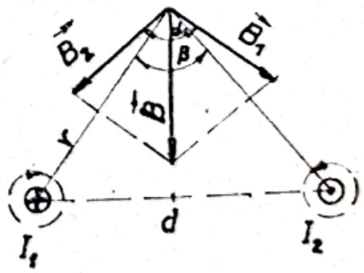


Fig. E 139 R

Scanned with OKEN Scanner

E.140. R. Conform figurii E 140 R :

1. $B_{(P)} = \sqrt{(B_1 + B_3)^2 + (B_2 + B_4)^2}$

Din datele problemei rezultă :

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{(a+r)\sqrt{2}}{2}} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi(a+r)}$$

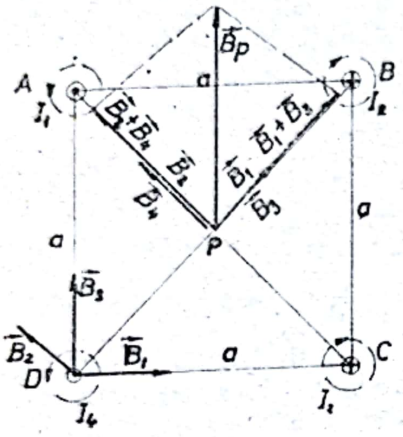


Fig. E. 140. R.

Cu acestea se obține (neglijind r față de a)

$$B_P = 8 \cdot 10^{-5}\ \text{T}.$$

2. $\dfrac{F}{l} = B_D I_1$

Conform figurii E 140 R,

$$B_D = \sqrt{(B_1 - B_2\cos 45°)^2 + (B_3 + B_2 \sin 45°)^2}$$

dar $B_1 = B_3 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi a}$$

Cu aceasta $B_D = 3{,}05 \cdot 10^{-5}$ T

$$\frac{F}{l} = 1{,}5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

E.141. R. Forțele care acționează asupra laturilor scurte sînt egale și de sens contrar și deci se anulează (vezi fig. E.141). În acest caz

$$R = F_3 - F_4 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a+b}\right)$$

$$R = 3{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

E.142. R. Pentru reprezentarea grafică a variației intensității cîmpului magnetic în lungul axei OX, va trebui să procedăm ca în cazul problemei E.136(c) și (d), numai că în acest caz, inducția magnetică într-un punct

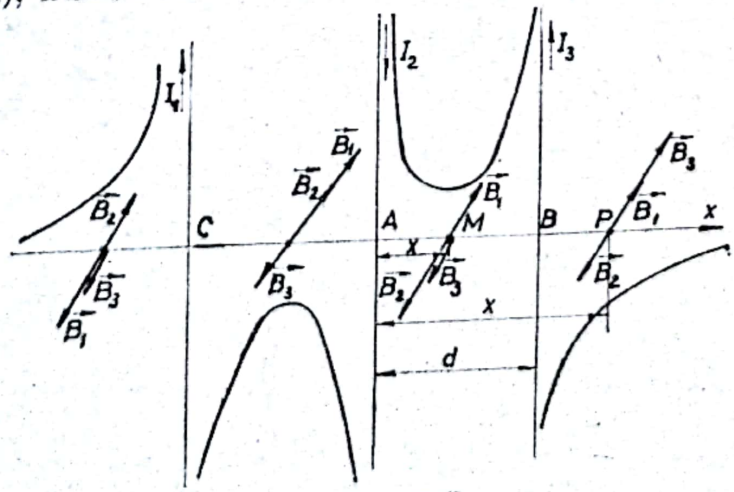


Fig. E. 142 R.

Scanned with OKEN Scanner

va fi suma inducţiilor magnetice ale cîmpurilor generate de cei trei curenţi. Spre exemplu, pentru

$$x \in [0, d]; \quad B_M = \frac{\mu I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} - \frac{1}{d+x}\right)$$

deoarece $I_1 = I_2 = I_3 = I$. Făcînd pe $x = 0$ $B_M \to +\infty$, şi pentru $x = d$, deasemenea $B_M \to +\infty$,. Aceasta înseamnă că între cei doi conductori, B îşi păstrează acelaşi sens cu B_2 şi B_3, dar modulul său va trece printr-un minim, a cărui poziţie se determină egalînd $\frac{dB}{dx}$ cu zero.

Pentru $x \in [d, +\infty]$.

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-d} - \frac{1}{x+d}\right)$$

Purtînd aceeaşi discuţie : pentru $x = d$; $B_p \to -\infty$, şi pentru $x = +\infty$, $B_p \to 0$, se poate trece la trasarea diagramei (vezi fig. 142 R) Asemănător se lucrează pentru $x < 0$.

E.143. R. Vezi problema E 142 R, metoda de lucru este identică.

E.144. R.

1. $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I_2}{2r}$

$$d = \frac{I_1 r}{I_2 \pi} = \frac{1}{6{,}28}\ \text{m}$$

2. $B = \frac{\mu_0}{2}\left[\frac{I_1}{\pi d} + \frac{I_2}{\pi r}\right] = 160\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T}.$

3. Planul spirei va fi perpendicular pe direcţia cîmpului magnetic .

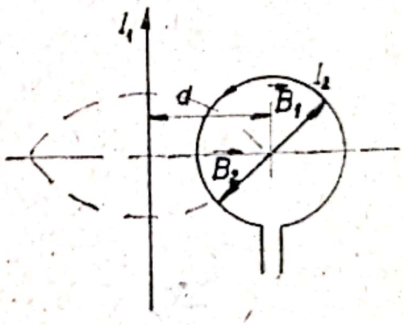


Fig. E. 144 R.

4. $M = BSI \sin\alpha = \frac{\pi R^2}{2} BI$

E.145. R. 1. $I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi a_0} = \frac{e^3}{2\pi a_0 h} = \frac{10^{-7}}{\pi}\ \mu\text{A}$

2. $B = \frac{\mu_0 I}{2a} \approx 4 \cdot 10^{-10}\ \text{T}$

E.146. R. 1. $I_2 = \frac{W}{kt} = 0{,}8\ \text{A}; \quad I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1} = 0{,}2\ \text{A}; \quad I = 1\text{A}.$

2. $H = \frac{NI}{l} = 31{,}8\ \frac{\text{A}}{\text{m}}; \quad \Phi = \mu HNS \approx 10^{-5}\ \text{Wb}$

Scanned with OKEN Scanner

$$L = \frac{\Phi}{I_1} = 50\,\mu\text{H}$$

3. $$r = \frac{1}{I}\left[E - I\left(R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)\right] = 1\,\Omega$$

E.147. R. 1. $$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n}\frac{n}{N_1}\,e \approx 94\text{ mg}$$

2. $$I = \frac{\Phi l}{\mu_0 \mu_r N^2 S} = 13{,}3\text{A}$$

3. $$t = \frac{nNi}{I} = 21{,}6\text{ s}$$

4. $$B = \mu_0 \cdot \mu_r \frac{N I}{l} = 8\text{T}$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = 0{,}6\text{ H}$$

5. $$\theta = \theta_0 + \frac{RI^2 t}{mc} \approx 28{,}5^\circ\text{C}$$

E.148. R. 1. $$F = B\,il = \mu\, nIi\, l = 2\mu\, nIi\,\sqrt{r^2 - x^2}$$

$$F = 0{,}2\text{ N ptr. } x = 0$$

2. $$L = 2\int_0^r F\,\mathrm{d}x = 4\mu nIi\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}\cdot \mathrm{d}x$$

$$L = 32 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

3. $$K(D - X) = 2\mu\, nIi\,\sqrt{r^2 - x^2}$$

de unde:

$$x_1 = 9{,}4\text{ cm}$$

$$x_2 = -7\text{cm}$$

E.149. R. Poziţia de echilibru se determină din condiţia $\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$. Fiind suspendat, greutatea sa este echilibrată de tensiunea din firul de suspensie. Considerînd că acest conductor se află între celelalte două, în planul acestora, ca să rămînă în echilibru, trebuie ca forţele electrodinamice exercitate de curenţii i şi i′ să fie egale şi de sens contrar.

$$\frac{\mu_0 iI}{2\pi x} = \frac{\mu_0 i'I}{2\pi(d - x)}$$

$$x = d\,\frac{i}{i + i'}$$

Scanned with OKEN Scanner

Este ușor de dedus că aceasta este o poziție de echilibru stabil, pentru cazul în care I are sens contrar curenților i și i', și de echilibru instabil cînd toți curenții au același sens.

E.150. R. 1. Asupra barei acționează, pe direcția de mișcare, tensiunea din fir și forța electromagnetică, a căror rezultantă fiind diferită de zero, va imprima barei o mișcare uniform accelerată, în plan orizontal

$$BIl - mg = (m + m')a$$

m' fiind masa barei.

Pentru a determina pe I va trebui să ținem seama că bara în mișcare intersectează liniile cîmpului magnetic și deci ea va deveni sediul unei t.e.m. de inducție, cu un astfel de sens încît să se opună cauzei adică, mișcarea barei. Deci

$$I = \frac{E - Blv}{R} \text{ și, de asemenea,}$$

$$B\frac{E - Bl\,v}{R}l - mg = (m + m')a$$

Se observă că pentru o anumită viteză $Bl\dfrac{E - Blv}{R} = mg$. Din acest moment, mișcarea devine uniformă, cu viteză:

$$v = \frac{1}{Bl}\left(E - \frac{6R}{Bl}\right)$$

Pentru aceasta forța electromagnetică trebuie să acționeze în sens invers lui G. Sensul de deplasare va depinde, desigur, de mărimea forței electromagnetice în raport cu G, fapt ce va influența sensul t.e.m. induse.

S-a tratat cazul pentru $F \geqslant G$.

$$2.\ E \cdot \frac{E - Blv}{R} = Gv + \frac{(E - Blv)^2}{R}R$$

E.151. R. Acul de fier se va orienta în permanență pe direcția lui $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Dar $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$, deci:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2}\frac{\dfrac{E}{R_1}}{\dfrac{E}{R_2 + R}} = \frac{N_1}{N_2}\cdot\frac{R_2 + R}{R_1}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{40 + R}{400}$$

Scanned with OKEN Scanner

E.152. R. 1. $\frac{2E_c}{R} = q\sqrt{\frac{2E_c}{m}}B$, de unde:

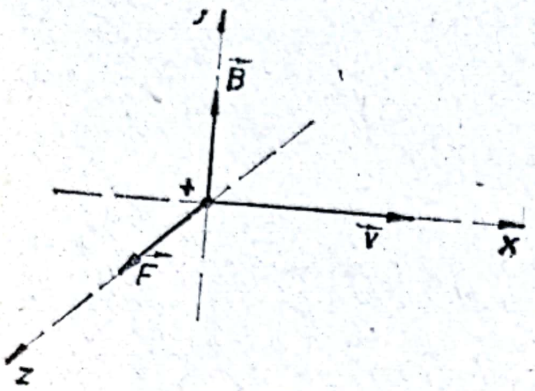


Fig. 152 R.

$$R = \frac{\sqrt{2mE_c}}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{2E_c}{m}}}$$

2. $R' = 2R$

$$T' = \frac{T}{2}$$

3. Nu, $F \perp v$ deci $L = 0$

4. Fig. E.152.R

E.153. R. 1. $\frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{R} = qv \sin \alpha \cdot B$, unde R este raza bobinei.

$$B = \frac{mv_0 \sin \alpha}{Rq} = \frac{m}{Rq}\sqrt{\frac{2mn}{e}} \sin \alpha$$

$$B = 2{,}04 \cdot 10^{-2}\,T.$$

$$I = 4{,}06 \text{ A}.$$

2. $t = \frac{l}{v_0 \cos \alpha} = \frac{l}{\sqrt{\frac{2Uq}{m}} \cos \alpha}$

$$t = 1{,}2 \cdot 10^{-14}\text{s}.$$

E.154. R. 1. $R = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2eu}{m}} = 0{,}1$ m.

2. $d = R - \sqrt{R^2 - l^2} = 1{,}15$ cm.

3. $\sin \alpha = \frac{l}{R}$; $\alpha = 28°$

4. $D = d + L \operatorname{tg} \alpha = 14{,}4$ cm

E.155. R. 1. $q\vec{E} = -q(\vec{v} \times \vec{B})$

Cum $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$E = vB$$

$$\frac{E}{B} = v$$

Scanned with OKEN Scanner

2. Nu. Ca să fie îndeplinită condiția de la punctul 1, $\vec{v}$ trebuie să fie $\perp \vec{E}$ și $\perp \vec{B}$, deci lucrul mecanic al celor două forțe ce acționează asupra electronului este zero.

E.156. R. Sub acțiunea cîmpului magnetic electronii care străbat banda metalică sînt deviați către M. În această situație, între M și N apare o diferență de potențial (efect Hall) care crează un cîmp electric orientat de la N → M. Se va stabili un echilibru cînd : $q\vec{E} = -q(\vec{v} \times \vec{B})$,

Cum $\vec{v} \perp \vec{B}$; $E = \dfrac{V_N - V_M}{l} = \dfrac{U}{l}$

$$\frac{U}{l} = v \cdot B$$

$I = \dfrac{Q}{t} = \dfrac{n \cdot v \cdot e}{t} = \dfrac{nLld \cdot e}{t}$, unde n = concentrația electronilor.

$\dfrac{L}{t}$ = viteza v de deplasare prin bandă a electronilor;

$$\frac{U}{lB} = \frac{I}{nld \cdot e}$$

$$U = \frac{Il\,B}{nld \cdot e} = \frac{IB}{nde} = k\frac{BI}{d}$$

$$U = 1{,}25 \cdot 10^{-5}\ \text{V}.$$

E.157. R. 1. $q = i\Delta t = \dfrac{e}{R}\Delta t = \dfrac{-\Delta t}{R}\dfrac{\Phi - \Phi_0}{\Delta t}$

Cum $\Phi_0 = BS$, iar $\Phi = 0$

$$q = \frac{BS}{R} = 6{,}28 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$

2. $q' = \dfrac{4}{\pi}\varepsilon_0\varepsilon_r D_2^2 E = 6{,}95 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$

$$q > q'$$

E.158. R. 1. $e = B \cdot v = 6$ V.

2. $i = \dfrac{e}{R_{MN} + r} = 30\text{A}$

3. $F = ilB = 18$ N

4. $P_m = Fv = 180$ W

5. $(r + R_{MN})i^2 = 180$ W

Scanned with OKEN Scanner

E.159. R. Vezi fig. E.150 R. Curentul care apare are un astfel de sens încît să se opună scăderii fluxului magnetic creat de magnet.

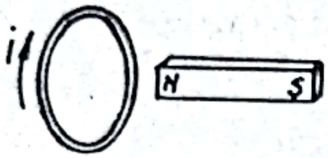


Fig. E. 159 R

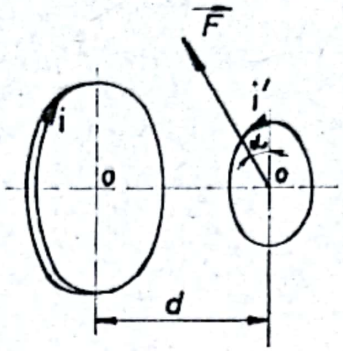


Fig. E.160 R

E.160 .R. 1. Sensul curentului indus în spira mică este cel reprezentat în fig. E.160 R, încît cîmpul magnetic produs de acesta se opune creşterii fluxului magnetic inductor.

2. Forţa rezultantă ce acţionează asupra spirei mici este diferită de zero, ea are direcţia şi sensul indicat în fig. E 160 R direcţia şi sensul razei care face un unghi $\alpha = 45°$ cu verticala care trece prin centrul spirei.

E.161. R. 1. $e = \dfrac{-\pi D^2}{4}\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$

$$i = \frac{e}{R} = \frac{D^2}{4\rho\dfrac{\pi D}{\dfrac{\pi d^2}{4}}} = \frac{Dd^2}{16\rho}\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{16\rho i}{D\cdot d^2} = 4{,}25\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}}$$

E.162. R. $Q = \dfrac{e^2}{R}t = \dfrac{S^2}{R}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 = \dfrac{l^3d^2}{16\pi\rho}\left(\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2$

$Q \approx 16\cdot 10^{-4}$ J.

E.163. R. În timpul rotirii numai laturile paralele cu axul de rotaţie intersectează liniile de cîmp, de aceea t.e.m. culeasă la inele va fi egală cu $e = 2e'N = 2BlvN\sin\alpha$, e' fiind t.e.m. indusă într-o singură latură. Dar, din datele problemei : $l = a$, $v = 2\pi r\nu$, ν fiind frecvenţa de rotaţie, $r = \dfrac{b}{2}$, iar α este unghiul dintre $\vec{v}$ şi $\vec{B}$, egal cu unghiul dintre normala la planul spirei şi $\vec{B}$, $\alpha = \omega t = 2\pi\nu t$. Cu aceasta :

$$e = 2Ba\cdot 2\pi\nu\frac{b}{2}N\sin 2\pi\nu t$$

$$= 2\pi\nu abNB\sin 2\pi\nu t.$$

Scanned with OKEN Scanner

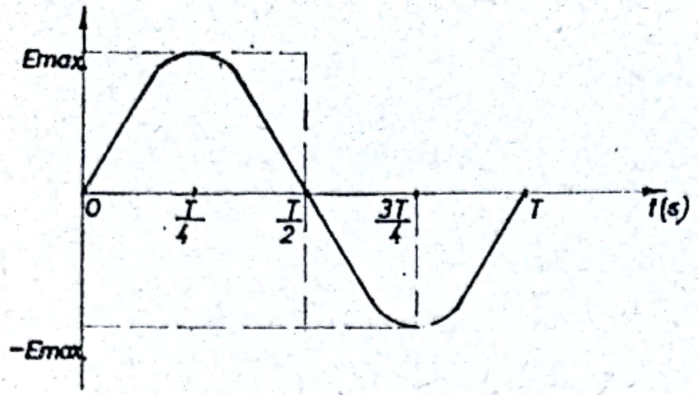


Fig. E. 163 R

2. Se observă că singurul element variabil în această relaţie este α, deci, „e" depinde de poziţia spirei în raport cu liniile de cîmp şi are o dependenţă sinusoidală de timp. Notînd $F_{max} = 2\pi\nu\, abNB$, expresia lui e devine :

$$e = E_{max} \sin \omega t = E_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

3. $E_{max} = 2\pi\nu\, SNB$

$$SN = \frac{E_{max}}{2\pi\nu B} = \frac{15}{\pi}\ \text{m}^2$$

E.164. R. $e = \dfrac{-\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$q = I\,\Delta t = \frac{e}{R}\Delta t = \frac{-\Delta\Phi}{R} = -\frac{\Phi - \Phi_0}{R}$$

a) $\Phi_0 = 10^{-4}$ Wb, $\Phi = 0$

$q = 10^{-3}$ C.

b) $\Phi_0 = 10^{-4}$ Wb, $\Phi = -10^{-4}$ Wb

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{0{,}1} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{C}$$

E.165. R. 1. $e = Blv = B\,2\,v^2 t \operatorname{tg} \dfrac{\alpha}{2}$

$$e = 2Bv^2 t \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 43{,}35\ t$$

2. $i = \dfrac{e}{R} = \dfrac{e}{3lr} = \dfrac{Bv}{3r}$

$$i = 25\text{A}$$

3. $F = Bil = Bi\,2v \operatorname{tg} \dfrac{\alpha}{2}$

$$F = 108{,}25\ \text{N}$$

$$\vec{F}_m = -\vec{F}$$

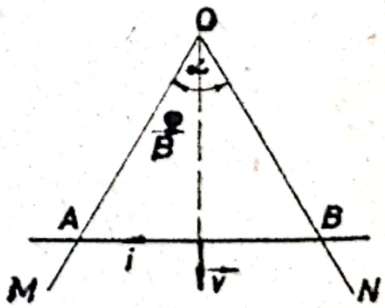


Fig. E. 165 R

E.166. R. $e = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$e = 2Blv \sin \alpha$ unde

$B = B_0 \sin\left(\omega' t \pm \dfrac{\pi}{2}\right)$ pentru a satisface condiția ca pentru $t = 0$

$$B = B_0$$

De asemenea, pentru că la $t_0 = 0$, suprafața lamei este paralelă cu $\vec{B}$, la acel moment $\vec{v} \perp \vec{B}$ deci „e" este maxim, În aceste condiții $\alpha = \omega t + \dfrac{\pi}{2}$

și $e = 2B_0 l\omega r \sin\left(\omega' t \pm \dfrac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega t \pm \dfrac{\pi}{2}\right)$

Notînd $2rl = S$, aria cadrului, expresia lui „e" devine :

$$e = B_0 S\omega \sin\left(\omega' t \pm \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right)$$

La momentul $t = 10$s.

$$e = B_0 S\omega \sin\left(10\pi \pm \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(20\pi \pm \frac{\pi}{2}\right)$$

$= B_0 S\omega$ întrucît $\sin(2k \pm 1)\dfrac{\pi}{2} = 1$, deci

$e = \pm 5{,}65 \cdot 10^{-3}$ V.

E. 167. R. 1. $e = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$

$\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ se deduce din grafic

$\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 50$ A/s

$L = 0{,}04$ H

2. $\dfrac{N}{l} = \dfrac{H}{I} = 600$ spire/m

E.168. R. 1. Considerînd că, cîmpul variază uniform în timp

$$e = -S\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\alpha = \pm l^2 \frac{B - B_0}{\Delta t}\cos\alpha$$

Scanned with OKEN Scanner

2. $q = i\Delta t = \frac{l^2(B - B_0)\cos\alpha}{R}$

3. $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-\Delta}{\Delta t}(SB_0 \cos\alpha \sin\omega t)$

Recurgînd la analogia cu mişcarea oscilatorie armonică unde:

$y = A\sin\omega t$

$v = \omega A \cos\omega t$; v fiind aici viteza de variaţie a lui y, şi stabilind corespondenţele;

$e \to v$

$\Phi \to y$

$A \to B_0 S \cos\alpha$; se obţine

$e = B_0\,\omega \cos\alpha \cos\omega t$

E.169.R. Avînd în vedere că fluxul magnetic care străbate cele două înfăşurări este acelaşi, între t.e.m. induse, se poate scrie relaţia:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ unde } \begin{matrix} E_1 = -E \\ N_2 = 1 \end{matrix}$$

Avem, de asemenea, în vedere că punctele A, B, C, împart spira în trei părţi egale, care au rezistenţele proporţionale cu lungimile lor.

În prima poziţie, rezistenţa r a galvanometrului este legată în paralel cu $R_1 = 2\frac{R}{3}$ din inel.

Cu aceasta curentul care se stabileşte în inel va fi:

$$I = \frac{E}{N\left(\frac{R}{3} + \frac{2\frac{R}{3}\cdot r}{2\frac{R}{3} + r}\right)} = \frac{3E(2R + 3r)}{NR(2R + 9r)}$$

iar curentul prin galvanometru va fi:

$$I_g = I \cdot \frac{2\frac{R}{3}}{2\frac{R}{3} + r} = \frac{6E}{N(2R + 9r)}$$

În poziţia punctată

$$I' = \frac{E}{N\left(\frac{2R}{3} + \frac{\frac{R}{3}\cdot r}{\frac{R}{3}+r}\right)}$$

$$I'_0 = I\,\frac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{3}+r} = \frac{3E}{N(2R+9r)}$$

E.170. R. 1. Putem aplica relaţia de calcul a t.e.m. induse într-un conductor liniar. Considerînd $OA = R$ lungimea conductorului $v_{mediu} = \frac{\omega R}{2}$, întrucît, diferitele porţiuni din segmentul OA se deplasează cu viteze proporţionale cu depărtarea de centrul O, obţinem pentru t.e.m.

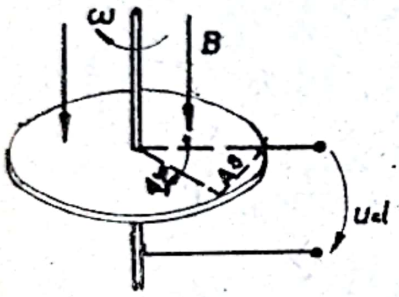


Fig. E 170 R

$$e = BR\frac{\omega R}{2} = \frac{B\omega R^2}{2} = 36\cdot 10^{-4}\ \text{V}.$$

2. Putem apela la legea inducţiei electromagnetice: $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, unde $\Delta\Phi = B\Delta A$, ΔA fiind aria sectorului de cerc descris de rază în timpul Δt. Considerînd Δt suficient de mic; sectorul de cerc, poate fi asimilat cu un triunghi cu înălţimea R şi baza $\Delta S = R\Delta\varphi$, deci $\Delta A = \frac{R^2\Delta\varphi}{2}$.

Cu aceasta:

$$e = -\frac{R^2}{2}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}B$$

Dar $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega$ — viteza unghiulară cu care se roteşte discul.

Deci $e = \frac{1}{2}BR^2\omega$

E.171. R. Prin întreruperea circuitului astfel încît intensitatea curentului să scadă la zero în timpul

$$\Delta t = -L\frac{\Delta I}{e} = 0{,}2\ \text{s}.$$

E.172. R. 1. $e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta}{\Delta t}(\pi a^2 Bm\ \cos\omega t\cos\alpha)$ Făcînd din nou analogia cu mişcarea oscilatorie armonică, pentru un $\Delta t \to 0$

Scanned with OKEN Scanner

$v \to \Phi$

$a \to e$

rezultă

$e = + \pi a^2 B\omega \cos \alpha \sin \omega t$, deci t.e.m. este funcţie sinusoidală de timp.

2. $i = \dfrac{\pi a^2 B\omega \cos \alpha}{R} \sin \omega t.$

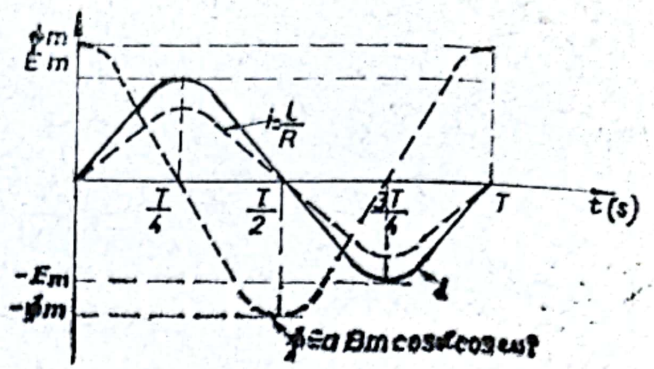


Fig. E 172 R

3. Fig. E. 172. R

E.179. R. 1. Vezi problema E.172.R.

$$e = -\frac{\Delta}{\Delta t}(BNS \cos \omega t).$$

Deoarece în problemă se precizează că la momentul $t = 0$, planul spirei este paralel cu liniile de cîmp, deci $\Phi = 0$, rezultă :

$$e = -\frac{\Delta}{\Delta t}\left[BNS \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

şi pentru $\Delta t \to 0$

$$e = BNS\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Relaţia se poate deduce pornind şi de la expresia t.e.m. induse într-un conductor liniar (vezi problema E.163 R).

$$e = 50\pi \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{V}$$

$$e_{max} = 50\pi \text{ V}$$

2. $e_{t=0} = 50\,\pi$ V.

E.180. R. 1. $\Phi = 0{,}03 \sin 100\pi t =$

$= 0{,}03 \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 100\,\pi t\right)$

Recurgînd la analogia cu mişcarea oscilatorie armonică avînd în vedere că bobina are N spire

$$e = N(-100\,\pi)\,0{,}03 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 100\,\pi t\right) =$$

$$= 90\,\pi \sin\left(100\,\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

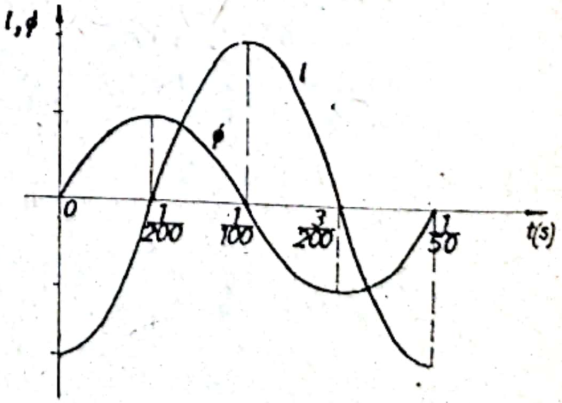


Fig. E 180 R

E.181. R. T.e.m. considerată are pulsaţia

$$\omega = 628\ s^{-1} = 200\ \pi\ s^{-1}$$

Din relaţia $\omega = \frac{2\pi}{T}$, rezultă pentru perioadă:

$$T = \frac{1}{100}\ s$$

şi pentru frecvenţă:

$$\nu = 100\ Hz$$

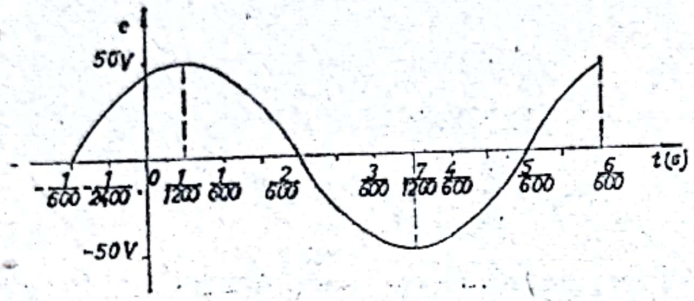


Fig. E 181 R

Scriind ecuaţia sub forma: $e = 50 \sin\left(200\,\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$V, se determină uşor valorile lui e pentru momentele cerute;

$$e_0 = 50 \sin\frac{\pi}{3} = 25\sqrt{3}\ V$$

$$e_1 = 50 \sin\left(-200\,\pi\,\frac{1}{2400} + \frac{\pi}{3}\right) = 50 \sin\frac{\pi}{4} = 50\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}\ V.$$

În mod analog:

$$e_2 = 50\ V = E_{max}$$

$$e_4 = 0$$

$$e_3 = 25\sqrt{3}\ V$$

$$e_5 = -50V = -E_{max}$$

Pentru ridicarea diagramei se determină momentele la care funcţia ia valorile extreme ori valoarea zero. Din condiţiile, pentru valoarea zero:

$$\sin\left(200\,\pi\,t + \frac{\pi}{3}\right) = K\pi$$

$$t = \frac{3K-1}{600}\ s \left\{ e = 0 \text{ pentru } -\frac{1}{600}\ s, \frac{2}{600}\ s, \frac{5}{600}\ s \right\}$$

pentru valorile extreme: $\sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = (2K+1)\,\frac{\pi}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

$$t' = \frac{6K-1}{1200}\ \text{s} \left\{ e = \max \text{ pentru } -\frac{1\text{s}}{1200}\ ;\ \frac{5}{1200}\ \text{s} \right\}$$

(vezi diagrama din fig. E.181 R).

E.182. R. $T = \frac{1}{200}$ s, $f = 200$ Hz, decalajul față de origine se determină din condiția : $\sin\left(400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ ceea ce înseamnă :

$$400\pi t - \frac{\pi}{4} = K\pi, \text{ de unde}$$

$$= \frac{4K+1}{1600}$$

Pentru $K = 0$; $t_e = \frac{1}{1600}$ s

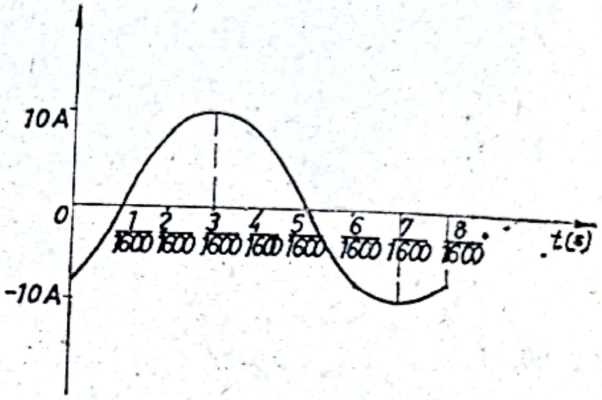


Fig. E 182 R

Intensitatea are valoarea maximă pentru :

$$400\pi t' - \frac{\pi}{4} = (2K+1)\frac{\pi}{2}$$

$$t' = \frac{4K+3}{1600}\ ;\quad t'_1 = \frac{3}{1600}\ ;\quad t'_2 = \frac{7}{1600}.$$

În fig. E 182 R este reprezentată curba de variație în funcție de „t" a intensității curentului.

E.183. R. $i = 15 \sin(\omega t' + \varphi_0)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ ;\quad t' = \frac{T}{16}$$

$i = 0$ dacă $\sin(\omega t + \varphi_0) = 0$

$$\omega t' + \varphi_0 = K\pi$$

$$\varphi_0 = -\omega t + K\pi$$

$$\varphi_0 = K\pi - \frac{2}{T}\cdot\frac{T}{16} = \pi\left(K - \frac{1}{8}\right)$$

Pentru $K' = 0$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{8}$

Scanned with OKEN Scanner

Cu aceasta, ecuaţia devine :

$$e = 15 \sin\left(100\ \pi t - \frac{\pi}{8}\right)$$

E.184. R. $i = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$

$$10 = 20 \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = \frac{1}{2}\ ;\ \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$$

$$i = 20 \sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{A}$$

E.185. R. $U_{1\,ef} = \frac{100}{\sqrt{2}}$ V; $U_{2\,ef} = \frac{20\sqrt{3}}{2}$ V; $I_{ef} = \frac{4}{\sqrt{2}}$ A

$$\nu_1 = 25 \text{ Hz}; \quad \nu_2 = 100 \text{ Hz}; \quad \nu_3 = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

E.186. R. $i = 5{,}7\ \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{133}{210}\pi\right)$

E.187. R. a) $u = 2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$; b) $u = 4 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$

E.188. R. 1. $\cos \Delta\varphi = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}86$

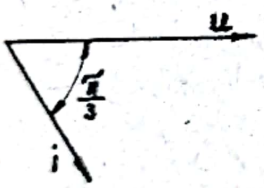


Fig. E. 188 R.

2. $Z = \frac{U_{ef}}{I_{ef}} = \frac{20}{10} = 2\Omega$

3. $\cos \varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow R = 0{,}86 \cdot 2 = 17{,}2\Omega$

4. $\sin \varphi = \frac{X}{Z}$, $X = 1\,\Omega$

5. $P = UI \cos \varphi = 100\sqrt{3}$ W

6. $Q = IX = 10$ VAR

7. $S = IZ = 20$ VA

E.189. R. 1. $\cos \varphi = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$

2. $Z = 1\Omega$

3. $\cos \varphi = 0$

4. $R = Z \cos \varphi = 0$

Scanned with OKEN Scanner

5. $X = -1\Omega$

6. $P = 0$

7. $Q = 1$ VAR

8. $S = 1$ V.A

E.190. R. $U = 100 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$

$i = 10 \sin \omega t$

1. $Z = 10\,\Omega$

$U = U \cos \varphi = 100 \frac{1}{2} = 50$ V

$R = \frac{50}{10} = 5\Omega$

$U_x = U \sin \varphi = 50\sqrt{3}$

$X = 5\sqrt{3}\Omega$

2. $P_0 = 500$ W

$Q = U_x I = 50\sqrt{3}$ VAR

$S = UI = 10^3$ V.A

3. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$

E.191. R. $I_0 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10$ A intrucît $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

$\varphi_0 = 53° 10'$

$i = 10 \sin(\omega t + 53° \cdot 10')$

E.192. R. $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 11{,}6$ A

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2}{I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2} = 1{,}093$

$\varphi \approx 47°30'$

$i = 11{,}6 \sin(\omega t + 47°30')$

E.193. R. $P = RI_{ef}^2$; $I_{ef} = \sqrt{\frac{P}{R}} = 6$A; $I_m = I_{ef}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ A

Scanned with OKEN Scanner

E.194.R. 1. $i = 8{,}8\sqrt{2}\sin 314\ t$

$I_{ef} = 8{,}8\text{A}$

2. $P = RI_{ef}^2 = 1936\ \text{W}$

$S = 1936\ \text{V.A}$ întreaga putere furnizată de sursă este disipată pe rezistență.

3. Fig. E.194 R(a) și (b).

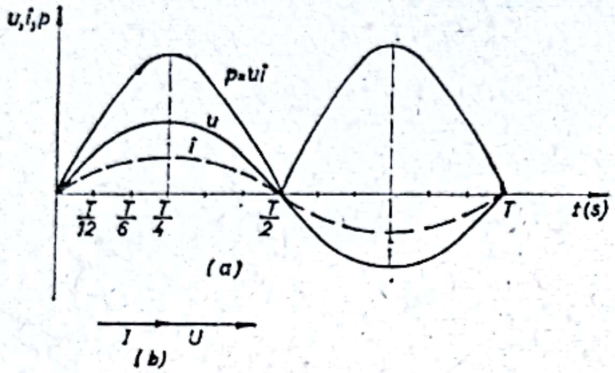


Fig. E 194 R (a, b)

E.195. R. $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = \dfrac{120}{15} = 8\text{A}$

$P = I^2R = UI = 960\ \text{W}$

E.196. R. 1. $I = \dfrac{U}{X_1} = \dfrac{U}{2\pi\nu L} = 5\text{A}$

$$i = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

2. $P = 0$, $Q = 600\ \text{VAR}$, $S = 600\ \text{V.A}$

3. Vezi fig. E 196 R.

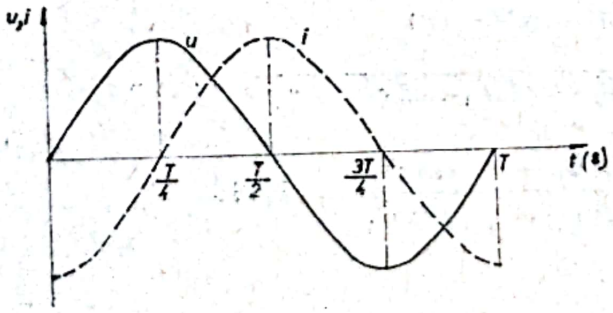


Fig. E 196 R

E.197. R. $U = I(X_1 + X_2) = I\omega(L_1 + L_2) = 219{,}8\ \text{V}$

$U_1 = IX_1 = 125{,}6\ \text{V}$

$U_2 = IX_2 = 94{,}2\text{V}$

$X = 2\pi\nu(L_1 + L_2) = 0{,}7\ \pi\nu$

Scanned with OKEN Scanner

E.198.R. 1. $I = \dfrac{U}{X_c} = \dfrac{U}{\dfrac{1}{2\pi fC}} = 2\pi fCU = 7{,}5$ A

$$\cos\varphi = 0; \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

2. $P = 0$; $Q = -900$ VAR; $S = 900$ V.A

E.199. R. $f = 100$ Hz

E.200 .R. 1. $R = 50\ \Omega$; $\eta = 0{,}833$; $\cos\varphi = 1$

2. $L = 0{,}528$ H; $\eta = 1$; $\cos\varphi = 0{,}833$ (inductiv)

3. $C = 19{,}2\ \mu$F; $\eta = 1$; $\cos\varphi = 0{,}833$ (capacitiv)

E.201. R. 1. $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{100} = 10\Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 12 \text{ A}$$

2. $U_R = 96$ V; $U_L = 72$ V

3. $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

4. $P = 1152$ W; $Q = 864$ VAR; $S = 1440$ V.A

E.202. R. 1. $R = \dfrac{U_c}{I_c} = 6\Omega$

$$Z = \frac{I}{U} = \frac{120}{12} = 10\ \Omega$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = 8\Omega$$

E.203. R. 1. $X_C = -\dfrac{1}{\omega C} = -48\ \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 50\ \Omega$$

2. $U_R = IR = 61{,}6$ V

$$U_C = \frac{I}{\omega C} = 211{,}2 \text{ V}$$

3. $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = 0{,}28$

4. $P = UI\cos\varphi = 271$ W; $Q = UI\sin\varphi = 929$ VAR

$S = UI = 968$ V.A

Scanned with OKEN Scanner

E.204. R. 1. $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 20\ \Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 6\text{A}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{16}{20} = 0{,}8$$

2. $Z_b = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 34\ \Omega$

$U_b = IZ_b = 204$ V

$U_c = IX_c = 108$ V

3. $P = 576$ W; $Q = 432$ VAR; $S = 720$ V.A

E.205. R. $X_c = -25\Omega$; $\cos\varphi = 0{,}99$

E.206. R. $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{X}{R} = \dfrac{X_L - X_C}{R} = 1$

$LC\omega^2 - RC\,\omega - 1 = 0$

$\omega_1 = 5 \cdot 10^3\ \text{s}^{-1}$; $\omega_2 = -2500\ \text{s}^{-1}$

$f_1 = \dfrac{\omega_1}{2\pi} = 796$ Hz; $f_2 = \dfrac{\omega_2}{2\pi} = 398$ Hz

În primul caz curentul este decalat cu $\frac{\pi}{4}$ în urma tensiunii, iar în al doilea caz cu $\frac{\pi}{4}$ înaintea tensiunii.

E.207. R. $P = EI\cos\varphi = 220.5\ \cos\dfrac{\pi}{3} = 550$ W

$$Q = EI\sin\varphi = 220.5\ \sin\frac{\pi}{3} = 952\ \text{VAR}$$

$$p = e \cdot i = EI\left[\cos\frac{\pi}{3} - \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\right]$$

Puterea debitată de sursă este maximă cînd

$\cos\dfrac{\pi}{3} - \cos\left(2\omega t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ are valoare maximă, adică $\cos\left(2\omega t + \right.$

$\left. + \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$

În aceste condiţii :

$$p = EI\left(\frac{1}{2} + 1\right) = \frac{3}{2} \cdot 1100 = 1650\ \text{W}$$

Scanned with OKEN Scanner

E.208. R. 1. $X_L = L\omega = 100\,\pi\Omega$

2. $u = 1000\,\pi \cdot \sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

3. $Q = 5\pi \cdot 10^3$ VAR

4. $W = \frac{Li^2}{2} \Rightarrow W_{max} = \frac{Li_{max^2}}{2} = 50\text{J}.$

E.209. R. 1. $U = I_{max} X_C \sin\left(1000\,t - \frac{\pi}{2}\right)$

$U = \sqrt{2}\,\sin\left(10^3 t - \frac{\pi}{2}\right)$

2. $X_C = \frac{1}{\omega\,C} = +\,10\,\Omega$

3. $X = -X_C = -10\,\Omega$

5. $Q = XI^2 = -0{,}1$ VAR

5. $W = \frac{CU^2}{2}$; $W_{max} = \frac{CU_{max}^2}{2} = 10^{-4}$ J

E.210. R. 1. $W = UIt\cos\varphi = 3\,600$ J

2. $W_{max} = \frac{LI_{max}^2}{2} = 41{,}6$ mJ

3. $R = Z\cos\varphi = \frac{3}{2}\,\Omega$

4. $L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{Z\sin\varphi}{\omega} = 3\sqrt{3}$ mH

5. $i = \frac{u'}{Z'} = \frac{16}{7}\sin\left(250\,t - \text{arc tg}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ A

E.211. R. 1. $U_R = U\cos\varphi = 80$ V ; $U_C - U_L = U\sin\varphi = 60$V

$U_L = 30$ V ; $U_L = 90$ V

(vezi fig. E.211.R)

2. $U_B = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 85{,}4$ V

3. $I = \frac{P}{U_R} = 2$A

4. $R = \frac{U_R}{I} = 40\,\Omega$; $X_L = \frac{U_L}{I} = 15\,\Omega$

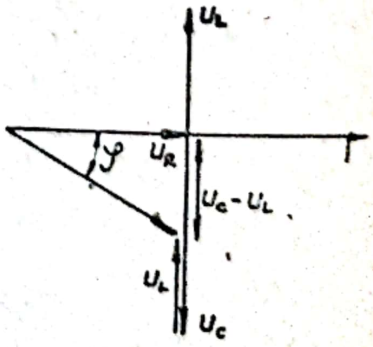


Fig. E.211.R.

Scanned with OKEN Scanner

$X_C = 45\Omega$

$Z = R^2 + (X_L - X_C)^2 = 50 \quad \Omega$

E.212. R. 1. $U_B = 400$ V

2. $L = \frac{\sqrt{3}}{5\pi}$ H

3. 0,30 lei

E.213. R. 1. $X_C = 500\ \Omega$

2. $U_{max} = 141$ V

3. $I = 0{,}18$ A

4. $S = 18$ V.A

5. $L = 33{,}2$ mH

E.214. R. 1. $I = 2{,}5$ A

2. $R = 0{,}67$

3. $L = 89$ mH

4. $P_1 = 125$ W

5. $P_2 = 4{,}22$ W

6. $P = 128{,}3$ W

7. $\cos\varphi = 0{,}59$

E.215. R. 1. $\nu = 500$ Hz

2. $I = \frac{U}{R} = 12$ A

3. $I_2 = \frac{U}{Z'} = 0{,}278$ A

E.216. R. 1. $P_{max} = \frac{U^2}{R}$ pentru $\omega L = \frac{1}{C\omega}$, adică, la rezonanţă.

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

2. Q = 0 pentru aceiaşi frecvenţă

3. Calculînd extremul funcţiei,

$Q = XI^2 = X\frac{U^2}{(R^2 + X^2)}$, prin derivarea acestei funcţii în raport cu X şi egalarea derivatei cu zero.

$$\frac{d}{dX}\left(\frac{XU^2}{R^2 + X^2}\right) = \frac{U^2(R^2 - X^2)}{(R^2 + X^2)} = 0$$

se obţine: $X = \pm R$

a) Pentru $X = R$ puterea reactivă are valoare maximă:

$$Q_{max} = \frac{U^2}{2R}$$

b) Pentru $X = -R$ puterea este minimă $Q_{min} = -\frac{U^2}{2R}$

Frecvențele corespunzătoare sînt:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2} + \frac{R}{2L}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2} - \frac{R}{2L}$$

ω fiind pulsația de rezonanță.

4. $f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC - \frac{R^2C^2}{2}}}$

5. $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$

E.217. R. 1. $U_L = U_C = 8\text{V}$; $U_R = 6\text{ V}$

$U_B = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 10\text{ V}$

2. $\frac{U^2}{P} = 3\Omega$; $X_C = X_L = \frac{U_C}{I} = 4\Omega$

3. $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 1$

4. $Z' = 15{,}3$; $I = \frac{U}{Z'} = 0{,}392\text{ A}$

$U_B' = 6{,}35\text{ V}$; $\cos\varphi' = 0{,}196$

E.218. R. 1. $R = \frac{P^2}{u} = 1\,000\ \Omega$

$Z = \frac{U}{I} = \frac{1\,000}{\sqrt{2}}\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{Z^2} - \frac{1}{R^2}}} = 10^3\ \Omega$$

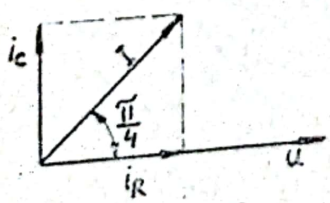


Fig. E.218.R

2. Curenții prin rezistor și prin condensator, fiind defazați cu $\frac{\pi}{2}$, satisfac relația: $I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$

Scanned with OKEN Scanner

$I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = 0{,}1$ A. sau $I_C = \dfrac{U}{X_C} = 0{,}1$ A

3. $\cos \varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4. Vezi fig. E 218 R.

E.219. R. 1. $U = IZ = IR = 36$ V

$U = I'Z'$

2. $I_R = \dfrac{U}{R} = 6$ A

$I_L = \dfrac{U}{X} = \dfrac{36}{8} = 4{,}5$ A

3. $Z' = \sqrt{36 + 64} = 10\ \Omega$

3. $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

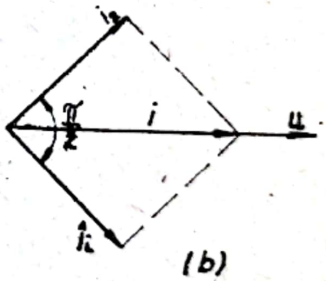
5. $P = I_R^2 \cdot R = 216$ W

$Q = I_L X_L - 36$ VAR

E.220.R. 1. Întrucît $R = X_L = X_C$ și $Z_1 = Z_2$, deci $I_1 = I_2$, iar $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$, cei doi curenți din cauza reactanței lor fiind defazați cu $\dfrac{\pi}{2}$ (vezi diagrama fazorială din fig. E.220.R)

$I_1 = I_2 = \dfrac{U}{\sqrt{2}R}$

$I = \sqrt{2}\ I_1 = \dfrac{U}{R}$



(b)

Fig. E.220R

2. $i_1 = \dfrac{U}{R} \sin\left(\omega t + \gamma + \dfrac{\pi}{4}\right)$;

$i_2 = \dfrac{U}{R} \sin\left(\omega t + \gamma - \dfrac{\pi}{4}\right)$

$i = \sqrt{2}\,\dfrac{U}{R} \sin(\omega t + \gamma)$

3. $Z = \dfrac{U}{I}$; $R_e = Z \cos\varphi = Z$

$X = Z \sin\varphi = 0$ $(X_L = -X_C)$

Scanned with OKEN Scanner

4. $U_{R_1} = RI_1 = \dfrac{U}{\sqrt{2}}$

$U_{R_2} = RI_2 = \dfrac{U}{\sqrt{2}}$

$U_L = U_C = \dfrac{U}{\sqrt{2}}$

5. $P = R_e I^2 = \dfrac{U^2}{R}$; $Q = 0$

E.221.R. 1. $P_1 = I_1^2 R$; $I_1 = \dfrac{P}{R} = 1$ A

$X_2 = \dfrac{U_2}{I_2}$

$X_1 = \dfrac{Q_1}{I_1} = -2\ \Omega$

$U_{BC} = I_1 \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = 2\sqrt{2}$ V

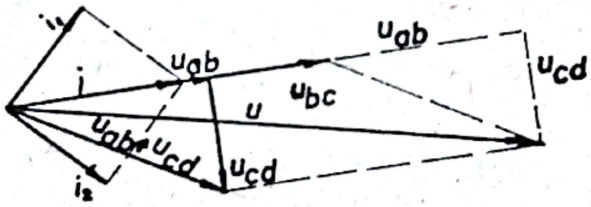


Fig. E.221R.

$U_{BC} = \sqrt{U_R^2 + U_2^2}$

$U_R = 2$V; $I_2 = \dfrac{U_R}{R} = 1$ A

$Q_2 = I_2 U_2 = 2$ VAR

2. Din cauza celor două reactanţe, curenţii din cele două ramuri sînt defazaţi între ei cu $\dfrac{\pi}{2}$. În consecinţă $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{2}$ A

Tensiunea la bornele circuitului va fi egală cu suma căderilor de tensiune pe fiecare porţiune de circuit.

$$U = U_{ab} + U_{cb} + U_{ca}$$

Scanned with OKEN Scanner

$U_{ab} = IR = 2\sqrt{2}$ V și este în fază cu curentul I.

$U_{cd} = IX_C = 2\sqrt{2}$ V și este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urma curentului.

$$U = \sqrt{(U_{ab} + U_{bc})^2 + U_{cd}^2} = 2\sqrt{10}\ \text{V}.$$

3. $P = PI_1^2 + R_1 I_1^2 + RI_2^2 = 8$ W

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = -4$ VAR

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{80}$ VA, sau

$S = UI = \sqrt{80}$ VA

4. $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

E.222. R. a) 1. $X_L = L\omega = 30\Omega$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = 15\ \Omega$$

Impedanța grupării în paralel a inductanței și capacității este:

$$Z_1 = \frac{-1}{\sqrt{\left(\frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C}\right)^2}} = \frac{X_C X_L}{X_C + X_L} = -30\ \Omega$$

(s-a introdus $X_C = -15\ \Omega$)

Această impedanță poate fi asimilată cu o reactanță X legată în serie cu rezistența R- deci impedanța echivalentă a circuitului va fi:

$$Z_e = \sqrt{R^2 + X^2} = 50\ \Omega$$

2. Curentul din rezistor va fi:

$$I_R = \frac{U}{Z_e} = \frac{100}{50} = 2\ \text{A}$$

Tensiunea la bornele grupării paralele, va fi:

$$U_1 = I_R Z_1 = 60\ \text{V}$$

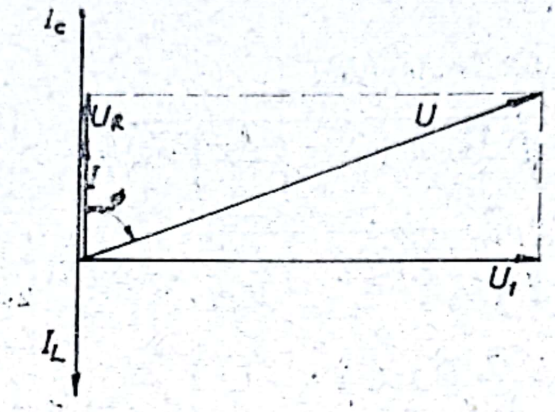
$$U_1 = I_L X_L \Rightarrow I_L = \frac{60}{30} = 2\ \text{A}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$U_1 = I_c X_c \Rightarrow I_c = \frac{60}{15} = 4 \text{ A}$$

3. $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z_c} = 0{,}8 \Rightarrow \varphi = 36°50'$

4. $P = 160$ W; $Q = -120$ VAR; $S = 200$ V.A



a

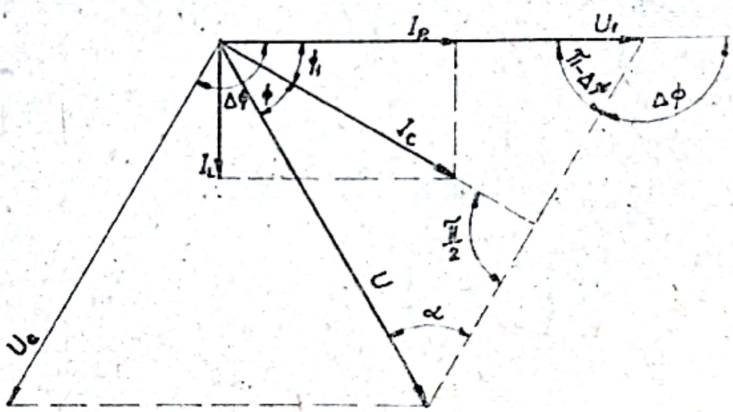


Fig. E.222R(a, b)

b) 1. $Z_1' = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{X_L^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{40^2} + \dfrac{1}{30^2}}} = 24\ \Omega$

2. $U = \sqrt{U_c^2 + U_1^2 + 2U_c U_1 \cos\Delta\varphi}$

$$U_c = I_c X_c = \frac{U_1}{Z_1'} X_c$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + \varphi_1, \quad \cos\Delta\varphi_1 = -\sin\varphi_1$$

Scanned with OKEN Scanner

Din diagrama fazorială (fig. E 222 (b)) se observă că:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\frac{U_1}{X_L}}{\frac{U_1}{R}} = \frac{R}{X_L} = \frac{4}{3}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{4}{5}$$

Cu acestea, expresia lui U devine:

$$U = U_1\sqrt{\frac{X_C^2}{Z_1'^2} + 1 - 2\left(\frac{X_C}{Z}\right)\sin\varphi_1}$$

$$U = U_1\sqrt{\left(\frac{15}{24}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{15}{24}\cdot\frac{4}{5}} = U_1\,\frac{15}{24}$$

$$U_1 = U\cdot\frac{24}{15} = 160\ \text{V}$$

$$I_R = \frac{U_1}{R} = 4\ \text{A}$$

$$I_L = \frac{U_1}{X_L} = \frac{16}{3}\ \text{A}$$

$$I_C = I_R^2 + I_L^2 = 16 + \frac{16^2}{9} = \frac{20}{3}\ \text{A}$$

3. $\cos\varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

$$\frac{I}{\sin(\pi - \Delta\varphi)} = \frac{U_1}{\sin\alpha}\ \text{(vezi fig. E 222 R (b))}$$

$$\sin\alpha = \frac{U_1}{U}\sin(\pi - \Delta\varphi) = \frac{160}{100}\sin\Delta\varphi =$$

$$= \frac{8}{5}\sqrt{1 - \cos^2\Delta\varphi} = \frac{8}{5}\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} =$$

$$= \frac{8}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{24}{15} = 0{,}96$$

$$\alpha = 73\ 50'$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - 73°50' = 90 - 73°\ 50' = 16°.10'$$

4. $P = 640$ W; $Q = 187$ VAR; $S = 667$ V.A

Scanned with OKEN Scanner

EL.11 R : $v = 175$ km/s

EL.12 R : $v = 1{,}26 \cdot 10^6$ m/s ; $T = 52\,400$ K ; deci imposibil.

EL.13 R : $\frac{\Delta J}{J} = 0{,}0558$

EL.14 R : $v = 0{,}073$ mm/s

EL.15 R : $\frac{n}{t} = 1{,}87 \cdot 10^{17} \frac{e^-}{s}$

EL.16 R : $K = 10^{-4} \frac{A}{V^{3/2}}$

EL.17 R : $E_A = 22$ V ; $P = 2{,}42$ W

$P_{Rs} = 1{,}21$ W ; $P_a = 1{,}21$ W

EL.18 R : $R_i = 500\ \Omega$; $S = 2$ mA/V

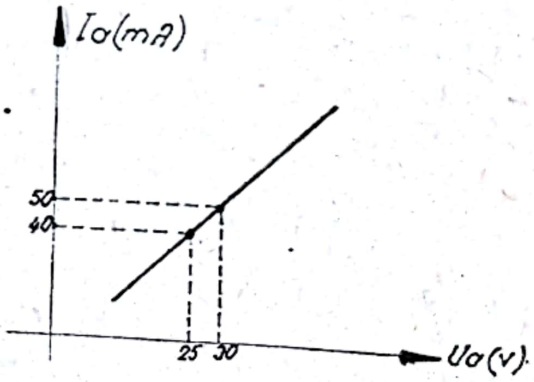


fig. EL 18 R

EL.19 R : $I_a = 100$ mA ; $U_a = 50$ V.

EL.20 R : $R_i = 750\ \Omega$

EL.21 R : $R_i = \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a}$

$R_i = 633{,}33\ \Omega$.

$R_e = \frac{R \cdot R_i}{R + R_i}$; $R_e = 279{,}41$.:

Scanned with OKEN Scanner

$$I = \frac{E}{r + R_e}; \qquad I = 0{,}527 \text{ A}.$$

$$U_D = R_e I; \qquad U_D = 147{,}24 \text{V}.$$

$$I_R = \frac{U_D}{R} \Rightarrow I_R = 0{,}294 \text{ A}.$$

$$I_D = I - I_R \Rightarrow I_D = 0{,}233 \text{ A}.$$

EL.22. R : $I = 100$ mA

$$E_{A\max} = 150 \text{ V}.$$

EL.23. R : Se intersectează curba caracteristică cu dreapta de sarcină. Curentul anodic maxim se obține în cazul $R_s = 0$
Rezultă $I_{a\,\max} = 300$ mA.

EL.24. R : $$I_{\max} = \frac{\sqrt{2} \cdot E_2}{R_i + R_s + R_2} \Rightarrow I_{\max} = 293{,}75 \text{ mA}$$

$$U_{Rs} = R_s \cdot I_{\max} \Rightarrow U_- = R_s \cdot \frac{I_{\max}}{\pi}$$

$$U_- = 93{,}55 \text{ V}.$$

EL.25. R : Din ecuația fundamentală a triodei

$$R_i \Delta I_a = \mu \Delta U_g + \Delta U_a$$

$$R_i = 7{,}5 \text{ k}\Omega$$

$$\mu = R_i S \Rightarrow S = 2{,}66 \text{ mA/V}$$

EL.26. R : $\mu = 20$; $R_i = \frac{20}{3}$ k Ω; $S = 3$ mA/V

EL.27. R : $R_i = 7$ kΩ; $S = 3$ mA/V; $\mu = 21$

EL.28. R : Conform legii a II-a a lui Kirchhoff

$$E = R_A I_A + U_a + |U_{Rk}|$$

$$\Rightarrow I_a = 5{,}03 \text{ mA},$$

Scanned with OKEN Scanner

$$R_k = \frac{|U_{Rk}|}{I_a} \Rightarrow R_k = 794\ \Omega$$

$$P = R_k \cdot I_A^2 \Rightarrow P = 20{,}1\ \text{mW}.$$

EL.29. R : $I_A = 4{,}33$ mA

$$U_{g1} = -4{,}25\ \text{V}.$$

EL.30. R : $P = E \cdot I_A \Rightarrow I_A = 25$ mA

$$P_A = U_A \cdot I_A \Rightarrow P_A = 2{,}5\ \text{W}$$

$$P_{RA} = P - P_A \Rightarrow P_{RA} = 2{,}5\ \text{W}$$

$$P_{RA} = R_A \cdot I_A^2 \Rightarrow R_A = 4\ \text{k}\Omega.$$

EL.31. R : Scriind ecuația fundamentală a triodei sub forma

$$\mu \cdot \Delta U_g = (R_i + R_a) \cdot \Delta I_a$$

$$\Rightarrow \Delta U_g = 62{,}5\ \text{V}.$$

EL.32. R : Schema echivalentă cu generator de tensiune constantă este reprezentată în fig. EL.32R.

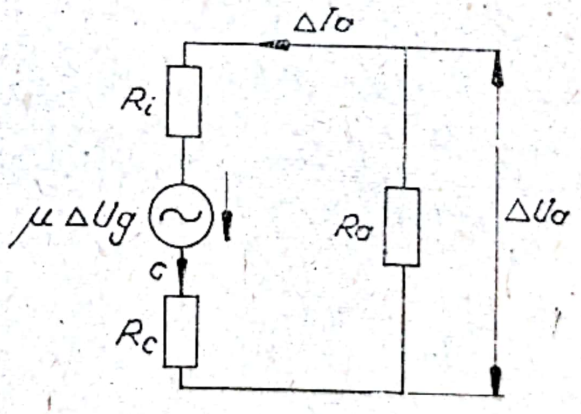


fig. EL 32 R

Aplicînd legea a II-a a lui Kirchhoff :

$$(R_i + R_a + R_k)\,\Delta I_A = \mu \cdot \Delta U_g$$

Se observă că :

$$\Delta U_g = \Delta U_{intr} - R_k \cdot \Delta I_A$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Delta I_A = \frac{\mu \cdot \Delta U_{intr}}{R_i + R_A + (\mu + 1) R_k}$$

Amplificarea etajului este:

$$A = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_{intr}} \text{ unde } \Delta U_A = R_A \cdot \Delta I_A$$

$$A = \frac{\mu R_A}{R_i + R_{A+} (\mu + 1) R_k} \Rightarrow A = 22$$

EL.33. R: a) Din studiul curbelor caracteristice rezultă:

$\mu = 100$; $S = 2$ mA/V; $R_i = 50$ kΩ

b) $I_{A1} = 1$ mA; $I_{A2} = 0$; $I_{A3} = 0$.

c) Din enunț rezultă:

$U_A = 200$ V.

$E_A = U_A + R_S \cdot I_A \Rightarrow E_A = 300$ V.

d) $A = \frac{\mu R_S}{R_i + R_s} = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_g}$

$U_A = 37{,}5$ V.

EL.34. R: Din fig. EL 34 rezultă:

$|U_g| = R_K I_A \Rightarrow R_K = 2{,}5$ kΩ

$E_A = U_A + R_S \cdot I_A + |U_g| \Rightarrow$

$R_S = 122{,}5$ kΩ

$C_K \geq \frac{10}{\omega R_K} = 0{,}64$ μF.

$C_A = C_G \geq \frac{10}{\omega R_G} = 1{,}6$ nF

$A = \frac{\mu R_s}{R_i + R_s} \Rightarrow A = 57{,}37$

EL.35. R: a) $U_{A2} = 330$ V,

b) $U_{g3} = -12$ V.

EL.36. R: $E_A = R_S \cdot I_A + U_A \Rightarrow I_A = 25$ mA

$E_A = R_{G2} I_{G2} + U_{G2} \Rightarrow I_{G2} = 0{,}26$ mA.

Scanned with OKEN Scanner

EL.37. R : $E_A = R_A I_A + U_A + |U_G|$

$R_A = 2\ \text{k}\Omega$

$E = R_{G2} \cdot I_{G2} + U_{G2} + |U_G|$

$R_{G2} = 21\ \text{k}\Omega$

$I_K = I_A + I_{G2}; \quad |U_G| = R_K I_K$

$R_K = 0{,}23\ \text{k}\Omega$

EL.47. R : $U_e = f(U_i)$ este reprezentată în fig. EL 47 R unde $\text{tg}\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$. Dioda conduce pentru $U_i > -E$.

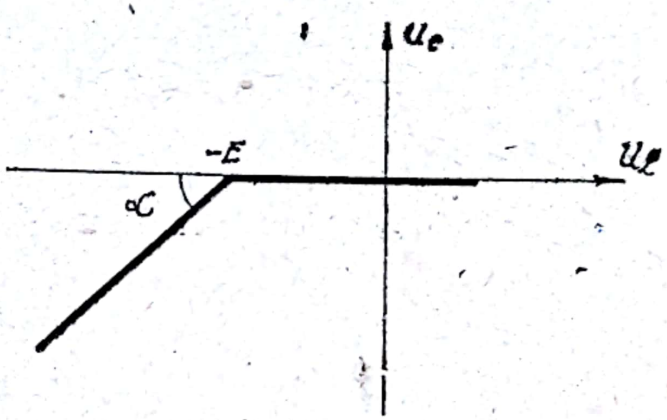


fig. EL 47 R

EL.48. R : Dioda conduce pentru $U_i > E$.

$U_e = f(U_i)$ este reprezentată în fig. EL 48 R unde

$\text{tg}\ \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

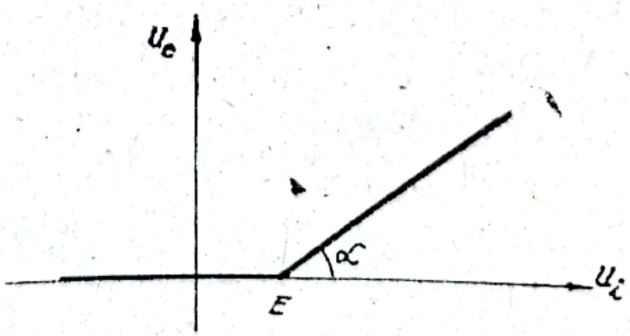


fig. EL 48 R

Scanned with OKEN Scanner

EL.49. R : Este un circuit de limitare inferioară.

$U_e = f(U_i)$ este reprezentată în fig. EL 49 R unde

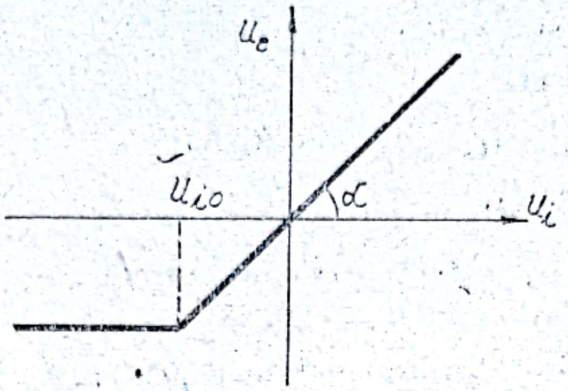


fig. EL 49 R

$$U_{io} = -E\,\frac{R_2 + R_1}{R_2}, \text{ iar } \operatorname{tg}\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

EL.50. R : $I_s = 0 \Rightarrow I = I_{z\max} = 300$ mA

$$I = I_{z\min} + I_{s\max} \Rightarrow I_{s\max} = 295 \text{ mA}$$

$$R = \frac{E - U_z}{I} \Rightarrow R = 66{,}6\ \Omega$$

EL.51. R :

$$K_0 = \frac{\Delta U_i}{\Delta U_e}\bigg|_{R_s = ct} = \frac{1 + \dfrac{R\,R_z}{R + R_z}\,\dfrac{1}{R_s}}{\dfrac{R_z}{R + R_z}}$$

$$R_s \to \infty \Rightarrow K_0 = \frac{R + R_z}{R_z} \Rightarrow K_0 = 61$$

EL.52. R : $U_{2\max} = \dfrac{U_2}{U_1}\,U_{1\max} \Rightarrow U_{2\max} = 40\text{V}$

$$R_i = \frac{1}{S} \Rightarrow R_i = 1\text{k}\Omega \Rightarrow I_m = 10 \text{ mA}$$

Fiind redresată o singură alternanţă a tensiunii alternative sinusoidale, valoarea eficace a curentului va fi

$$I = \frac{I_m}{2} \Rightarrow I = 5 \text{ mA}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$I_{-} = \frac{I_m}{\pi} \Rightarrow I_{-} = 3{,}184 \text{ mA}$$

$$U_{-} = R_s I_{-} \Rightarrow U_{-} = 7{,}96 \text{ V}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2}\ ; \qquad \eta = \frac{R_s I_{-}^2}{R_s I^2} \Rightarrow \eta = \frac{4}{\pi^2}$$

EL.53. R : $R_t = 0{,}5\ \text{k}\Omega$; $I_{max} = 176$ mA ; $U_{-} = 168$ V

EL.54. R : $I_{max} = 154{,}7\text{mA}$; $U_{-} = 73{,}9$ V

$U_{inv.max.} = 325$ V ; $\gamma = \frac{\pi}{2}$; $\eta = \frac{4}{\pi^2}$

EL.55. R : $I = \frac{U}{R_s}$; $I_{max} = 2I$

$$\Rightarrow U_{2max} = (R_t + R_s)\, I_{max} \Rightarrow \eta = \frac{U_{2max}}{U_{1max}}$$

$$\Rightarrow \eta = 0{,}19$$

EL.56. R : $U_{max} < 159$ V.

EL.57. R : Se constată că diodei cu U_0 și R_t cele mai mici îi revine cea mai mare parte din curentul I, capul cel mai defavorabil fiind acela în care o diodă are parametrii U_{0m}, R_{tm}, iar celelalte $(n-1)$ are parametrii U_{0M} și R_{tM} Fie :

$$U_{01} = U_{0m}\ ;\ R_{t1} = R_{tm}$$
$$U_{02} = U_{03} = \ldots\ldots\ldots = U_{0n} = U_{0M}$$
$$R_{t2} = R_{t3} = \ldots\ldots\ldots = R_{tn} = R_{tM}$$
$$U_{01} + (R_{t1} + R)\, I_{a1} = \ldots\ldots = U_{0n} + (R_{tn} + R)\, I_{an}$$
$$I_{a1} + I_{a2} + \ldots + I_{an} = I_{a1} + (n-1)\, I_{a2} = I$$

$$\Rightarrow I_{a1} = \frac{(n-1)(U_{0M} - U_{0m}) + I(R_{tM} + R)}{nR + (n-1)R_{tm} + R_{tM}} < I_M$$

a) $R = 0 \Rightarrow n > 1 + \dfrac{R_{tM}\,(I - I_M)}{R_{tm}\, I_M - U_{0M} + U_{0m}}$

b) $I_{a1} < I_M \Rightarrow$

Scanned with OKEN Scanner

$$R > \frac{R_{iM}\,(I - I_M) - (n-1)\,(R_{im}\,I_M - U_{0M} + U_{0m})}{n\,I_M - I}$$

la curenți mari R_i este în general neglijabil.
Deci se poate exprima

$$R > \frac{(n-1)\,(U_{0M} - U_{0m})}{nI_M - I}$$

EL.58. R : Dioda lucrînd în regiunea de multipicare în avalanșa

$$\Rightarrow U_A \approx U_s = -100\ \text{V} \Rightarrow I_A = \frac{-E - U_A}{R}$$

$$\Rightarrow I_A = -1\text{mA}$$

$$U_A = U_s \sqrt[3]{1 - 0{,}01} \Rightarrow U_A = 99{,}67\ \text{V}.$$

EL.59. R :

$$I_A = -M \cdot I_0 = -\frac{I_0}{1 - \left(\frac{U_A}{U_s}\right)^n}$$

$$\frac{1}{R_i} = \frac{\mathrm{d}\,I_A}{\mathrm{d}\,U_A} = -M^2 \cdot n \cdot \left(\frac{U_A}{U_s}\right)^n \cdot \frac{I_0}{U_A}$$

$$\left(\frac{U_A}{U_s}\right)^n = 1 - \frac{1}{M} = \frac{M-1}{M}$$

$$R_c = \frac{U_A}{I_A} \Rightarrow R_c = n\ (M-1)\,R_i$$

EL.60. R : Curentul prin diodă este minim cînd U_1 este minim și I_2 este maxim; el este maxim cînd U_1 este maxim și I_2 este minim, de fiecare dată tensiunea U_2 rămînînd foarte apropiată de U_z

$$U_{1m} = R(I_{2M} + I_{zm}) + U_z$$

$$U_{1M} = R(I_{2m} + I_{zM}) + U_z$$

$$I_{zM} = \frac{P_{dz}}{U_z} \Rightarrow I_{zM} = 33{,}3\ \text{mA}$$

$$U_1 = 20\text{V}; \quad R = 0{,}36\ \text{k}\Omega$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Delta I_z = I_{zM} - I_{zm} \Rightarrow \Delta I_z = 28{,}3 \text{ mA}$$

$$\Delta U_z = R_z \cdot \Delta I_z \Rightarrow \Delta U_z = 0{,}283 \text{ V}.$$

EL.61. R :

$$U_{-} = 349 \text{ V}$$

$$I_{-} = 34{,}9 \text{ mA}$$

$$U_{\text{invM}} = 394{,}5 \text{ V}$$

EL.78. R : $I_C = \alpha_0 I_E + I_{CO} \Rightarrow$

$\alpha_0 = 0{,}98$; $I_{CO} = 0{,}01$ mA.

EL.79. R : $I_E = I_C = \alpha_0 I_E + I_{CO} \Rightarrow$
$I_E = 500$ μA.

EL.80. R : $I_C = 0{,}887$ mA; $U_{CB} = -6{,}68$ V.

EL.81. R : $R_e \approx 1{,}8$ kΩ; $R_C = 6$ kΩ

EL.82. R : $R_b > \dfrac{\beta_0 R_C (E_C - U_{EB})}{E_C - U_{EB} - (\beta_0 + 1) R_C \cdot I_{CO}}$

EL.83. R : $R_C = 6$ kΩ; $R_b = 655$ kΩ

EL.84. R : $I_C = \beta_0 \dfrac{E_C - U_{EB}}{R_b} + (\beta_0 + 1)\ I_{CO}$

$$\Rightarrow \Delta I_C = \beta_0 \frac{\Delta E_C}{R_b} = 0{,}2 \text{ mA}.$$

EL.85. R : $E = 6{,}1$V; $R = 400$ kΩ

EL.86. R : $R_b = \dfrac{E_C - R \cdot I_E - U_{EB}}{I_B} \Rightarrow$

$$R_b = 430 \text{ kΩ}$$

EL.87. R : $I_E = 0{,}018$ mA; $I_E = 1{,}018$ mA

$R_C \approx 4$ kΩ; $R_b = 545$ kΩ

$S = 43$.

EL.88. R : $U_{CB} = 27{,}14$ V.

EL.89. R : $I_C = M\ \alpha_0 \cdot \dfrac{E - U_{EB}}{R_e + R_b(1 - M\alpha_0)} + \dfrac{R_e + R_b}{R_e + R_b(1 - M\alpha_0)} \cdot M I_{CO}$

Scanned with OKEN Scanner

$$I_B = (1 - M\,\alpha_0)\,\frac{E - U_{EB}}{R_e + R_b(1 - M\alpha_0)} - \frac{R_e}{R_e + R_b(1 - M\alpha_0)} \cdot M \cdot I_{CO}$$

Pentru creşterea nelimitată a curenţilor, M trebuie să tindă către valoarea care rezultă din condiţia:

$$R_e + R_b(1 - M\alpha_0) = 0$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{\alpha_0}\left(1 + \frac{R_e}{R_b}\right).$$

EL.90. R: $M = \dfrac{I_E}{\alpha_0 I_E + I_{CO}}$

$$I_E \gg I_C \Rightarrow M \approx \frac{1}{\alpha_0}$$

EL.91. R: $U_{CES} = U_{CBS}\sqrt[n]{1 - \alpha_0} \Rightarrow$

$$U_{CES} = -27\text{V}.$$

EL.92. R: $U_{CB} = -27{,}2$ V.

EL.115. R: $W_e = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot V$ unde V = volumul cubului

$$\Rightarrow W_e = 4{,}42 \cdot 10^{-5}\text{J}$$

$$W_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot V \Rightarrow W_m = 398\text{ J}.$$

EL. 116. R: $I_{max} = U\sqrt{\dfrac{C}{L}} \Rightarrow I_{max} = 0{,}5$ A.

EL.117. R:

a) $q = \dfrac{Q_0}{\sqrt{2}}$; b) $t = \dfrac{T}{8} = 7{,}85 \cdot 10^{-5}\text{s}.$

EL.118. R: $L = \dfrac{T \cdot r \cdot n}{2\pi}$; $\quad C = \dfrac{T}{2\pi r n}$

EL.119. R: $\nu_1 = \dfrac{\nu_2}{2}$; $\quad W_1 = W_2$

Scanned with OKEN Scanner

EL.120. R : $\varepsilon_r = \dfrac{\lambda^2 d}{4\pi^2 c^2 L\ \varepsilon_0 S} \Rightarrow \varepsilon_r = 5{,}97$

EL.121. R : a) $T = 2 \cdot 10^{-4}$s

b) $L = 1{,}12$ mH

c) $i = -1{,}41 \sin 10^4 \pi t$ (A)

d) $\lambda = 6.10^4$m

EL. 122. R : a) $T = 5 \cdot 10^{-3}$s ; b) $C = 0{,}63$ μF

c) $U_{max} = 25{,}12$ V ; d) $W_{max} = 2 \cdot 10^{-4}$ J

e) $W_{emax} = 2.10^{-4}$ J

EL.123. R : $W_e\left(\dfrac{T}{8}\right) = W_m\left(\dfrac{T}{8}\right)$

EL.124. R : $\lambda \in (185{,}5\ ;\ 571{,}44)$ (m)

EL.125. R : $P = 1{,}485 \cdot 10^{-4}$W

EL.126. R : $L = 64 \cdot 10^{-5}$H ; $\quad C = \dfrac{5}{12\,\pi} \cdot 10^{-6}$F

$T = 5{,}78 \cdot 10^{-5}$s

EL.127. R : $C = 111$pF

EL.128. R : $\dfrac{U_0}{I_0} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

EL.129. R : $L \approx 1$H

EL.130. R : a) $L_1 = \dfrac{\mu_0 N^2 S}{l}$; $\quad L_1 = 4{,}44 \cdot 10^{-7}$H

$\Rightarrow \lambda_1 = 1{,}255$ m.

$L_2 = \mu_0 \dfrac{N^2 S}{l + \Delta l} \Rightarrow L_2 = 16 \cdot 10^{-8}$ H

Scanned with OKEN Scanner

$\Rightarrow \lambda_2 = 0{,}7536$ m.

$\lambda \in (0{,}7536\,;\ 1{,}255)$ (m)

b) $\lambda = 1{,}2\,\dfrac{1}{\sqrt{0{,}9 + 10F}}$; $F \in (0\,;\ 16 \cdot 10^{-2})$ (N)

c) $\dfrac{\Delta\lambda}{\Delta F} = 3{,}133$ m/N

EL.131. R : Dacă circuitul oscilant L_1C_1 este acordat pe frecvenţa $\nu_1 = \dfrac{2C}{\lambda}$ care reprezintă armonica a II-a a oscilaţiilor emise de postul de radiodifuziune, intensitatea în L' va fi egală cu zero ; deci această armonică este eliminată.
$\Rightarrow C = 0{,}504 \cdot 10^{-9}$F.

EL.132. R :

a) $D = 75$ km

b) $d = 150$ m, distanţa minimă de detecţie

EL.133. R :

1) $L \approx 10^{-3}$H ; $\quad C_e = \dfrac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}$

$C_{e1} = 1{,}11$ nF $\Rightarrow C_M = 1{,}06$ nF

$C_{e2} = 0{,}1$ nF $\Rightarrow C_m = 0{,}05$ nF

2) $\lambda_M = \dfrac{c}{\nu_M} \Rightarrow \lambda_M = 600$ m

$\lambda_M = 2\pi c\sqrt{L_1 C_{e1}} \Rightarrow L_1 = 9 \cdot 10^{-5}$ H

3) $\lambda_m = 2\pi c\sqrt{L_1 C_{e2}} \Rightarrow \lambda_{min} = 178{,}75$ m

$\lambda \in (178{,}73\,;\ 600)$ m

EL.134. R : $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC_e} \Rightarrow C_e = 0{,}277$ nF

Scanned with OKEN Scanner

$C = C_e - C_1 \Rightarrow C = 0{,}144$ nF

$C = \frac{\alpha}{\pi} C_m \Rightarrow \alpha = 1{,}44$ rad $\Rightarrow \alpha = 82°32'$

EL.135. R: $C = \frac{Q}{n}$; $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$: $L_1 = \frac{\Phi}{I}$

$LC = L_1 C_1 \Rightarrow S = 3 \cdot 10^{-3}$ m^2

EL.136. R: $\nu_n = n \frac{c}{2l}$

EL.137. R: $\lambda = 5{,}1$ m

EL.138. R:

1) $l = 141{,}3$ m; 2) $C = 25$ pF; 3) $\lambda' = 188{,}4$ m; $\nu' \approx 15$ MHz

4) $\lambda_n = \frac{4l}{2n - 1}$

$d_5 = \frac{\lambda_5}{2} \Rightarrow d_5 = 31{,}4$ m

$d_5' = \frac{\lambda_5'}{2} \Rightarrow d_5' = 10{,}47$ m

EL.139. R: din relațiile:

$T = 2\pi \sqrt{LC}$; $L = \mu \frac{N^2 S_1}{l_1}$ și $C = \frac{\varepsilon S_2}{d}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi N}{V} \cdot \sqrt{\frac{S_1 S_2}{d l_1}}$ unde $V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$.

Pentru antena $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{cT'}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

Antena și circuitul oscilant sînt la rezonanță

$$\Rightarrow T = T'; \frac{2l}{c} = \frac{2\pi N}{V}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{dl_1}}$$

În cele două cazuri date:

$$\frac{2l}{c} = \frac{2\pi N}{V}\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d' l_1}} \text{ și } \frac{2l}{V} = \frac{2\pi N}{c}\cdot\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d'' l_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{c} = \frac{c}{V}\cdot\sqrt{\frac{d''}{d'}} \Rightarrow \frac{V^2}{c^2} = \sqrt{\frac{d''}{d'}} \Rightarrow$$

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt[4]{\frac{d'}{d''}} \Rightarrow n = 1{,}41$$

Cînd antena și circuitul oscilant sînt în aer avem

$$l = \pi N\sqrt{\frac{S_1 S_2}{d\, l_1}}$$

Din

$$c = V\sqrt{\frac{d'}{d}} \text{ și } \cdot\sqrt{\frac{d'}{d''}} = \frac{d'}{d} \Rightarrow d = \sqrt{d'd''} = 1\text{mm}$$

EL.140. R: $l = 45$ m.

EL.141. R:

a) $h = 225$ m

b) $\nu = 33 \cdot 10^4$ Hz antena sfert de undă

c) $L = 0{,}229$ H.

EL.142. R:

a) $C = \frac{1}{\omega L}$; $C = 62{,}5$ pF

b) minim de interferență

c) $\Delta\varphi = 51\,\pi$ radiani

Scanned with OKEN Scanner

OF.19. R : $\lambda_1 = 1{,}1\lambda \Rightarrow \lambda_1 = 6\,479$ Å

OF.20. R : $e = \dfrac{5\lambda}{n_2 - n_1} \Rightarrow e = 8\ \mu m$

OF.21. R : a) $a = 0{,}825$ mm

b) $a_{max} = 3{,}3$ mm

c) prima suprapunere se observă pentru a 5-a franje luminoasă a lui λ_2 și a 4-a franje luminoasă a lui λ_3

d) franja centrală se deplasează în jos cu 4 mm

OF.22. R : a) $i = 1{,}2$ mm

b) $\lambda' = 0{,}6\ \mu m$; $\dfrac{\Delta\lambda'}{\lambda'} = \dfrac{\Delta(2oi)}{2oi} + \dfrac{\Delta a}{a} + \dfrac{\Delta D}{D} \Rightarrow$

$\Delta\lambda' = 0{,}006\ \mu m \Rightarrow \lambda' = (0{,}6 \pm 0{,}006)\ \mu m$

c) $n = \dfrac{4}{3}$

d) Sistemul de franje se deplasează către fanta obturată cu lama cu 6,9 mm.

e) $\lambda_1 = 0{,}705\ \mu m$; $\lambda_2 = 0{,}631\ \mu m$
$\lambda_3 = 0{,}571\ \mu m$; $\lambda_4 = 0{,}521\ \mu m$
$\lambda_5 = 0{,}48\ \mu m$; $\lambda_6 = 0{,}44\ \mu m$
$\lambda_7 = 0{,}413\ \mu m$

OF.23.R : $\lambda = 0{,}5\ \mu m$; $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{\Delta a}{a} + \dfrac{\Delta l}{l} + \dfrac{\Delta D}{D} \Rightarrow \Delta\lambda = 0{,}008\ \mu m \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = (0{,}500 - 0{,}008)\ \mu m$

OF.24. R :

a) $\lambda_2 = 0{,}72\ \mu m$

b) Se observă în punctul considerat un maxim de interferență pentru radiația λ_1 și un minim de interferență pentru λ_2.

OF.25. R : a) $i = 1{,}3$ mm

b) $\lambda = 0{,}65\ \mu m$

c) $\lambda' = 0{,}5\ \mu m$

OF.26. R : a) $i = 1$ mm

b) $\lambda_1 = 0{,}444\ \mu m$; $\lambda_2 = 0{,}571\ \mu m$.

OF.27. R : a) $a = 2{,}798$ mm; $\dfrac{\Delta a}{a} = \dfrac{\Delta D}{D} + \dfrac{\Delta h}{h} \Rightarrow \Delta a = 0{,}0095 \Rightarrow$

$a = (2{,}7980 \pm 0{,}0095)$ mm

Scanned with OKEN Scanner

OF.28. R :

a) $i = 1{,}1$ mm; $L = 0{,}068$ mm

$N = 9$ franje

b) $\Delta x = 13$ mm

OF.29. R : $a = 0{,}6$ mm

OF.30. R : a) $\lambda = 0{,}589\ \mu$m

b) $e = 6\mu$m

c) $i' = 1{,}18$ mm

OF.31. R :

a) $a = 5.88$ mm

b) $L = 11{,}76$ mm

$\alpha = 10'6''$

OF.32. R :

$a = 0{,}36$ cm; $i = 0{,}1166$ mm

$L = 5{,}155$ mm; $N = 44$ franje

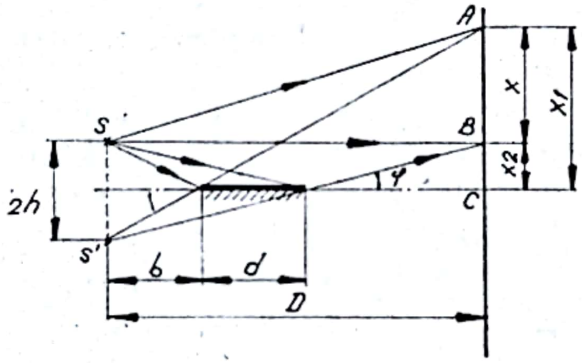


Fig. OF.33.R.

OF.33. R : $x = 16{,}66$ cm; $i = 3\mu$m

$N = 5{,}55\ 10^4$ franje

OF.34. R : $a = 11{,}938 \cdot 10^{-3}$ m; $l = 69{,}58$ cm

$A = 25'16''$

OF.35. R : $R = 82{,}15$ cm; $f = 136{,}91$ cm

OF.36. R : $R = 1$ m; $\lambda' = 0{,}697\ \mu$m

OF.37. R : $r_k = \sqrt{(K+1)\dfrac{\lambda R}{n}} \Rightarrow r_1 = 0{,}626$ mm

OF.38. R : $e = \dfrac{\lambda}{4}\dfrac{2K-1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \Rightarrow e = (2K-1)\ 0{,}14\ \mu\text{m} \Rightarrow e = 0{,}14\ \mu$m;

$0{,}42\ \mu$m; $1{,}12\ \mu$m; ....

Scanned with OKEN Scanner

OF.39. R : $e = \dfrac{(2K_1 + 1)\,\lambda_1}{4n}$; $e = \dfrac{(2K_2 + 1)\,\lambda_2}{4n}$

$K_1 = 3$; $K_2 = 2 \Rightarrow e = 0{,}673\ \mu m$

OF.40. R : $\lambda = 0{,}48\ \mu m$

OF.41. R : $e = \dfrac{\lambda_1(2K_1 - 1)}{4n}$; $e = \dfrac{\lambda_2 K_2}{2n}$

$\Rightarrow e = 0{,}3375\ \mu m$

OF.42. R : $e = 10^{-7}$ m

OF.43. R : $\lambda = 5700$ Å

OF.44. R : $\alpha = 8{,}73 \cdot 10^{-4}$ rad $= 3'$

OF.45. R : $\lambda = 5800$ Å

OF.46. R : $i = 0{,}425$ mm ; $N = 282$ franje

OF.47. R : 40 franje/cm

OF.48. R : $D = \dfrac{d\theta}{d\lambda} = \dfrac{tg\,\theta}{\lambda}$

OF.49. R : 3 ordine complete

OF.50. R : $\lambda < 0{,}66\ \mu m$

OF.51. R : $\theta = 0°$; $\theta = \pm 10°10'$; $\theta = \pm 20°41'$

$\theta = \pm 32°$; $\theta = \pm 44°58'$; $\theta = \pm 62°04'$

OF.52. R : $\lambda \in (0{,}555\ ;\ 0{,}666)\ \mu m$

OF.53. R : 1) Energia de excitare are valoarea

1) $W_{ex} = 12{,}088$ eV ; 2) $\theta = 15°13'11''$; 3) $x = 3{,}28$ cm ;
4) Nu ; 5) Maximul de ordinul I pentru λ și maximul de ordinul II pentru λ_1

OF.61. R : $\Delta p = 2p = \dfrac{2E}{c}$; $\dfrac{(\Delta p)^2}{2m} = mgl(1 - \cos\alpha) \Rightarrow \alpha = 29'47''$

OF.62. R : Utilizînd efectul Doppler relativist avem :

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \Rightarrow \beta = \frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{\lambda^2 + \lambda_0^2}.$$

$\Rightarrow \beta = 0{,}256 \Rightarrow v = 7{,}68 \cdot 10^7$ m/s

Scanned with OKEN Scanner

OF.63. R : $T_s = \dfrac{4\pi R_s \cdot \lambda}{c \cdot \Delta\lambda} = T_s = 25$ zile

OF.64. R : Utilizînd efectul Doppler relativist avem :

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \Rightarrow \quad \beta = \frac{\lambda_0^2 - \lambda^2}{\lambda_0^2 + \lambda^2} \Rightarrow \beta = 0{,}236 \Rightarrow v = 7{,}09 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

OF.65. R : $\varepsilon = \dfrac{h \cdot c}{d(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1)} \Rightarrow \varepsilon = 2{,}0175$ eV

OF.66. R : a) $\varepsilon = 300$ MeV ; b) $\varepsilon = \sqrt{W_c(W_c + 2W_0)}$

$\Rightarrow \varepsilon = 50{,}5$ MeV

OF.67. R : $a = \dfrac{nh\nu}{mc}$

OF.68. R : $\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \dfrac{\beta c}{R} = eB \Rightarrow \beta = 0{,}8288 \Rightarrow v = 2{,}48 \cdot 10^8$ m/s

$$W_c = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - W_0 \Rightarrow W_c = 392{,}75 \text{ keV}$$

$$W^2 = p^2 \cdot c^2 + W_0^2 \Rightarrow p = 745{,}9 \frac{\text{keV}}{c}$$

Neglijînd reculul ionului de plumb

$$\varepsilon = W_L + W_c \Rightarrow \varepsilon = 482{,}75 \text{ keV}$$

OF.69. R : a) $\lambda = 4{,}89$ Å (raze X)

b) $W = 407 \cdot 10^{-15}$J ; $W_c = 325 \cdot 10^{-15}$ J

$\lambda = 0{,}611$ pm (raze γ)

OF.70. R : $L_{ex} = \dfrac{hc(\eta^2\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2(\eta^2 - 1)} \Rightarrow L_{ex} = 1{,}88$ eV

OF.71. R : $\eta = \dfrac{Jhc}{\lambda e} \Rightarrow \eta = 1{,}9875\,\%$

OF.72. R : $\nu_0 = 0{,}903 \cdot 10^{15}$Hz ; $v = 0{,}664 \cdot 10^6 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

OF.73. R : $U_0 = 4{,}4$V

Scanned with OKEN Scanner

OF.74. R : a) $W_{ex} = 1{,}88$ eV ; b) $E_c = 0{,}22$ eV

$v = 2{,}8 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; c) $U_s = 0{,}22$ V

d) $v = 2{,}66 \cdot 10^6$ m/s

OF.75. R : a) $\lambda_1 > \lambda_0 \Rightarrow$ nu apare efect fotoelectric

$\lambda_2 < \lambda_0 \Rightarrow$ apare efect fotoelectric

b) $W_m = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} \Rightarrow v_m = 2{,}55 \cdot 10^5$m/s

c) $U_s = 0{,}183$ V

OF.76. R : a) $W_{ex} = 1{,}88$ eV b) $E_{max} = 1{,}835 \cdot 10^{-19}$ J

$v = 0{,}635 \cdot 10^6$ m/s

c) $v = 5{,}96 \cdot 10^6$ m/s ; d) $U_s = -1{,}147$ V

OF.77. R : 1) $i = 0{,}6$ mm ; 2) $x_1 = 2{,}4$ mm ;

$x_2 = 4{,}8$ mm ...

3) $\lambda_0 = 0{,}552\ \mu$m

$\lambda_1 > \lambda_0$ nu apare efect fotoelectric

$\lambda_2 < \lambda_0$ ar putea apare efect fotoelectric dacă în punctul de pe ecran unde se află fanta avem un maxim de interferență.

F_1 : diferența de drum va fi :

$$\delta_1 = \frac{ax_1}{D} \Rightarrow \delta_1 = 1{,}2\mu\text{m} \Rightarrow \frac{\delta_1}{\frac{\lambda_2}{2}} = 5$$

5 număr impar $\Rightarrow$ minim de interferență $\Rightarrow$ nu apare efect fotoelectric.

F_2 : diferența de drum va fi :

$$\delta_2 = \frac{ax_2}{D} \Rightarrow \delta_2 = 2{,}4\ \mu\text{m} \Rightarrow \frac{\delta_2}{\frac{\lambda_2}{2}} = 10$$

10 număr par $\Rightarrow$ maxim de interferență $\Rightarrow$ apare efect fotoelectric

$\varepsilon_2 = 2{,}58$ eV $\Rightarrow E_c = \varepsilon_2 - W_{ex} = 0{,}33$ eV

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} \Rightarrow v = 0{,}34 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Scanned with OKEN Scanner

OF.78. R : a) $W_{ex} = 2{,}25$ eV ; b) $\varepsilon = 2{,}75$ eV

c) $E_c = 0{,}5$ eV ; $v = 4{,}2 \cdot 10^5$ m/s

d) $i = 0{,}9$ mm ; e) $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n} \Rightarrow \lambda' = 0{,}3375$ μm

$\Rightarrow i' = 0{,}675$ mm

OF.79.R : a) $i = 1{,}5$ mm ; b) $\lambda' = 0{,}543$ μm

c) $W_{ex} = 3 \cdot 10^{-19}$ J ; $\varepsilon' = 3{,}66 \cdot 10^{-19}$J

$\varepsilon' > W_{ex} \Rightarrow$ apare efect fotoelectric.

OF.80. R : a) $\lambda = 0{,}451$ μm

$\nu = 6{,}66 \cdot 10^{14}$Hz

b) $v = 4{,}2 \cdot 10^5$m/s

c) $U_s = 0{,}5$ V

OF.81. R : a) $\nu_0 = 8{,}46 \cdot 10^{14}$Hz

$\lambda_0 = 0{,}355$ μm

b) $\dfrac{n}{t} = 10^9 \dfrac{\text{electroni}}{\text{s}}$

OF.82. R : $\varphi = 34°45'$

OF.83. R : $\lambda_0 = \dfrac{2\Lambda}{\eta - 1}\left(\sin^2\dfrac{\theta_2}{2} - \eta \sin^2\dfrac{\theta_1}{2}\right)$

$\Rightarrow \lambda_0 = 1{,}213$ pm

OF.84. R : $\varepsilon = \dfrac{hc}{\dfrac{hc}{\varepsilon_0} + 2\Lambda \sin^2\dfrac{\theta}{2}}$.

$\Rightarrow \varepsilon = 144{,}3$ keV

OF.85. R : $\nu = \dfrac{c}{\Delta\lambda + \lambda_0} \Rightarrow \nu = 0{,}356 \cdot 10^{20}$ Hz

$W_r = \dfrac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} \Rightarrow W_r = 59{,}6$ keV

OF.86. R : $\theta = \pi \Rightarrow \lambda_0 = 3{,}69$ pm

OF.87. R : $W_r = \dfrac{\eta\varepsilon}{\eta - 1} \Rightarrow W_r = 0{,}2$ MeV

Scanned with OKEN Scanner

OF.88. R :

$$E_c = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = \frac{hc}{\lambda_0}\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0 + \Delta\lambda}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = 1{,}32 \text{ pm} \Rightarrow \quad \theta = 62°52'38''$$

OF.89. R : $\varepsilon = \dfrac{hc}{\dfrac{hc}{eU} + 2\Lambda \sin^2\dfrac{\theta}{2}} \Rightarrow \varepsilon = 51 \text{ keV}$

$$E_c = \varepsilon - W_i \Rightarrow E_c = 31 \text{ keV}.$$

OPTICA GEOMETRICĂ

O.G.5. R : ≈ 10 lm/W ; ≈ 40 lm/W.

O.G.6. R : ≈ 21 cd ; 3cd.

O.G.7. R : 400 cd.

O.G.8. R : 6,25

O.G.9. R : 0,33 m față de prima sursă.

O.G.10. R : 46 lx.

O.G.11. R : 3,83 m de centru.

O.G.12. R : $\approx 0{,}707$ m.

O.G.13. R : 2,5 m.

O.G.14. R : $\approx 73{,}484$ cd.

O.G.15. R : $E_1 = \dfrac{I_1}{h^2}$, $E_2 = \dfrac{I_2}{h^2}$, $E = (I_1 + I_2)\dfrac{h}{\left(h^2 + \dfrac{d^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$.

O.G.20. R : $\alpha = 45°$.

O.G.21. R : $\Phi = 2\varphi$

O.G.23. R : $D = d\left(1 + \dfrac{H}{h}\right)$.

O.G.24. R : $d = h\left(\text{tg}\,\alpha - \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\right) = 18{,}8$ cm.

O.G.25. R : $r = h\dfrac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} = 1{,}13$ m.

O.G.26. R : $i = \text{arctg}\, n \simeq 53°$

O.G.27. R : $\Delta = \left(1 - \sqrt{\dfrac{1 - \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i}}\right) e \sin i$

Scanned with OKEN Scanner

O.G.28. R: $e \approx 40$ mm.

O.G.29. R: $e = \dfrac{2\Delta l}{\left(\dfrac{1}{\sqrt{n_R^2 - \sin^2 i}} - \dfrac{1}{\sqrt{n_I^2 - \sin^2 i}}\right)\sin 2i} \approx 4{,}5$ cm.

O.G.31. R: a) $\Delta t = \dfrac{2hn^2}{c\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 19{,}19 \cdot 10^{-8}$ s;

b) $\alpha = 180° - 2i = 120°$;

c) $d = \dfrac{2hn}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 43{,}18$ m,

$\delta = \dfrac{2hn}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 57{,}57$ m.

O.G.32. R: $\Delta\varphi = \dfrac{2 \sin \dfrac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \dfrac{A}{2}}} \Delta n = 0{,}44°$.

O.G.33. R: $\delta_{m_{apă}} = 2 \arcsin \dfrac{n_{aer}}{n_{apă}} \sin \dfrac{\delta_{m_{aer}} + A}{2} - A = 8{,}7°$.

O.G.34. R: $A = 2 \arccos \dfrac{n}{2} = 82°49'9{,}2''$.

O.G.35. R: $\alpha = 37°$, $\alpha' = 58°$.

O.G.41. R: $f = -7{,}5$ cm.

O.G.42. R: $x_1 = -30$ cm, $x_2 = -10$ cm.

O.G.43. R: a) $x' = 0{,}12$ m; $i = 2{,}4$ cm.

O.G.44. R: a) $f = d\dfrac{\beta}{\beta^2 - 1} = -10$ cm;

b) $f' = -l\dfrac{\beta_1\beta_2}{\beta_2 - \beta_1} = -2{,}5$ cm.

O.G.45. R: b) este un trapez cu $VA' \simeq 34{,}6$ cm și $VB' \simeq 31{,}6$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

O.G.46. R: a) $x' = -1{,}25$ m ; $l = -2{,}5$ cm ;

b) $i' = 2{,}5$ cm, ecranul va fi paralel cu axul principal la distanța de 25 cm de acesta.

O.G.47. R: da, vezi problema rezolvată O.G.40.

O.G.48. R: se va forma la infinit.

O.G.53. R: a) 1,8 m ; 2,4 m ;

b) 4,2 m, imaginea se depărtează cu 0,6 m.

O.G.54. R: $f = 40$ cm.

O.G.55. R: $o = \sqrt{ab}$

O.G.56. R: a) imaginea virtuală, dreaptă și mai mică decît obiectul ; $x' = -12$ cm. $i = 4$ cm ;

b) imagine virtuală, dreaptă și mai mică decît obiectul ; $x_1' = -12$ cm, $i_1 = 4{,}8$ cm.

O.G.57. R: $f = 9$ cm.

O.G.58. R: 1° — $A'B'$ — situată între centrul O_2 și focarul F_2', imaginea $A''B''$ este reală răsturnată față de AB și mai mare ;

2° — $A'B'$ — situată în focarul F_2', imaginea $A''B''$ este la infinit ;

3° — $A'B'$ — situată dincolo de focarul F_2', imaginea $A''B''$ este virtuală, dreaptă în raport cu AB și mult mai mare.

O.G.59. R: a) la dreapta ultimei lentile la distanța de 3,3 cm ;

b) $l = 17$ cm.

O.G.60. R: 83,216.

O.G.63. R: $n = \dfrac{3}{2}$.

O.G.64. R: $f = \dfrac{R}{2(2n-1)} = -10$ cm.

O.G.65. R: $F = \dfrac{3R}{8} = -15$ cm.

O.G.66. R: a) $x' = -60$ cm, imaginea virtuală, $i = 20$ cm, dreaptă ;

b) $x_3' = 30$ cm, imagine reală, $i_3 = -10$ cm, răsturnată.

O.G.67. R: a) $x_2' = 150$ cm ;

b) $A''A''' = 25$ cm ;

c) trebuie ridicată cu 5 cm.

O.G.69. R: $x' = -\dfrac{f(3x-4f)}{2x-3f}$.

Scanned with OKEN Scanner

A.19. R: a) $r = 0{,}94 \cdot 10^{-6}$ m

b) $E = 9760$ V/m

c) $r_3 = 10^{-4}$ m/s

A.20. R: Viteza cea mai probabilă $r_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot r_p} \Rightarrow \lambda = 0{,}126 \text{ nm.}$$

A.21. R: $\Delta E = 7{,}2 \cdot 10^{-17}$ J $= 0{,}45$ keV.

A.22. R: $v = \frac{h\,l}{m\,b\,i} \Rightarrow v = 9{,}16 \cdot 10^5$ m/s

A.23. R: $W_{c\min} = \frac{h^2}{2m_0\,\pi^2\,l^2} \Rightarrow W_{c\min} = 15{,}3$ eV.

A.24. R: $W = \frac{h^2}{2m \cdot x^2} + \frac{k\,x^2}{2}$; $\frac{dW}{dx} = 0$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{h}{\sqrt{k\,m}} \Rightarrow W_{\min} = h\sqrt{\frac{k}{m}}$$

A.25. R: $\delta = d \sin \varphi = k\lambda$

$$\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi = \frac{r_n}{l} \Rightarrow d = \frac{2k\,l\,h}{D \cdot p}$$

$$p = \sqrt{2mE_c} \Rightarrow d = \frac{2k\,l\,h}{D \cdot \sqrt{2mE_c}} \Rightarrow d = 0{,}23 \text{ nm.}$$

A.26. R: Conform figurii A. 26. R., $L = d + 2\,a$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta p_x}{p} = \frac{a}{l} \Rightarrow a = \frac{l \cdot \Delta p_x}{m\,v}$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \Rightarrow a = \frac{l \cdot h}{mv \cdot \Delta x} \Rightarrow$$

$L = d + \frac{2lh}{mv \cdot d}$. Anulind prima derivată obținem:

Scanned with OKEN Scanner

$$d = \sqrt{\frac{2lh}{mv}} \Rightarrow d = 1{,}02 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

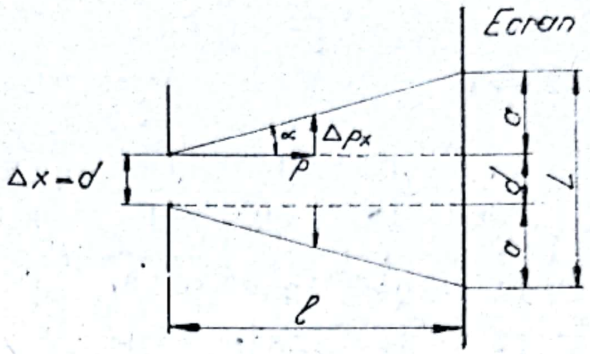


Fig. A.26. R :

A.27. R : $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}$

A.28. R : $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{3K\,T\,m}} \Rightarrow \lambda = 1{,}46 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

A.29. R : $E_c = \dfrac{h^2}{2m\,\lambda^2}$

a) $E_c = 8{,}15 \cdot 10^{-2}$ eV ; b) $E_c = 0{,}2$ GeV

A.30. R : $q\,V\,B = q\,E \Rightarrow V = \dfrac{E}{B}$

$$p = mv = \frac{m}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \cdot v \Rightarrow p = \frac{m_0\,c}{\sqrt{\left(\dfrac{cB}{E}\right)^2 - 1}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

A.31. R : a) 1,24 GeV ; b) 1510 GeV ; c) 819 MeV

A.32. R : a) $\dfrac{h}{\sqrt{2mE}} = \lambda$

$E = 1$ eV $\Rightarrow \lambda_1 = 1{,}229$ nm $\Rightarrow \sin\theta_1 = 2{,}85$

deci $\sin\theta_1 > 1$ imposibil

Scanned with OKEN Scanner

$E = 100$ eV $\Rightarrow \lambda_2 = 0{,}1229$ nm, $\Rightarrow \sin\theta_2 = 0{,}285$

$\theta_2 = 16°33'$

$E = 1000$ eV $\Rightarrow \lambda_3 = 0{,}0388$ nm $\Rightarrow \sin\theta_3 = 0{,}09$

$\Rightarrow \theta_3 = 5°10'$

b) $E = 32{,}6$ eV

A.33. R: a)

n	1	2	3	4	5	6
θ	9,5	19	30	41	55	81

b)

n	1	2	3
θ	17	34	58

A.34. R: $\theta = 39°06'$

A.35. R: $\theta = \dfrac{\Delta p}{p} = \dfrac{h}{p \cdot \Delta x} = \dfrac{\lambda}{2\pi \cdot \Delta x} \Rightarrow \theta = 15{,}9 \cdot 10^{-2}$ rad

$\Rightarrow \theta = 0{,}912°$

A. 36.R: a) $\Delta x = 0{,}0796$ m

b) $\Delta x = 15{,}92 \mu$m

c) $\Delta x = 1{,}592$ Å

A.37 R: a) $\varepsilon = 123{,}75$ keV

b) $\Delta p = 1{,}05 \cdot 10^{-23} \dfrac{\text{kg m}}{\text{s}} = 19{,}7 \dfrac{\text{keV}}{c}$

A.38. R: $\Delta x \geqslant \dfrac{h}{m \Delta v}$

a) $\Delta x \geqslant 0{,}633$ m; b) $\Delta x \geqslant 1167$ m

A.39. R: $W_e = 60{,}4$ keV

A.40. R: $\dfrac{Fe}{Fg} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 K\, m_p\, m_e} \Rightarrow \dfrac{Fe}{Fg} = 2{,}33 \cdot 10^{39}$

A.41. R: a) $\varepsilon = 3{,}4$ eV $\Rightarrow \nu = \dfrac{\varepsilon}{h} \Rightarrow \nu = 8{,}21 \cdot 10^{15}$ Hz

radiație care reprezintă limita seriei.

b) $\varepsilon = 8{,}4$ eV $\Rightarrow \nu = 2{,}02 \cdot 10^{15}$ Hz dincolo de limita seriei, în regiunea continuă a spectrului.

Scanned with OKEN Scanner

c) $\varepsilon = 13{,}4$ eV $\Rightarrow \nu = 3{,}23\ 10^{15}$ Hz de asemenea dincolo de limita seriei, în regiunea continuă a spectrului. Toate cele trei radiații sînt în ultraviolet.

A.42. R: a) $\tilde{\nu}_{kn} = \dfrac{1}{\lambda_{kn}} = R\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right)$

cu $n = 1$; $k = 10$

$$\varepsilon = h \cdot \nu_{kn} \Rightarrow \varepsilon = Rch\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) \Rightarrow \varepsilon = 13{,}56 \text{ eV}$$

$$p = \frac{\varepsilon}{c} \Rightarrow p = 7{,}23 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 13{,}56 \frac{\text{eV}}{c}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \lambda = 92 \text{ nm}$$

b) $p = m_p \cdot v \Rightarrow v = 4{,}31$ m/s

A.43. R: $n = \dfrac{m_0 e^4 \cdot t}{32\ \varepsilon_0^2 \cdot h^3} \Rightarrow n = 8{,}18 \cdot 10^6$

A.44. R: a) $n = 1$; $K \to \infty \Rightarrow \lambda_{\infty 1} = 91{,}12$ nm

$n = 1$; $K = 2 \Rightarrow \lambda_{21} = 121{,}5$ nm

b) $n = 2$; $K \to \infty \Rightarrow \lambda_{\infty 2} = 364{,}5$ nm

$n = 2$; $K = 3 \Rightarrow \lambda_{32} = 656{,}11$ nm

c) $n = 3$; $K = \infty \Rightarrow \lambda_{\infty 3} = 820{,}14$ nm

$n = 3$; $K \to 4 \Rightarrow \lambda_{43} = 1874{,}6$ nm

A.45. R: fie $W_1 = -13{,}6$ eV energia nivelului fundamental;
$W_2 = -1{,}51$ eV energia nivelului inițial; W_3 energia nivelului pe care are loc tranziția.

$$W_{ex} = W_3 - W_1 \Rightarrow W_3 = -3{,}42 \text{ eV}$$

$$\varepsilon = W_2 - W_3 \Rightarrow \varepsilon = 1{,}91 \text{ eV}$$

A.46. R: a) Numărul liniilor spectrale observate în urma tranzițiilor de pe nivelul energetic caracterizat de numărul cuantic principal n pe ni-

Scanned with OKEN Scanner

velele inferioare este egal cu $(n-1)+(n-2)+\ldots+1=\frac{n(n-1)}{2}$

$n=4 \Rightarrow 6$ linii spectrale

b) 11000 fotoni

A.47. R: $T=\frac{W_c}{16\cdot K} \Rightarrow T=4420$ K.

A.48. R: a) Energia cinetică a sistemului calculată în sistemul de referinţă solidar cu centrul de masă se poate transforma în timpul ciocnirii în alte forme de energie; în cazul de faţă în energia necesară excitării unui atom de hidrogen pe primul nivel excitat.

$$W=Mv^2=2W_c$$

$$W_2-W_1=W_{cx}=\frac{3}{4}Rch\,;\ W_i=Rch$$

$$W_{cx}=\frac{3}{4}W_i$$

$$W_{ex}=W \Rightarrow W_c=\frac{3}{8}W_i$$

b) $W=\frac{Mv^2}{4}=\frac{W_c}{2}\,;\ W=W_{ex} \Rightarrow W_c=\frac{3}{2}\cdot W_i$

A.49. R: Pentru a putea fi emise liniile spectrale cu lungimi de undă mai mici decît aceea a celei de-a treia linii din seria Lyman, energia de excitare trebuie să aibă o valoare minimă care să permită tranziţia electronului pe nivelul energetic caracterizat de numărul cuantic principal $n=5$

$$W_{ex}=Rch\left(\frac{1}{K^2}-\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow W_{ex}=\frac{24}{25}Rch$$

unde $K=1$

Fie m' = masa proiectilului

v = viteza proiectilului

M = masa protonului

m_0 = masa electronului

Energia cinetică a sistemului calculată faţă de un referenţial ataşa t centrului de masă este:

$$W=\frac{1}{2}\mu\cdot v_r^2, \text{ unde}$$

Scanned with OKEN Scanner

$\mu = \dfrac{m'(M + m_0)}{M + m_0 + m'}$ = masa redusă a sistemului

$v_r = v$ = viteza relativă a celor două particule

a) $m' = m_0 \Rightarrow W = W_c \cdot \dfrac{M + m_0}{M + 2m_0}$

$W = W_{ex} \Rightarrow W_c = \dfrac{24}{25} \cdot \dfrac{M + 2m_0}{M + m_0} \cdot Rch$

$\Rightarrow W_c = 13{,}063$ e V.

b) $\varepsilon = W_{ex} \Rightarrow \varepsilon = 13{,}056$ eV

c) $m' = M + m_0 \Rightarrow W = \dfrac{W_c}{2}$

$W_c = 2W_{ex} \Rightarrow W_c = 26{,}112$ eV.

A.50. R: Pentru a se produce ciocniri neelastice cu atomii de ^4_2He, electronii trebuie să aibă o energie cinetică minimă necesară pentru a produce tranziția electronului din ion pe nivelul $n = 2$

$$W_{ex} = \frac{3}{4} Z^2 Rch$$

Energia cinetică a sistemului în referențialul legat de centrul de masă va fi:

$$W = \frac{1}{2} \frac{m_0 M}{M + m_0} v^2 = W_c \frac{M}{M + m_0} \text{ unde}$$

$M = 2(m_p + m_n) + m_0 \Rightarrow M = 4{,}03245$ u.

$W = W_{ex} \Rightarrow W_c = \dfrac{3}{4} \dfrac{M + m_0}{M} \cdot Z^2 \cdot Rch$

$\Rightarrow W_c = 40{,}8$ eV.

A.51. R: $r_n(H) = \dfrac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m_0 e^2}$; $r_n(Li) = \dfrac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m_0 e^2 Z}$

$\Rightarrow r_1(Li) = \dfrac{1}{3} \cdot r_1(H) = 17{,}63$ pm

Scanned with OKEN Scanner

$$v_n(\mathrm{H}) = \frac{e^2}{2h \cdot \varepsilon_0 \, n} \; ; \; r_n(\mathrm{Li}) = \frac{e^2 \cdot Z}{2h \cdot \varepsilon_0 \cdot n}$$

$$\Rightarrow v_1(\mathrm{Li}) = 3v_1(\mathrm{H}) = 6.6 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A.52. R: $\Delta\varepsilon = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \Rightarrow$

$$\Delta\varepsilon = 3{,}19 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{J} = 1{,}99 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{eV}$$

A.53. R: Cele trei linii spectrale aparţin seriei Lyman.

A.54. R: $W = \frac{K r^2}{2} + \frac{m v^2}{2}$; $L = m v r = n\hbar$

$$\Rightarrow r_n = \sqrt{\frac{n\hbar}{m\omega}} \text{ cu } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$W_n = n \cdot \hbar \cdot \omega$$

A.55. R: a) $r_1(\mathrm{H}) = 52{,}9$ pm

$r_1(\mathrm{He^+}) = 26{,}45$ pm ; $v_1(\mathrm{H}) = 2{,}18 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$v_1(\mathrm{He^+}) = 4{,}36 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) $W_{1c}(\mathrm{H}) = 13{,}6$ eV ; $W_1(\mathrm{H}) = -13{,}6$ eV

$W_{1c}(\mathrm{He^+}) = 54{,}4$ eV ; $W_1(\mathrm{He^+}) = -54{,}4$ eV

c) $W_i(\mathrm{H}) = 13{,}6$ eV ; $W_i(\mathrm{He^+}) = 54{,}4$ eV

$\lambda_{21}(\mathrm{H}) = 121{,}5$ nm ; $\lambda_{21}(\mathrm{He^+}) = 30{,}375$ nm

A.56. R: $\omega = \frac{m e^4 z^2}{n^3 \hbar^3} \Rightarrow \omega = 2{,}07 \cdot 10^{16} \ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

A.57. R: Seria Lyman $\Delta\lambda = 30{,}38$ nm ;

Seria Balmer $\Delta\lambda = 291{,}61$ nm ;

Seria Paschen $\Delta\lambda = 1054{,}46$ nm.

A.58. R: $\lambda_{kn} = \frac{\lambda_{kn}^{(\mathrm{H})}}{Z^2} \Rightarrow Z^2 = 4 \Rightarrow Z = 2 \Rightarrow \mathrm{He^+}$

Scanned with OKEN Scanner

A.59. R: $(n-1)+(n-2)+\ldots+1=\dfrac{n(n-1)}{2}$

A.60. R: Fotonul cu lungimea de undă $\lambda_1 = 108{,}5$ nm este emis în tranziția de pe nivelul n pe nivelul K, iar cel cu lungimea de undă $\lambda_2 = 30{,}4$nm este emis în tranziția de pe nivelul K pe nivelul l.

$$\frac{1}{\lambda_1} = RZ^2\left(\frac{1}{K^2}-\frac{1}{n^2}\right);\quad \frac{1}{\lambda_2} = RZ^2\left(\frac{1}{l^2}-\frac{1}{K^2}\right)$$

$$\Rightarrow n = 5$$

A.61. R: $R = \dfrac{88}{15\,Z^2\,\Delta\lambda} \Rightarrow R = 1{,}09698\cdot 10^7\ \mathrm{m^{-1}}$

A.62. R: $Z^2 = \dfrac{88}{15\,R\,\Delta\lambda} \Rightarrow Z = 3$

ionul hidrogenoid este Li^{++}

A.63. R: $\dfrac{1}{\lambda_1} = RZ^2\left[\dfrac{1}{n^2}-\dfrac{1}{(n+1)^2}\right];\quad \dfrac{1}{\lambda_2} = \dfrac{RZ^2}{n^2}$

$$\Rightarrow (n+1)^2 = \frac{2\pi RcZ^2}{\Delta\omega} \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 0{,}4688\ \mu\mathrm{m}$$

A.64. R: $\Delta W = 3{,}7$ MeV; $\Delta\lambda = 33$ pm

A.65. R: $p = K\,n_0 T \Rightarrow n_0 = 160{,}99\cdot 10^{21}\ \dfrac{\text{atomi}}{\mathrm{m^3}}$

$v = \dfrac{1}{n_0} \Rightarrow v = 6{,}21\cdot 10^{-24}\ \mathrm{m^3}$ volumul ce revine unui atom.

$d = \sqrt[3]{v} \Rightarrow d = 1{,}838\cdot 10^{-8}\ \mathrm{m}$

$r_{max} = \dfrac{d}{2} \Rightarrow r_{max} = 0{,}919\cdot 10^{-8}\ \mathrm{m}$ raza orbitei corespunzătoare celui mai mare număr cuantic posibil.

$r_{max} = n^2 r_1 \Rightarrow n = 13$

seria Lyman → 12 linii spectrale
seria Balmer → 11 linii spectrale
. . . . . În total se emit 78 linii spectrale.

Scanned with OKEN Scanner

A.66. R : Considerăm originea axei x în punctul G, centrul de greutate al sistemului. Coordonata centrului de masă al sistemului, care rămîne în repaus în timpul oscilaţiei va fi :

$$x_G = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1(x_1 + r_1) + m_2(x_2 + r_2)}{m_1 + m_2} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0$$

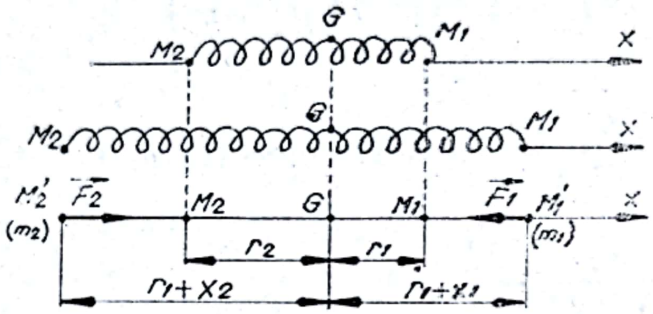


fig. A. 66. R.

Punctele materiale m_1, m_2 oscilează sub acţiunea forţelor elastice $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$
$F = K(x_1 - x_2)$ unde x_1 este o alungire pozitivă şi x_2 o alungire negativă. Scriind legea de oscilaţie pentru punctul material de masă m_1 obţinem:

$$F = m_1 \frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}\, t^2} \Rightarrow K(x_1 - x_2) = m_1 \frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2}$$

$$x_2 = -\frac{m_1}{m_2} \cdot x_1 \Rightarrow K x_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2}$$

notînd $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ masa redusă a sistemului

obţinem : $\mu \dfrac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2} = K x_1$ expresia principiului II al mecanicii pentru un punct material de masă μ, acţionat de forţa $K \cdot x_1$. Pulsaţia oscilaţiei va fi :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{\mu}}.$$

Analog pentru punctul material de masă m_2, obţinem :

$$\mu \cdot \frac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}t^2} = K \cdot x_2$$

Scanned with OKEN Scanner

A.67. R : $\lambda = \dfrac{a \cdot i}{D} \Rightarrow \lambda = 0{,}6561 \cdot 10^{-6}\text{m}$

$$\frac{1}{y} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow n = 3$$

Radiația utilizată face parte din seria Balmer, corespunzînd tranziției între nivele caracterizate de numerele cuantice 3 respectiv 2.

A.68. R : nivelul $3p \Rightarrow l = 1$

$$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar \Rightarrow L = \sqrt{2} \cdot \hbar$$

A.69. R : $\mu = \mu_B \cdot \sqrt{l(l+1)}$

$$2s \Rightarrow l = 0 \Rightarrow \mu = 0$$

$$2p,\ 3p \Rightarrow l = 1 \Rightarrow \mu = \sqrt{2} \cdot \mu_B$$

A.70. R : $4f \Rightarrow n = 4;\ l = 3$

$$\mu_z = m \cdot \mu_B$$

$$\mu_z = \mu \cos\theta;\ \mu = \mu_B \cdot \sqrt{l(l+1)} \Rightarrow \mu_z = \sqrt{l(l+1)}\ \cos\theta \cdot \mu_B$$

$$\Rightarrow m = \sqrt{l(l+1)}\ \cos\theta \Rightarrow m = \sqrt{12}\cos\theta$$

$m = -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3 \Rightarrow \theta_1 = 150°;$
$\theta_2 = 125°15';\ \theta_3 = 106°46';\ \theta_4 = 90°;\ \theta_5 = 73°13'$
$\theta_6 = 54°44';\quad \theta_7 = 30°.$

A.71. R : $W_1 = W + \mu_B \cdot B;\ W_2 = W - \mu_B \cdot B$
$\Rightarrow \Delta W = 2\mu_B \cdot B \Rightarrow B = 8{,}62 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$

A.72. R : $\mu_{sz} = \pm\ \mu_B = \mu_s \cdot \cos\theta$

$$\Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta_1 = 54°43';\ \theta_2 = 125°15'$$

A.73. R : $\dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{1}{n_1^2} - \dfrac{1}{n_2^2}\right)$ cu $n_1 = 1 \Rightarrow n_2 = 4$

$$\Delta L = (n_2 - n_1)\,\hbar \Rightarrow \Delta L = 3\hbar$$

Scanned with OKEN Scanner

A.74. R: $\mu = n \cdot \mu_B$; $\Delta\mu = (n-1)\,\mu_B \cdot = 2 \cdot \mu_B$

$$\Rightarrow n = 3 \Rightarrow \lambda = \frac{9}{8R} \Rightarrow \lambda = 1{,}025 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

A.75. R: $l = 1$; $l = 2 \Rightarrow L = \sqrt{2} \cdot \hbar$; $L = \sqrt{6} \cdot h$

A.76. R: Numărul liniilor spectrale emise de un atom excitat pe nivelul caracterizat de numărul cuantic n este $\frac{n(n-1)}{2}$.

$$\frac{n(n-1)}{2} = 3 \Rightarrow n = 3$$

$$\varepsilon = Rch\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \varepsilon = 12{,}071\ \text{eV}$$

$\lambda_{31} = 1{,}025 \cdot 10^{-7}$ m; $\lambda_{32} = 6{,}561 \cdot 10^{-7}$ m

$\lambda_{21} = 1{,}215\ 10^{-7}$ m.

A.77. R: $d \sin\varphi = K\lambda \Rightarrow \lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-7}$ m

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow n = 4$$

A.78. R: $\varepsilon = Rch\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow n = 3$

$$R_n = R_1 n^2 \Rightarrow \frac{R_n}{R_1} = 9$$

A.79. R: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{K^2}\right) \Rightarrow K = 4$

$$R_4 = 16\,R_1 \Rightarrow R_4 = 8{,}464 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

A.80. R: $V = \frac{h}{2m\,d\sin\theta} \Rightarrow v = 3{,}66 \cdot 10^6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A.81. R: $i = \frac{h\,D}{m\,v\,a}$ cu $a = 10^{-6}$ m

$$\Rightarrow i = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

A.82. R: $d = \dfrac{m}{2eE}\left(\dfrac{h^2}{m^2\lambda^2} - v_0^2\right) \Rightarrow d = 10$ cm

A.83. R: $d = \dfrac{2X \cdot h}{\sqrt{2meU} \cdot D} \Rightarrow d = 5{,}6 \cdot 10^{-10}$ m.

A.84. R: $v = \sqrt{\dfrac{2hc}{m\lambda}} \Rightarrow v = 2{,}09 \cdot 10^7$ m/s

A.85. R: $\lambda = \dfrac{h\,c}{e\,U} \Rightarrow \lambda = 4{,}14 \cdot 10^{-11}$ m

A.86. R: $Z = 1 + \sqrt{\dfrac{4}{3 \cdot R \cdot \lambda_{21}}} \Rightarrow Z = 41$

A.87. R: $\lambda_{K\alpha}^{(Mo)} = \dfrac{4}{3R\,(Z_{Mo} - \sigma)^2} \Rightarrow \sigma = 1.$

$$\lambda_{K\alpha}^{(Ag)} = \frac{4}{3\ R\,(Z_{Ag} - \sigma)^2} \Rightarrow \lambda_{K\alpha}^{(Ag)} = 5{,}742 \cdot 10^{-11}\ \text{m}.$$

A.88. R: $h = \dfrac{eU\lambda}{c} \Rightarrow h = 6{,}613 \cdot 10^{-34}$ Js

A.89. R: $U = 34{,}5$ kV

A.90. R: $d = \lambda\sqrt{1 + \dfrac{L^2}{i^2}} \Rightarrow d = 6{,}62$ Å

A.91. R: $\lambda_{21}\,(Cu) = \dfrac{4}{3R\,(Z_{Cu} - \sigma)^2} \Rightarrow \sigma = 1$

$\lambda_{21}(Fe) = 154{,}98$ pm.

A.92. R: $Z_1 = 23\,(V)$; $Z_2 = 27\,(Co)$

$\Rightarrow$ 3 elemente

A.93. R: $\lambda_{K\alpha}\ (Al) = 843{,}76 \cdot 10^{-12}$ m.

$\lambda_{K\alpha}\ (Co) = 170{,}73 \cdot 10^{-12}$ m

Scanned with OKEN Scanner

$$W_{legK} - W_{legL} = h \cdot \nu_{21} = \frac{h\,c}{\lambda_{21}}$$

$W_{legK} - W_{legL} = 4{,}948$ keV

A.94. R: $U = \dfrac{hc}{e\lambda_{min}} \Rightarrow U = 2484{,}3$ V

$U > U_{K\alpha} \Rightarrow$ seria K a spectrului caracteristic poate fi observată.

A.95. R: $Z = \sigma + \sqrt{\dfrac{8e\,U_1 U_2}{3Rch(3U_2 - U_1)}}$

$\Rightarrow Z = 29$ (Cupru)

A.96. R: $\lambda_{K\alpha} = \dfrac{4_1}{3R\,(Z - \sigma_K)^2}$

$$\lambda_{L\alpha} = \frac{36}{5R\,(Z - \sigma_K)^2}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi cR}{4}\left[3(z - \sigma_K)^2 - \frac{5}{9}(Z - \sigma_L)^2\right]$$

$\Rightarrow Z = 23$

A.97. R: $W_{legK} = \dfrac{hc}{\lambda_{K\alpha}} + \dfrac{hc}{\lambda_L}$

$$\lambda_{K\alpha} = \frac{4}{3R(Z - 1)^2} \Rightarrow \lambda_{K\alpha} = 0{,}251 \text{ nm}$$

$\Rightarrow W_{legK} = 5{,}466$ keV

A.98. R: 1) $\nu = 9{,}67 \cdot 10^{18}$ Hz; $\lambda = 0{,}31$ A

2) $Q = 0{,}98\,U \cdot I \cdot t = C \cdot \Delta\theta \Rightarrow t = 10{,}2$ s

3) $D_v = 20{,}2$ l/h

4) $v = 1{,}19 \cdot 10^8$ m/s; $v' = 1{,}12 \cdot 10^8$ m/s

A.99. R: 1) $n = 3{,}75 \cdot 10^{17}$ electroni

2) $W = 152$ J

3) $U = 62$ kV

Scanned with OKEN Scanner

A.100. R :

1) $v = 1{,}33 \cdot 10^8$ m/s

2) $\nu = 1{,}2 \cdot 10^{19}$ Hz ; $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-11}$ m

3) $n = 1{,}875 \cdot 10^{18}$ electroni

4) $\Delta\theta = 685{,}7°C$

5) $D_v = 35{,}39$ l/h

FIZICA NUCLEARĂ

N.20. R : $\rho = 1{,}8 \cdot 10^{17}$ kg/m^3 ; $n_0 = 1{,}08 \cdot 10^{44} \dfrac{\text{nucleoni}}{\text{m}^3}$

N.21. R : $M = \dfrac{eBB'R}{E} M_1 = 4{,}016$ u

$M_2 = 3{,}012$ u corespunzînd izotopilor ^3_2He ; ^4_2He

N.22. R : $W = m_0 c^2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \Rightarrow \beta = 0{,}94$

$$v = \beta \cdot c \Rightarrow v = 2{,}82 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{E}{B} \Rightarrow E = 7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

N.23. R : Electronii se deplasează în cîmpul magnetic de inducție

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N I}{l} \Rightarrow B = 8 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Deplasarea se face pe o traiectorie elicoidală de rază

$$R = \frac{m v_0 \cdot \sin\theta}{eB}$$

cu perioada $T = \dfrac{2\pi m}{e B}$ și pasul

$$L = r_0 \cdot T \cdot \cos\theta \Rightarrow L = \frac{2\pi m v_0 \cos\theta}{e B}$$

Scanned with OKEN Scanner

obţinem impulsul electronului

$$p = mv_0 = \frac{L\,e\,B}{2\pi\cos\theta}$$

Energia totală a electronului este legată de impulsul său prin relaţia:

$$W^2 = p^2c^2 + W_0^2 \text{ unde } W_0 = m_0 c^2$$

Energia cinetică va fi:

$$W_c = W - W_0 \text{ obţinem } W_c^2 + 2W_0W_c - p^2c^2 = 0$$

$$W_c = W_0 + \sqrt{W_0^2 + p^2c^2}$$

$$W_c = 1{,}48 \text{ MeV}$$

N.24. R: Folosind legile de conservare ale energiei şi impulsului obţinem:

$$E_{Li} = \frac{4m\,ME_\alpha \cos^2\theta}{(M-m)^2 + 4m\,M\cos^2\theta} \text{ unde}$$

m = masa particulei α; M = masa nucleului de litiu

$$\Rightarrow E_{Li} = 5{,}99198 \text{ MeV}$$

N.25. R: a) ^2_1H; b) $^4_2\alpha$; c) $^{17}_9F$; d) $^{37}_{17}Cl$

N.26. R: $W_{leg}^{(p)} = 11{,}2432$ MeV

$W_{leg}^{(n)} = 11{,}4667$ MeV

$\Delta W_{leg} = 0{,}2235$ MeV

N.27. R: a) $M_{Li} = Z \cdot m_H + (A - Z)m_n - \frac{W_{leg}}{c^2}$

$\Rightarrow M_{Li} = 8{,}022503$ u.

b) $M_c = Z \cdot m_H + (A - Z)m_n - \frac{W_{leg}}{c^2}$

unde $W_{leg} = A \cdot B \Rightarrow M_c = 10{,}01682$ u.

N.28. R: $M_i = Z_i m_H + (A_i - Z_i)\, m_n - \frac{W_i}{c^2}$ cu $i = 1, 2, 3, 4$

$$\Rightarrow Q = (W_3 + W_4) - (W_1 + W_2)$$

Scanned with OKEN Scanner

N.29. R: $Q = 23{,}8464$ MeV; $N = \frac{N_A \cdot m}{A}$ = numărul atomilor de He

$\Rightarrow W = 57{,}4 \cdot 10^{10}$ J

$M_c = 19{,}13 \cdot 10^3$ kg

N.30. R: Fie B_1, B_2 — energiile de legătură medii pe nucleon pentru nucleele de ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ respectiv ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$; și W_1; W_2 energiile de legătură pentru cele două nuclee.

$Q = 2W_2 - W_1 = 2 \cdot A_2 \cdot B_2 - A_1 B_1$

$Q = 17{,}28$ MeV

N.31. R: a) $Q = -1{,}639$ MeV

b) $Q = 6{,}818$ MeV

c) $Q = -2{,}794$ MeV

d) $Q = 3{,}111$ MeV

N.32. R: $Q = 2{,}794$ MeV

$Q = E_\alpha + E_{Li}$; $\vec{p}_i = \vec{p}_f = 0$

$\Rightarrow p_\alpha = p_{Li} = p \Rightarrow Q = \frac{p^2}{2M_\alpha} + \frac{p^2}{2M_{Li}}$

$\Rightarrow p^2 = \frac{2Q M_\alpha \cdot M_{Li}}{M_\alpha + M_{Li}} \Rightarrow v_\alpha = \frac{1}{M_\alpha}\sqrt{\frac{2Q M_\alpha M_{Li}}{M_\alpha + M_{Li}}}$

$\Rightarrow v_\alpha = 0{,}9 \cdot 10^7 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$v_{Li} = \frac{1}{M_{Li}}\sqrt{\frac{2Q M_\alpha M_{Li}}{M_\alpha + M_{Li}}} \Rightarrow v_{Li} = 0{,}518 \cdot 10^7$ m/s

N.33. R: $Q = -1{,}63944$ MeV

$Q = E_{Be} - E_p$; $p_p = p_{Be} = p \Rightarrow$

$p^2 = \frac{2Q M_p \cdot M_{Be}}{M_p - M_{Be}} \Rightarrow E_p = \frac{Q \cdot M_{Be}}{M_p - M_{Be}}$

$\Rightarrow E_p = 1{,}914$ MeV

Scanned with OKEN Scanner

N.34. R: Fie p — impulsul protonilor incidenţi
θ — unghiul format de direcţia unei particule α cu direcţia protonilor incidenţi; φ — unghiul dintre direcţiile de mişcare ale particulelor α.

Scriind legea de conservare a impulsului

$$p^2 = p_\alpha^2 + p_\alpha^2 + 2p_\alpha^2 \cos\varphi$$

$$p = 2p_\alpha \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{\frac{M_p \cdot E_p}{4M_\alpha \cdot E_\alpha}}.$$

$$Q = 17{,}36 \text{ MeV}; \quad Q = 2E_\alpha - E_p \Rightarrow E_\alpha = 9{,}18 \text{ MeV}$$

$$\theta = 85°15' \Rightarrow \varphi = 2\theta = 170°30'$$

N.35. R: ${}_1^1p + {}_1^2d \rightarrow 2 \cdot {}_1^1p + {}_0^1n$

$$Q = -2{,}23 \text{ MeV}; \quad E_{prag} = |Q| \frac{m_p + m_d}{m_d}$$

$$\Rightarrow E_{prag} = 3{,}3 \text{ MeV}$$

N. 36.R: $1{,}886 \text{ MeV} < E_p < 2{,}056 \text{ MeV}$
valori obţinute din calculul energiilor de prag

N.37. R: $$|Q| = \frac{M_B \cdot E_{prag}}{m_n + M_B} \Rightarrow Q = -3{,}664 \text{ MeV}$$

N.38. R: a) $Q = -1{,}639$ MeV; $E_{prag} = 1{,}874$ MeV

b) $Q = -5{,}02$ MeV; $E_{prag} = 5{,}74$ MeV

N.39. R: Utilizînd legile de conservare ale energiei şi impulsului obţinem:

$$E_n = \frac{M_c \cdot Q + E_\alpha \cdot (M_c - M_\alpha)}{M_c + m_n} \Rightarrow E_n = 8{,}51633 \text{ MeV}$$

N.40. R: $Q = -5{,}7$ MeV; $E_{prag} = 6{,}17$ MeV

deci $E_n > E_{prag}$

$$E_\alpha = \frac{M_{Be} \cdot Q + (M_{Be} - m_n) E_n}{M_{Be} + M_\alpha} \Rightarrow E_\alpha = 2{,}2 \text{ MeV}$$

N.41. R: ${}_1^1p + {}_1^2d \rightarrow {}_2^3\text{He}^*$

Scanned with OKEN Scanner

$Q = 5{,}49585$ MeV

$$Q - W_{ex} = E^*_{He} - E_p \Rightarrow W_{ex} = Q - E^*_{He} + E_p$$

Din energia cinetică a protonului incident poate servi pentru excitare doar energia cinetică a mișcării relative

$$W' = \frac{1}{2}\frac{m_p \cdot m_d}{m_p + m_d} \cdot v_p^2 = E_p \frac{m_d}{m_p + m_d} \Rightarrow W_{ex} = Q + W'$$

$$W_{ex} = Q + \frac{2}{3} E_p$$

$$W' = E_p - E^*_{He} \Rightarrow W_{ex} = 6{,}49585 \text{ MeV}$$

N.42. R: Utilizînd legile de conservare ale energiei și impulsului obținem:

$$M = \frac{m}{(1 - \operatorname{tg}^2\varphi)\cos^2\varphi} = \frac{m}{\cos 2\varphi} \text{ unde}$$

m = masa neutronului

$\varphi = 42{,}6°$

$\Rightarrow M = 12{,}054$ u

N.43. R: Numărul neutronilor din generația a II-a va fi $K N_0$; în generația a III-a $K^2 N_0$, deci numărul neutronilor din generația a n-a va fi:

$$N = N_0 K^{n-1};\ n = 100 \Rightarrow N = 125239$$

N.44. R: $P = \frac{N w}{t}$ unde N = nr. fisiuni în timpul t

$$w = 200 \text{ MeV}$$

$$n = \nu \frac{N}{t} \Rightarrow n = \nu \frac{P}{w} \Rightarrow n = 0{,}78 \cdot 10^{19} \frac{\text{neutroni}}{\text{s}}$$

N.45. R: $T = 5{,}295$ zile

N.46. R: $\Lambda = 459{,}65 \frac{\text{dezintegrări}}{\text{minut}}$

N.47. R: $\lambda = 0{,}0408\ h^{-1}$; $T = 16{,}98$ h

$\tau = 24{,}5$ h.

Scanned with OKEN Scanner

N.48. R: $\lambda = \dfrac{\Lambda \cdot A}{m \cdot N_A} \Rightarrow \lambda = 49{,}02 \cdot 10^{-19}\ s^{-1}$

$T = 4{,}5 \cdot 10^9$ ani

N.49. R: $t = 4105{,}77$ ani

N.50. R: $\dfrac{\Lambda}{m} = \dfrac{N_A \cdot \ln 2}{A \cdot T} \Rightarrow \dfrac{\Lambda_{Na}}{m} = 3{,}2 \cdot 10^{17}\ \dfrac{dez.}{s.g}$

$\dfrac{\Lambda u}{m} = 7{,}82 \cdot 10^4\ \dfrac{dez.}{s.g}$

N.51. R: $\dfrac{\Lambda_0}{m_0} = \dfrac{N_A \cdot \ln 2}{A_{58Co} \cdot T_{58Co}} = 1{,}167 \cdot 10^{15}\ \dfrac{dez.}{s.g.}$

$\dfrac{\Lambda}{\Lambda_0} = \dfrac{n}{n_0} \Rightarrow \dfrac{n}{n_0} = 0{,}1885\ \%$

N.52. R: $\dfrac{\Delta n}{n_0} = 1 - e^{-\lambda t} \Rightarrow \dfrac{\Delta n}{n_0} = 0{,}2528$

N.53. R: $n_0 = \dfrac{m N_A}{A}$

$\Delta n = n_0 \cdot \lambda \cdot t \Rightarrow \Delta n = 1{,}155 \cdot 10^{15}$ dez.

N.54. R: $\dfrac{N_1}{2{,}66\ N_1} = \dfrac{1 - e^{-\lambda \cdot t_1}}{1 - e^{-\lambda \cdot 3t_1}}$

$\lambda = 0{,}0627\ s^{-1} \Rightarrow \tau = \dfrac{1}{\lambda} = 15{,}928$ s

N.55. R: 1) $^{206}_{82}Pb$ 2) 8 dez $\cdot \alpha$; 6 dez $\cdot \beta$

N.56. R: $^{200}_{84}Po \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{196}_{82}Pb$

$v_{Pb} = \dfrac{\sqrt{2 M_\alpha E_\alpha}}{M_{Pb}} \Rightarrow v_{Pb} = 3{,}4 \cdot 10^5\ \dfrac{m}{s}$

$E_{Pb} = 0{,}11753$ MeV; $\dfrac{E_{Pb}}{E_\alpha + E_{Pb}} = 0{,}0199$

Scanned with OKEN Scanner

N.57. R : $Q = 5{,}40922$ MeV

$$\Delta n = n_0 (1 - e^{-\lambda t}) \Rightarrow \Delta n = \frac{m N_A}{A}\left(1 - \frac{1}{e^{\lambda t}}\right)$$

$$W = 1{,}56 \text{ MJ}$$

N.58. R : ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow \alpha(W_1) + {}^{206}_{82}\text{Pb}$

$$Q_1 = \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) W_1 \Rightarrow Q_1 = 5{,}4029 \text{ MeV}$$

${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow \alpha(W_2) + {}^{206}_{82}\text{Pb}$

$$Q_2 = \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Pb}}\right) \cdot W_2 \Rightarrow Q_2 = 4{,}5873 \text{ MeV}$$

$$Q_1 = (M_{Po} - M_\alpha - M_{Pb}) \cdot c^2$$

$$Q_2 = \left(M_{Po} \quad M_\alpha - M_{Pb} - \frac{W_{ex}}{c^2}\right) c^2$$

$$\Rightarrow Q_2 = Q_1 - W_{ex} \Rightarrow W_{ex} = Q_1 - Q_2$$

$$\Rightarrow W_{ex} = 0{,}8156 \text{ MeV}.$$

$$W_\gamma \approx W_{ex} \Rightarrow W_\gamma = 0{,}8156 \text{ MeV}.$$

N.59. R : $Q = 0{,}5589$ MeV

În dezintegrările în care electronul este emis cu energie cinetică maximă nu se emite antineutrino

$${}^{10}_{4}\text{Be} \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{10}_{5}\text{B}$$

$$E_\beta = \frac{Q M_B}{m_\beta + M_B} \Rightarrow E_\beta = 0{,}558869 \text{ MeV}$$

$$E_B = Q - E_\beta \Rightarrow E_B = 30{,}8 \text{ eV}$$

N.60. R : ${}^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + \tilde{\nu} + {}^{24}_{12}\text{Mg}$

$$Q = 5{,}523795 \text{ MeV}$$

$$E_{\beta max} = \frac{Q M_{Mg}}{m_\beta + M_{Mg}} \Rightarrow E_{\beta max} = 5{,}523668 \text{ MeV}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Rightarrow E_\beta = \frac{1}{3} E_{\beta max} \Rightarrow E_\beta = 1{,}841222 \text{ MeV}$$

Deoarece antineutrino nu este absorbit

$$W = E_\beta \cdot \Delta n ; \ \Delta n = \frac{m N_A}{A}(1 - e^{-\lambda t})$$

$$\Rightarrow \Delta n = 1{,}681 \cdot 10^{19} \text{ dez.} \Rightarrow W = 3.096 \cdot 10^{19} \text{ MeV}$$

$$W = 4{,}9543 \text{ MJ}$$

N.61. R : $^{11}_{6}C \rightarrow {}^{0}_{+1}\beta + \nu + {}^{11}_{5}B$

$$Q = (M_C - M_B - 2m_\beta)c^2 \Rightarrow Q = 0{,}959445 \text{ MeV}$$

$$E_B = 0 \Rightarrow Q = E_\beta + E_\nu$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow p_\beta = p_\nu$$

$$\Rightarrow p = m_\beta \cdot c\left(-1 + \sqrt{\frac{2Q}{m_\beta c^2} + 1}\right)$$

$$p = 0{,}603727 \frac{\text{MeV}}{c} \text{ cu } m_\beta = 0{,}512325 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\Rightarrow E_\nu = 0{,}603727 \text{ MeV}$$

$$E_\beta = 0{,}355718 \text{ MeV}$$

N.62. R : $Q = 1{,}201635$ MeV

$$E_C = \frac{Q m_\beta}{m_\beta + M_C} \Rightarrow E_C = 50{,}8 \text{ MeV}$$

$$E_{\beta max} = \frac{Q M_C}{m_\beta + M_C} \Rightarrow E_{\beta max} = 1{,}2015915 \text{ MeV}$$

N.63. R : $^{109}_{47}Ag^* \rightarrow {}^{109}_{47}Ag + W$

În urma dezexcitării nucleului energia poate fi primită de un electron al atomului care primind o energie mai mare decît energia de legătură este emis din atom.

$$W_\beta = W_\gamma - W_{leg}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Rightarrow v = 1{,}47 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \; ; \; v = 0{,}49\, c$$

N.64. R : a) $Q = (M_1 - M_2)\, c^2$

b) $Q = (M_1 - 2m - M_2)\, c^2$

c) $Q = (M_1 - M_2)\, c^2$

N.65. R : În absența mișcării de recul

$$W_{\gamma_1} = W_{ex}$$

Ținînd cont de mișcarea de recul :

$$p_{\gamma_2} = M_{1r} \cdot c\left(-1 + \sqrt{\frac{2W_{ex}}{M_{1r}c^2} + 1}\right)$$

$$W_{\gamma_2} = c \cdot p_{\gamma_2}$$

$$\eta = \frac{W_{\gamma_1} - W_{\gamma_2}}{W_{\gamma_1}} = \frac{W_{ex} - W_{\gamma_2}}{W_{ex}}$$

N.66. R : $\Lambda = \frac{\Lambda_0}{16} \Rightarrow \lambda = 77 \cdot 10^{-5} \cdot s^{-1}$

$$T = 900 \text{ s.}$$

N.67. R : $\Delta n = \frac{\Lambda_1 - \Lambda_2}{\lambda}$

N.68. R : $m = 2{,}255 \; 10^{-4}$ g

N.69. R : a) $\Delta n = 133{,}2 \cdot 10^6$ dez

b) $\Delta n' = 66{,}6 \cdot 10^6$ dez

N.70. R : $\Delta n = 18{,}9 \cdot 10^{12}$ dez

$$W = \frac{Q}{\Delta n} \Rightarrow W = 0{,}7 \text{ MeV}$$

N.71. R : $T = 6$ h

N.72. R : $\frac{N}{N_0} = 0{,}6119$

N.73. R : $\Lambda = 3{,}601 \cdot 10^{10} \frac{\text{dez}}{s}$

N.74. R : $\Delta W \simeq 190$ keV

Scanned with OKEN Scanner

N.75. R : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha\,(E_1) + {}^{A-4}_{Z-2}Y$

${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha\,(E_2) + {}^{A-4}_{Z-2}Y$

$$Q_1 = \left(1 + \frac{4}{A-4}\right) E_1$$

$$Q_2 = Q_1 - W_{ex}\,;\quad Q_2 = \left(1 + \frac{4}{A-4}\right) E_2$$

$$\Rightarrow W_{ex} = \left(1 + \frac{4}{A-4}\right)(E_1 - E_2)$$

$$\Rightarrow W_{ex} = \frac{A}{A-4}(E_1 - E_2)$$

$$\Rightarrow W_\gamma \simeq W_{ex}$$

N.76. R : $W_{\beta max} = 0{,}01862$ MeV

N.77. R : $Q = 12{,}8584$ MeV

a) $W = 3{,}55 \cdot 10^5$ J

b) $W = 3{,}22 \cdot 10^{-10}$ J

c) $W = 10{,}28$ MJ

N.78. R : $P_{Be} = P_\gamma = \dfrac{W_\gamma}{c}$

$$W_{Be} = \frac{p^2_{Be}}{2M_{Be}} \Rightarrow W_{Be} = 20{,}876 \text{ keV}$$

N.79. R : ${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}\beta \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu\,(W_{\nu_1})$

${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}\beta \rightarrow {}^{7}_{3}Li^* + \nu\,(W_{\nu_2})$

a) $Q_1 = 0{,}85698$ MeV ; $W_{(\nu_1)} = 0{,}856137$ MeV

$$Q_2 = Q_1 - W_{ex} \Rightarrow Q_2 = 0{,}37698 \text{ MeV}$$

$$M^*_{Li} = M_{Li} + \frac{W_{ex}}{c^2} \Rightarrow W_{(\nu_2)} = 0{,}376466 \text{ MeV}$$

b) $W_\gamma = 0{,}479$ MeV

Scanned with OKEN Scanner

N.80. R : a) $Q = 0{,}4126545$ MeV

b) $W_\nu = 0{,}4082686$ MeV

c) $W_k = 0{,}0043859$ MeV

d) $\frac{W_k}{Q} = 1{,}06 \cdot 10^{-2}$

N.81. R : ${}_1^1p + \tilde{\nu} \rightarrow {}_0^1n + {}_1^0\beta$,

$Q = (m_p - m_n - m_\beta)c^2 \Rightarrow Q = -1{,}80711$ MeV

N.82. R : a) ${}_0^1n \rightarrow {}_{-1}^0\beta + {}_1^1p + \tilde{\nu}$

$Q = 0{,}78246$ MeV ; $W_{(\tilde{\nu})} = 0{,}7820563$ MeV

$W_p = 0{,}0004037$ MeV

b) $W_{(\tilde{\nu})} = 0{,}5192875$ MeV

$W_\beta = 0{,}2631725$ MeV

N.83. R : $t = 1947{,}67$ ani

N.84. R. : a) $Q = 45{,}27$ MeV

Calculăm înălţimea barierei de potenţial

$R = 1{,}4 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}$

$R(\mathrm{Ne}) = R_1 = 3{,}8 \cdot 10^{-15}$ m

$R(\mathrm{U}) = R_2 = 8{,}37 \cdot 10^{-15}$ m

$$C = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)} \Rightarrow C = 96{,}99 \text{ MeV}$$

$W_{leg}^{Ne} = -45{,}27$ MeV

b) Considerăm din seria celor 5 dezintegrări alfa succesive dezintegrarea :

${}_{88}^{226}\mathrm{Ra} \rightarrow {}_2^4\alpha + {}_{86}^{222}\mathrm{Rn}$

$Q = 6{,}064065$ MeV ; $W_{leg}^2 = -6{,}064065$ MeV

Scanned with OKEN Scanner

$$R(\mathrm{He}) = R_1 = 2{,}222 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}.$$

$$R(\mathrm{Rn}) = R_2 = 8{,}47 \cdot 10^{-15}\mathrm{m}$$

$$C = 23{,}1489\ \mathrm{MeV}$$

Se observă că înălțimea barierei de potențial este mai mică pentru particula alfa decît pentru nucleul de Ne.

N.85. R : $Q = 18{,}63\ \mathrm{keV}$

$$E_{\mathrm{He\ max}} = \frac{Q \cdot m_\beta}{m_\beta + M_{\mathrm{He}}} = \frac{Q(Q + 2m_\beta c^2)}{2\ M_{\mathrm{He}} \cdot c^2}$$

$$\Rightarrow E_{\mathrm{He max}} = 3{,}39 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{keV}$$

$$\bar{E}_{\tilde{\nu}} = Q - \bar{E}_\beta \simeq 12{,}94\ \mathrm{keV}$$

N.86. R : $Q_1 = \left(1 + \frac{M_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{Rn}}}\right) W_1 \Rightarrow Q_1 = 4{,}879\ \mathrm{MeV}$

$$Q_2 = \left(1 + \frac{M_{\mathrm{He}}}{M_{\mathrm{Rn}}}\right) W_2 \Rightarrow Q_2 = 4{,}695\ \mathrm{MeV}$$

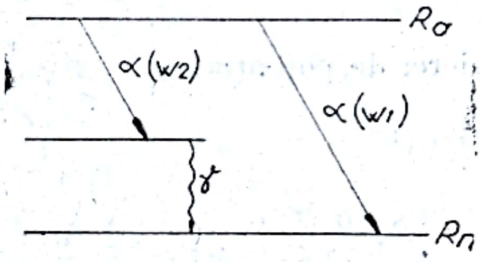


Fig. N 86 R

$$W_{ex} = Q_1 - Q_2 \Rightarrow W_{ex} = 0{,}184\ \mathrm{MeV}$$

$$W_\gamma \simeq W_{ex}$$

N.87. R : Fie Λ activitatea Po

$$\Lambda_s = 5.10^5 \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{s}}\ \text{activitatea Be}$$

$$\eta = \frac{\Lambda_s}{\Lambda} = \frac{\Lambda}{\Lambda_0 e^{-\lambda t}} \Rightarrow \Lambda_0 = 15{,}07 \cdot 10^{10}\ \frac{\mathrm{dez}}{\mathrm{s}}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$\Lambda_0 = N_0 \cdot \lambda \Rightarrow N_0 = 2{,}58 \cdot 10^{18} \text{ nuclee}$$

$$N_0 = \frac{mN_A}{A} \Rightarrow m = 9.10^{-4}\,\text{g}$$

N.88. R: $\Lambda_1 = 2.10^3 \dfrac{\text{part}}{\text{s}}$; $\Lambda = \dfrac{4}{15}\dfrac{\text{part}}{\text{s}}$

$$\Lambda_0 = \frac{\Lambda_1 \cdot v}{V}; \quad \Lambda = \Lambda_0 e^{-\lambda t}.$$

$$V = 5953 \text{ cm}^3$$

N.89. R: $X = 1{,}15$ m

N.90. R: $\mu = 51{,}98\ \text{m}^{-1}$; $X = 1{,}33$ cm

N.91. R: $X = 14{,}74$ cm

N.92. R: $I_1 = (1 - R)\, I_0 e^{-\mu d_1} = 0{,}84\ I_0$

$$I_2 = (1 - R)\, I_0\, e^{-\mu d_2} = 0{,}7\ I_0$$

$$\Rightarrow \mu = 0{,}35\ \text{cm}^{-1};\ R = 4\,\%$$

N.93. R: $\dfrac{I_0}{I} = 58{,}43$

N.94. R: $d_2 = 0{,}3$ mm

N.95. R: $X = 0{,}8$ cm

N.96. R: $n = \dfrac{\ln \eta}{\ln 2} \Rightarrow n = 5{,}64$

N.97. R: a) $X_1 = 0{,}01155$ cm; $X_2 = 0{,}9$ cm; $X_3 = 1{,}136$ cm

b) $x_1 = 0{,}03837$ cm; $x_2 = 2{,}99$ cm; $x_3 = 3{,}774$ cm

c) $\eta = \dfrac{1}{3}(e^{-\mu_1 x} + e^{-\mu_2 x} + e^{-\mu_3 x})$

N.98. R: $I' = I'' = I_0\, e^{-(\mu_1 + \mu_2)x}$

N.99. R: $\dfrac{x_2}{x_1} = 131{,}81$

N.100. R: a) $I = \dfrac{C \cdot \Delta\theta}{Ut} \Rightarrow I = 2{,}083\ \mu\text{A}$

b) $\dfrac{n}{t} = 0{,}651 \cdot 10^{13} \dfrac{\text{atomi}}{\text{s}}$

Scanned with OKEN Scanner

N.101. R : $I = 7{,}61 \cdot 10^{-14}\text{A}$

N.102. R : a) $x_1 = 1{,}555 \cdot 10^{-3}$ m

b) $x_2 = 7 \cdot 10^{-3}$ m

N.103. R : a) $W_m = \dfrac{e^2 B^2 R_m^2}{2m} \Rightarrow W_m = 17{,}3$ MeV

$v_m = 5{,}77 \cdot 10^7$ m/s

b) $n = \dfrac{W_m}{eU} = 173$ accelerări

$$t = n\frac{T}{2}; \quad t = \frac{\pi B R_m^2}{2U}; \quad t = 4{,}71\,\mu\text{s}.$$

N.104. R : a) $U = \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = S \cdot \dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$

$$U = \frac{\pi r^2 B_1}{\tau}; \quad F = eE = \frac{eU}{2\pi R} \Rightarrow F = \frac{e r B_1}{2\tau} \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{e r B_1}{2m\tau}$$

$$s = \frac{W}{F} \Rightarrow s = \frac{2\tau W}{e r B_1} \Rightarrow s = 1666 \text{ km}$$

b) $W = m_0 c^2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \Rightarrow \beta = 0{,}9999486$

$$v = \beta c \Rightarrow v = 2{,}99984 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

N.105. R : a) $l_n = \dfrac{\sqrt{n}}{\nu}\sqrt{\dfrac{eU_0}{2m}} \Rightarrow l_n = \sqrt{n} \cdot l_1$

$l_1 = 4{,}216$ cm

b) $n = \dfrac{W}{e \cdot U_0} \Rightarrow n = 100$ cilindri

c) $l_{100} = 42{,}16$ cm

d) $L = \sum_1^N l_n = l_1 \sum_1^N \sqrt{n}$

$$\Rightarrow L \simeq \frac{2 l_1}{3} \cdot N^{\frac{3}{2}} \Rightarrow L = 28{,}1 \text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

N.106. R : a) $W_1 = 60{,}62$ MeV ; b) $W_2 = 30{,}31$ MeV ;

c) $W_3 = 60{,}62$ MeV

N.107. R : a) $\nu_1 = 30$ MHz ; b) $\nu_2 = 15$ MHz ; c) $\nu_3 = 15$ MHz ;

d) $W_1 = 47{,}9$ MeV ; e) $W_2 = 23{,}95$ MeV ; f) $W_3 = 47{,}9$MeV

N.108.R : a) $B'' = \frac{B'}{2}$; b) $\frac{1}{2}$

c) $B''' = 2B' = 4B''$; d) 8

N.109. R : a) $S = 2\pi R_{mediu} \cdot n$

$$n = \frac{W}{qu} \Rightarrow s = 196{,}25 \text{ m}$$

b) $t = 11{,}21$ μs

N.110. R : a) $W_f = W_i + F\,d$; $F = \frac{eU}{2\pi r}$

$\Rightarrow d = 1045{,}8$ m

b) $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 8{,}49 \cdot 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $v_f = v_i + at \Rightarrow t = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ s

N.111. R : $T = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$.

$\Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{\eta_i(\eta_i+2)}{(\eta_i+1)^2}} \Rightarrow \beta = 0{,}89.$

Pentru a calcula parcursul mediu al mezonilor trebuie să calculăm timpul de viață în sistemul laboratorului

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l = v\tau = \frac{\beta c\,\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow l = 14{,}94 \text{ m}$$

N.106. R : a) $W_1 = 60{,}62$ MeV ; b) $W_2 = 30{,}31$ MeV ;

c) $W_3 = 60{,}62$ MeV

N.107. R : a) $\nu_1 = 30$ MHz ; b) $\nu_2 = 15$ MHz ; c) $\nu_3 = 15$ MHz ;

d) $W_1 = 47{,}9$ MeV ; e) $W_2 = 23{,}95$ MeV ; f) $W_3 = 47{,}9$MeV

N.108.R : a) $B'' = \frac{B'}{2}$; b) $\frac{1}{2}$

c) $B''' = 2B' = 4B''$; d) 8

N.109. R : a) $S = 2\pi R_{mediu} \cdot n$

$$n = \frac{W}{qu} \Rightarrow s = 196{,}25 \text{ m}$$

b) $t = 11{,}21$ μs

N.110. R : a) $W_f = W_i + F\,d$; $F = \frac{eU}{2\pi r}$

$\Rightarrow d = 1045{,}8$ m

b) $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 8{,}49 \cdot 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) $v_f = v_i + at \Rightarrow t = 4{,}8 \cdot 10^{-4}$ s

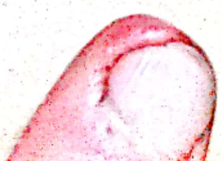
N.111. R : $T = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$.

$\Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{\gamma(\gamma+2)}{(\gamma+1)^2}} \Rightarrow$ [illegible] 0,89.

Pentru a calcula parcursul mediu al mezonilor trebuie să calculăm timpul de viață în sistemul laboratorului

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l = v\tau = \frac{\beta c\,\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow l = 14{,}94 \text{ m}$$



Scanned with OKEN Scanner

N.112. R : $\beta = \dfrac{\sqrt{T(T+2m_0c^2)}}{T+m_0c^2}$

$$\tau_0 = \frac{l\sqrt{1-\beta^2}}{\beta c} \Rightarrow \tau_0 = \frac{lW_0}{c\sqrt{T(T+2W_0)}}$$

$$\Rightarrow \tau = 26{,}28 \text{ ns.}$$

N.113. R : $\pi^+ \to \mu + \nu$

Utilizînd legea de conservare a impulsului total, a energiei totale și relația de legătură dintre energia totală și impulsul unei particule ($W^2 = p^2c^2 + W_0^2$) obținem :

$$W_\nu = \frac{W_{0\pi}^2 - W_{0\mu}^2}{2W_{0\pi}} \Rightarrow W_\nu = 29{,}78 \text{MeV}$$

$$T_\mu = \frac{(W_{0\pi} - W_{0\mu})^2}{2W_{0\pi}} \Rightarrow T_\mu = 4{,}11 \text{ MeV.}$$

N.114. R : $W_n = \dfrac{W_{0\Sigma}^2 - W_{0\pi}^2 + W_{0n}^2}{2W_{0\Sigma}}$

$$T_n = W_n - W_{0n} \Rightarrow T_n = 19{,}54 \text{ MeV.}$$

N.115. R : $W_{0x} = W_p + W_\pi$; $\quad W^2 = p^2c^2 + W_0^2$

$$\vec{P}_p + \vec{P}_\pi = 0 \Rightarrow W_{0x} = T_p + W_{0p} + \sqrt{T_p^2 + 2T_pW_{0p} + W_{0\pi}^2}$$

$$\Rightarrow W_{0x} = 1115{,}24 \text{ MeV} \Rightarrow X \to \Lambda^0$$

N.116. R : $\pi^- \to \mu + \nu$

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\nu + \vec{P}_\mu; \quad T_\pi + W_{0\pi} = W_\nu + W_\mu$$

$$\Rightarrow W_\nu = \frac{W_{0\pi}^2 - W_{0\mu}^2}{2(W_{0\pi} + T_\pi)} \Rightarrow W_\nu = 21{,}929 \text{ MeV}$$

N.117. R : $\Sigma^+ \to x + \pi^+$

$$\vec{P}_\Sigma = \vec{P}_\pi + \vec{P}_x \to W_\Sigma = W_x + W_\pi.$$

$$\Rightarrow W_{0x} = \sqrt{W_{0\pi}^2 + W_{0\Sigma}^2 - 2(T_\Sigma + W_{0\Sigma})(T_\pi + W_{0\pi})}$$

$$\Rightarrow W_{0x} = 941{,}24 \text{ MeV} \Rightarrow x \to n$$

Scanned with OKEN Scanner

N.118. R : $\pi^\circ = \gamma + \gamma$

$$P_\pi = P_\gamma \sqrt{2(1+\cos\theta)}; \quad W_\pi = 2\,W_\gamma$$

$$\Rightarrow W_\gamma = \frac{W_{0\pi}}{\sqrt{2(1-\cos\theta)}} \Rightarrow W_\gamma = 135 \text{ MeV}.$$

$$T_\pi = 2\,W_\gamma - W_{0\pi} \Rightarrow T_\pi = 135 \text{ MeV}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Atanasiu, M., Drobotă, V.*, Fizică pentru admitere în facultate, Vol. I, II, Editura Albatros, Bucureşti, 1974.
2. *Brenneke, R., Schuster, G.*, Fizică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1973.
3. *Constantin, I., Diaconescu, I.*, Culegere de probleme de radiotehnică, Editura tehnică, Bucureşti, 1969.
4. *Constantinescu, L., Marin, I., Constantinescu, O.*, Probleme de fizică pentru licee, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971.
5. *Creţu Tr., Angelescu, D., Vieroşanu, I.*, Probleme de fizică pentru admitere în învăţământul superior, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1980.
6. *Demkovich*, Problèmes de physique, Prosvechtchenie, Moscou, 1967.
7. *Druică, Z., Popescu, A.*, Probleme de mecanică şi acustică pentru examenele de bacalaureat şi admiterea în învăţământul superior, Editura Tehnică, Bucureşti, 1974.
8. *Haber-Schaim, U., Cross, J., Dodge, J., Walter, J.*, Fizica, PSSC, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1975.
9. *Halliday, D., Resnick, R.*, Fizica, vol. I, II, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1975.
10. *Gheorghiu, D., Gheorghiu, S.*, Probleme de fizică pentru admitere în învăţământul superior, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1972.
11. *Gall, M., Hristev, A.*, Probleme date la olimpiadele de fizică, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1975.
12. *Gherman, O., Magyari, E., Meder, L., Saliu, L., Tatar, L., Uliu, F.*, Probleme de fizică pentru liceu, Editura Scrisul românesc, Craiova, 1975.
13. *Ghinsburg, V. L., Levin, L. M., Rabinovici, D. V., Sivuhin, D. V., Cetevricova, E. S.*, Culegere de probleme pentru cursul de fizică generală, Editura Tehnică, 1951.
14. *Goldfar, N. I.*, Sbornik vaprosov i zadaci po fizike, Editura, Vişeişaia Şcola, Moskva, 1982.
15. *Gugui, V. E.*, Teste de fizică, Editura Albatros, Bucureşti, 1980.
16. *Hristev, A.*, Probleme de căldură, fizică moleculară şi termodinamică pentru examenee de bacalaureat şi admitere în învăţământul superior, Editura tehnică, Bucureşti, 1974.
17. *Ignat, M.*, Întrebări şi exerciţii de termodinamică şi fizică statistică, Editura ştiinţifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1981.

Scanned with OKEN Scanner

18. *Ionescu, G., Focheanu, V., Călin, C.*, Probleme de fizică, Editura didactică și pedagogică București, 1978.
19. *Irodov, E. I.*, Problems in General Physics, Mir Publishers, Moscow, 1981.
20. *Irodov, I., Saveliev, I., Zamcha, O.*, Recueil de problèmes de physique générale, Editions Mir, Moscou, 1976.
21. *Kiss, V., Kiss, E.*, Culegere probleme de fizică, Societatea de Științe Fizice și Chimice, București, 1979.
22. *Kittel, Ch., Knight, W., Ruderman, M.*, Cursul de fizică Berkeley Editura didactică și pedagogică, București, 1981.
23. *Maican. C., Atanasiu, V., Tănase, D., Negulescu, A.*, Probleme de fizică, Editura didactică și pedagogică, București, 1969.
24. *Muscalu, St.*, Fizică atomică, Editura didactică și pedagogică, București, 1975.
25. *Necșoiu, C.*, Culegere de probleme de fizică, Editura tehnică, București, 1968.
26. *Oncescu, M. A.*, Fizica nivel posteliceal, Editura didactică și pedagogică, București, 1975.
27. *Plăvițiu, C., Hristev, A., Georgescu, L., Borșan. D., Dima, V., Stănescu, C., Ionescu, L., Moldovan, R.*, Probleme de mecanică fizică și acustică, Editura didactică și pedagogică, București 1981.
28. *Popa, M., Wagner, J.*, Culegere de probleme de electricitate și electrotehnică, Editura energetică de stat, 1953.
29. *Popescu, M. I., Ionescu, G., Iordache, D., Fochianu, V., Stan, M.*, Probleme de optică, fizică atomică și nucleară, pentru examenele de bacalaureat și admitere în învățământul superior, Editura tehnică, București, 1974.
30. *Preda, M., Cristea, P.*, Probleme de electricitate, pentru examenele de admitete în învățământul superior, Editura tehnică, București, 1973.
31. *Răduleț, R.*, Bazele electrotehnicii, Editura didactică și pedagogică, București, 1970.
32. *Saharov, I. D.*, Culegere de probleme de fizică, Editura didactică și pedagogică, București, 1976.
33. *Samachisa, M.*, Tranzistoare, culegere de probleme, Editura tehnică, București.
34. *Sfichi, R.*, Probleme de limită și extrem în fizică, Editura didactică și pedagogică, București, 1979.
35. *Strelkov- S. P., Elțin, I. A., Iakovlev, I. A.*, Culegere de probleme de fizică generală, Editura tehnică, București, 1962.
36. * * * Probleme de matematică, fizică și chimie, date la concursurile de admitere în învățământul superior în anii 1978—1979, Editura didactică și pedagogică, București, 1980.
37. * * * Universitatea din București, Facultatea de fizică, Catedra de optică, spectroscopie, plasmă, Culegere de probleme de optică,spectroscopie, Centrul de multiplicare al Universității din București, 1974.
38. * * * Revista de Fizică și Chimie, Societatea de Științe fizice și chimice, nr. 6/1982, 12/1982 4/1983.
39. Colectiv—Electronică—Culegere de probleme, Ed. Didactică și Pedagogică București 1982.
40. Colectiv— Dispozitive și circuite electronice —probleme—Editura Didactică și Pedagogică —București. 1982.

c. 257 — I. P. Informația
str. Brezoianu nr. 23—25
București

Scanned with OKEN Scanner

DRAGI CITITORI,

Vă facem cunoscut că Revista de Fizică şi Chimie cuprinde în paginile sale probleme de fizică şi chimie ce se vor da la Concursurile de fizică şi chimie, la examenele de treaptă şi admitere în învăţământul superior.

Revista de Fizică şi chimie apare lunar, într-un tiraj limitat, de aceea vă rugăm să vă abonaţi, costul unui abonament anual fiind *36* lei.

I. P. „Informaţia" c. 257

43 460

LEI 38

Scanned with OKEN Scanner